

# Contrôle diagnostic

Durée : 1h30

## Indications

- Une calculatrice **non programmable** ou une calculatrice **programmable en mode examen** est autorisée.
- Indiquer clairement le numéro de la question, aérer la copie et encadrer vos résultats afin de **faciliter le travail du correcteur**.

## 1 Chiffres significatifs et incertitudes

### 1.1 Écriture scientifique

Réécrire les nombres en utilisant l'écriture scientifique. On veillera à garder les chiffres significatifs.

- |                    |                      |                                 |                      |
|--------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| a) 31,5 .....      | <input type="text"/> | e) 2 023,9 .....                | <input type="text"/> |
| b) 0,0019 .....    | <input type="text"/> | f) 7 300 .....                  | <input type="text"/> |
| c) 0,8120 .....    | <input type="text"/> | g) $330 \times 10^6$ .....      | <input type="text"/> |
| d) 1 600 002 ..... | <input type="text"/> | h) $70,22 \times 10^{-4}$ ..... | <input type="text"/> |

### 1.2 Combien de chiffres significatifs ?

Indiquer le nombre de chiffres significatifs des grandeurs mesurées suivantes :

- |   |                      |  |                      |
|---|----------------------|--|----------------------|
| a) une intensité électrique de 0,39 A. .. | <input type="text"/> | c) une vitesse de $12,250 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . .... | <input type="text"/> |
| b) une tension de 12,84 mV. ....          | <input type="text"/> | d) une longueur de 0,002 0 m. ....                               | <input type="text"/> |

### 1.3 Incertitude et chiffres significatifs

Une mesure de focale donne pour résultat  $f' = 12,016\ 835\ 7 \text{ cm}$  avec une incertitude-type de  $32,316\ 648\ 2 \text{ mm}$ . Quel sera votre résultat numérique final ?

(a)  $f' = (12 \pm 3) \text{ cm}$

(c)  $f' = (12,0 \pm 3,2) \text{ cm}$

(b)  $f' = (120 \pm 65) \text{ mm}$

(d)  $f' = (120 \pm 33) \text{ mm}$

.....

### 1.4 Propagation des erreurs

**Prérequis**  
 On considère deux grandeurs expérimentales indépendantes  $x$  et  $y$ , et  $z = f(x, y)$  une grandeur calculée.  
 L'incertitude-type  $u(z)$  est reliée à celles de  $x$  et  $y$  *via* les relations :

$$u(z)^2 = a^2 u^2(x) + b^2 u^2(y) \quad \text{si } z = ax + by$$

$$\left(\frac{u(z)}{z}\right)^2 = a^2 \left(\frac{u(x)}{x}\right)^2 + b^2 \left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 \quad \text{si } z = cx^a y^b$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des paramètres fixés.

Calculer :

- a)  $x + y$  .....
- b)  $x - y$  .....
- c)  $x \times y$  .....
- d)  $\frac{y}{x}$  .....

## 2 Conversions

### 2.1 Multiples du mètre

Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique.

- a) 150 km ....
- c) 234 cm ....
- e) 0,23 mm ..
- b) 0,7 pm ....
- d) 120 nm ....
- f) 0,41 nm ...

### 2.2 Un peu de cuisine

Les ingrédients pour un gâteau sont : 4 œufs, 200 g de farine, 160 g de beurre, 100 g de sucre et 4 g de sel. On décide de faire la recette avec 5 œufs. Combien de grammes faut-il de

- a) farine? .....
- c) sucre? .....
- b) beurre? .....
- d) sel? .....

### 2.3 Abondance des éléments dans la croûte terrestre

L'abondance chimique d'un élément peut être exprimée en « parties par centaine » (notée ‰, on parle communément de « pourcentage »), en « parties par millier » (notée ‰, on parle aussi de « pour mille ») ou encore en « partie par millions » (notée « ppm »).

Les abondances de quelques éléments chimiques constituant la croûte terrestre sont :

Silicium	Or	Hydrogène	Fer	Oxygène	Cuivre
275‰	$1,0 \cdot 10^{-7} ‰$	1,4 ‰	50 000 ppm	46 ‰	50 ppm

Quel est l'élément le moins abondant ? .....

### 2.4 Volume

a) Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  ? .....

b) Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de  $7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  ? .....

### 2.5 Un combat de masse

On possède un cube de 10 cm en plomb de masse volumique  $11,20 \text{ g/cm}^3$  et une boule de rayon 15 cm en or de masse volumique  $19\,300 \text{ kg/m}^3$ . On rappelle que le volume d'une boule de rayon  $R$  est  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .

Lequel possède la plus grande masse ? .....

### 2.6 Classement de vitesses

On considère les vitesses suivantes : 20 km/h, 10 m/s, 1 année-lumière/an, 22 mm/ns, 30 dm/s et 60 cm/ms.

a) Laquelle est la plus petite ? .....

b) Laquelle est la plus grande ? .....

### 2.7 Vitesses angulaires

La petite aiguille d'une montre fait un tour en 1 h, la Terre effectue le tour du Soleil en 365,25 j.

Quelles sont leurs vitesses angulaires

a) en tours/min (l'aiguille) ? .....

c) en tours/min (la Terre) ? .....

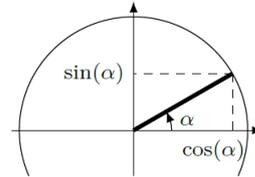
b) en rad/s (l'aiguille) ? .....

d) en rad/s (la Terre) ? .....

### 3 Signaux

#### 3.1 Cercle trigonométrique

Sur le cercle trigonométrique ci-contre,  $\cos(\alpha)$  se lit sur l'axe des abscisses et  $\sin(\alpha)$  se lit sur l'axe des ordonnées.



Exprimer les fonctions suivantes en fonction de  $\cos(\alpha)$  et  $\sin(\alpha)$ .

- |                                 |                      |                                 |                      |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| a) $\sin(\alpha + \pi)$ .....   | <input type="text"/> | c) $\sin(\alpha + \pi/2)$ ..... | <input type="text"/> |
| b) $\cos(\alpha + \pi/2)$ ..... | <input type="text"/> | d) $\sin(\pi/2 - \alpha)$ ..... | <input type="text"/> |

#### 3.2 Dérivée de signaux

Pour chaque signal ci-dessous, calculer sa dérivée par rapport à  $t$ .

- |                          |                      |                                   |                      |
|--------------------------|----------------------|-----------------------------------|----------------------|
| a) $\sin(2t)$ .....      | <input type="text"/> | c) $\cos(t) \times \sin(t)$ ..... | <input type="text"/> |
| b) $\cos^2(t + 4)$ ..... | <input type="text"/> |                                   |                      |

#### 3.3 Transformer des sommes de signaux en produits

On rappelle les formules trigonométriques :

$$\begin{aligned} \cos(a + b) &= \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b) & \sin(a + b) &= \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b) \\ \cos(a - b) &= \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) & \sin(a - b) &= \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b). \end{aligned}$$

Mettre les signaux suivants sous la forme  $C \cos(\Omega t) \cos(\omega t)$  ou  $C \sin(\Omega t) \sin(\omega t)$  (où les constantes  $C$ ,  $\Omega$  et  $\omega$  s'exprimeront en fonction de  $A$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ ).

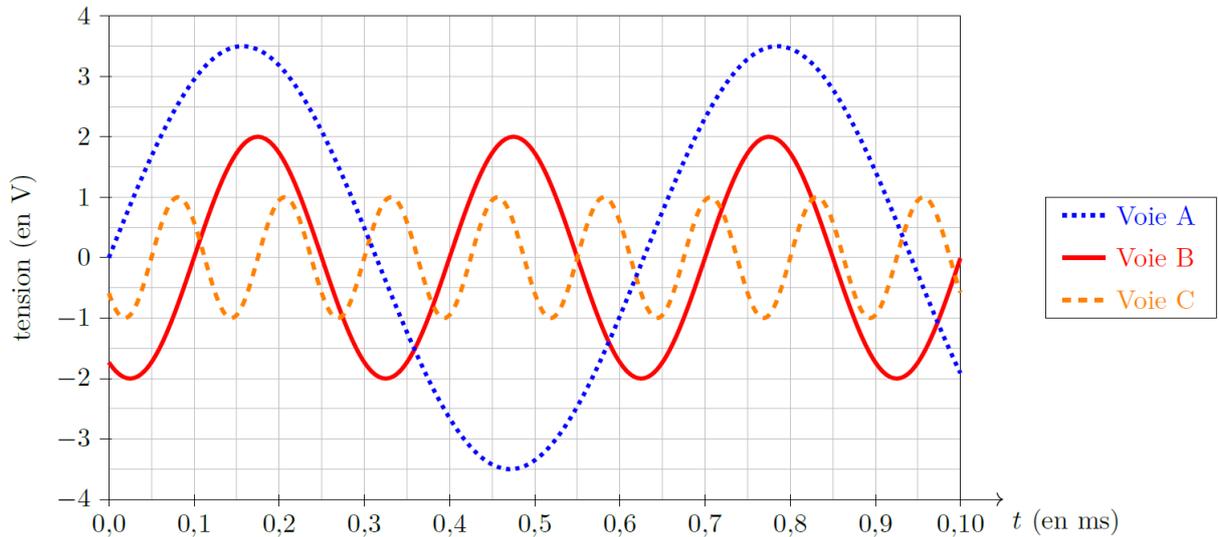
- |  |                      |
|--|----------------------|
| a) $A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$ ..... | <input type="text"/> |
| b) $A \cos(\omega_1 t) - A \cos(\omega_2 t)$ ..... | <input type="text"/> |

### 3.4 Qui est qui ?

En travaux pratiques, vous faites l'acquisition de trois signaux périodiques :  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  et  $u_3(t)$ .

Malheureusement, vous ne vous souvenez pas quelle voie d'acquisition vous avez utilisée pour chaque signal!

Vous savez que la tension  $u_1(t)$  a pour période  $300 \mu\text{s}$ , que la tension  $u_2(t)$  a pour fréquence  $8,0 \text{ kHz}$  et que la tension  $u_3(t)$  a pour pulsation  $1 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



Attribuer chacun des graphes au signal qui lui correspond.

- a) Voie A .....       b) Voie B .....       c) Voie C .....

### 3.5 Éclair et tonnerre

La foudre est une décharge électrique qui se produit pendant les orages et qui entraîne une lumière intense (l'éclair) et un grondement sourd (le tonnerre).

La lumière se propage à la vitesse  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et le son se propage à la vitesse  $c_s = 344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Vous mesurez à l'aide d'un chronomètre la durée entre le moment où vous voyez l'éclair et le moment où vous entendez le tonnerre : vous trouvez  $\Delta t = 5,0 \pm 0,5 \text{ s}$ .

- a) On considère que la lumière se propage instantanément entre le lieu de l'éclair et votre position.

Déterminer la distance à laquelle la foudre a frappé .....

- b) En déduire la durée de propagation de la lumière entre l'endroit où la foudre a frappé et votre position.

.....

- c) L'hypothèse faite à la première question est-elle justifiée? .....

## 4 Étude des circuits électriques

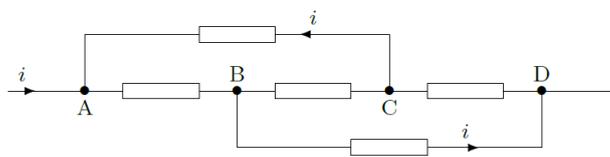
### 4.1 Une bataille de courants

Lequel de ces trois courants électriques présente la plus forte intensité ?

- (a) 5 000 électrons durant 1 ms
- (b) 0,2 mol d'électrons durant 1 an
- (c) 20 milliards d'électrons durant 1 min

.....

### 4.2 Loi des nœuds



Les courants indiqués sur le schéma ci-dessus sont algébriques.

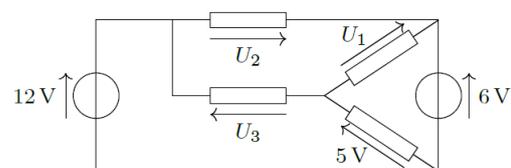
En utilisant la loi des nœuds, déterminer en fonction de  $i$  les courants suivants (on note  $i_{AB}$  le courant qui va de A vers B, etc) :

- a)  $i_{AB}$  .....
- b)  $i_{BC}$  .....
- c)  $i_{CD}$  .....

### 4.3 Calculer une tension

On considère le circuit électrique formé de deux sources idéales de tension et de quatre dipôles, comme représenté ci-contre.

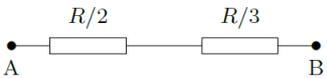
À partir de la loi des mailles, calculer les tensions :

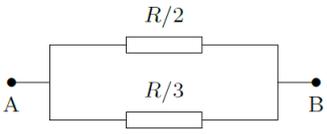


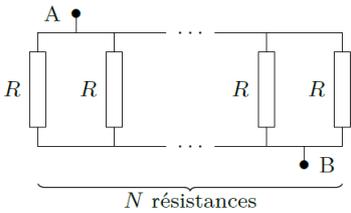
- a)  $U_1$  .....
- b)  $U_2$  .....
- c)  $U_3$  .....

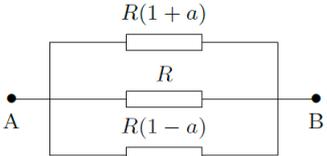
### 4.4 Résistances associées

Exprimer la résistance équivalente des dipôles AB suivants :

a)  .....

b)  .....

c)  .....

d)  .....

## 5 Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

### 5.1 Conversions d'angles

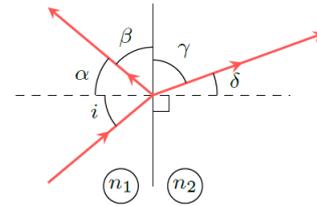
- a)  $\alpha = 35,65^\circ$ . Exprimer  $\alpha$  en degrés et en minutes d'angle. ....
- b)  $\beta = 98^\circ 15'$ . Exprimer  $\beta$  en radians. ....
- c)  $\gamma = 1,053 \text{ rad}$ . Exprimer  $\gamma$  en degrés et en minutes d'angle. ....

### 5.2 Un rayon incident sur un dioptre

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif  $n_1$  et  $n_2$ .

Ce rayon fait un angle  $i$  avec la normale au dioptre.

Tous les angles figurant sur le schéma sont non orientés.



Exprimer chacun des angles suivants en fonction de  $i$  et/ou de  $n_1$  et  $n_2$  (en radians) :

- |                   |                      |                   |                      |
|-------------------|----------------------|-------------------|----------------------|
| a) $\alpha$ ..... | <input type="text"/> | c) $\delta$ ..... | <input type="text"/> |
| b) $\beta$ .....  | <input type="text"/> | d) $\gamma$ ..... | <input type="text"/> |

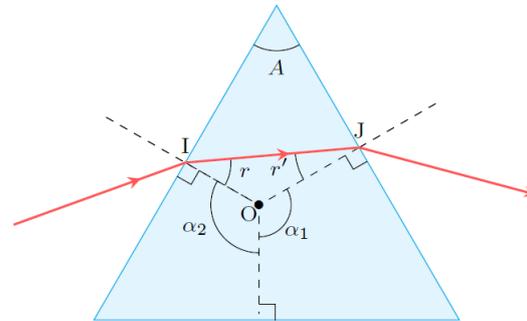
### 5.3 Un peu de géométrie dans un prisme

On considère un prisme d'angle au sommet  $A$ , représenté ci-contre suivant une de ses faces triangulaires.

Un rayon incident en  $I$  sur une face du prisme émerge en  $J$ .

On définit les angles  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $r$  et  $r'$  sur le schéma.

Dans cet entraînement, les angles ne sont pas orientés.



On rappelle que la somme des angles dans un quadrilatère est égale à  $2\pi$ .

- |   |                      |
|---|----------------------|
| a) Exprimer l'angle $A$ en fonction de $\alpha_1$ et $\alpha_2$ ..... | <input type="text"/> |
| b) Exprimer l'angle $A$ en fonction de $r$ et de $r'$ .....           | <input type="text"/> |

## 6 Cinématique

### 6.1 Distance et temps de parcours

Une voiture se déplace en ligne droite à  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Toutes les réponses seront exprimées en « heures-minutes-secondes », par exemple « 2 h 32 min 12 s ».

- |  |                      |
|--|----------------------|
| a) Combien de temps faut-il à cette voiture pour parcourir 100 km ? .....                                    | <input type="text"/> |
| b) Quel serait l'allongement du temps de trajet si elle roulait à $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ? .... | <input type="text"/> |

### 6.2 Longueur d'une piste de décollage

Pour décoller un avion doit atteindre la vitesse de  $v_d = 180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en bout de piste.

Quelle est la longueur minimale  $L$  de la piste de décollage si l'avion accélère uniformément à la valeur  $a = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ?

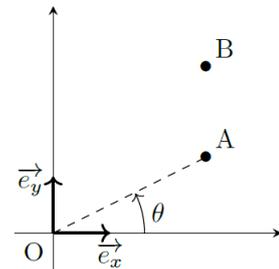
- (a) 300 m                      (b) 450 m                      (c) 500 m                      (d) 650 m

.....

### 6.3 Composantes de vecteurs

On considère deux points A et B tels que la droite (AB) est parallèle à la droite (Oy). Le vecteur  $\vec{OA}$  fait un angle  $\theta$  avec l'axe (Ox).

Exprimer les composantes des vecteurs suivants dans le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  en fonction de  $a = \|\vec{OA}\|$ ,  $b = \|\vec{AB}\|$  et de l'angle  $\theta$ .



- a)  $\vec{OA}$  .....
- b)  $\vec{OB}$  .....
- c)  $\vec{OA} + \vec{OB}$  .....
- d)  $\vec{OA} - \vec{OB}$  .....

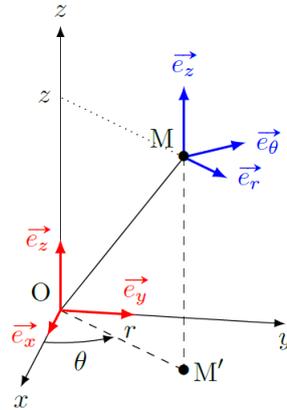
### 6.4 Les coordonnées cylindriques

On considère le schéma ci-contre, dans lequel

- la base cartésienne  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
- et la base cylindrique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

sont définies.

Le point M est repéré par la donnée de  $r$ ,  $\theta$  et  $z$ .



- a) Écrire le vecteur  $\vec{OM}'$  dans la base cartésienne .....
- b) Écrire le vecteur  $\vec{OM}'$  dans la base cylindrique .....
- c) Écrire le vecteur  $\vec{OM}$  dans la base cartésienne .....
- d) Écrire le vecteur  $\vec{OM}$  dans la base cylindrique .....

## 7 Principe fondamental de la dynamique

### 7.1 Un système de deux équations

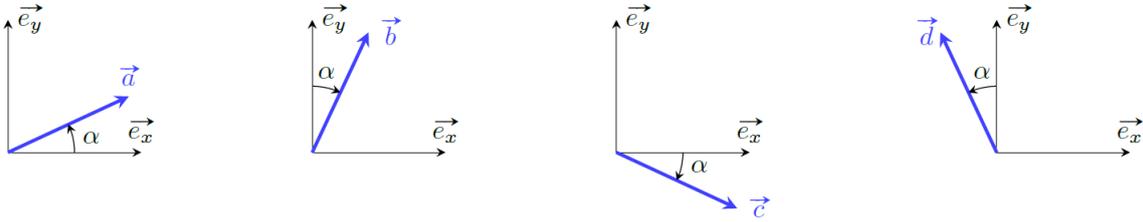
Un problème de mécanique fait intervenir une force d'intensité  $F$  et un angle  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . En projetant la seconde loi de Newton sur deux axes, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T + F \sin \alpha = mR\omega^2 \\ F \cos \alpha = mg. \end{cases}$$

- a) Déterminer  $F$  en fonction des données  $T$ ,  $m$ ,  $R$ ,  $\omega$  et  $g$ . .....
- b) Déterminer  $\alpha$  en fonction des données  $T$ ,  $m$ ,  $R$ ,  $\omega$  et  $g$ . .....

### 7.2 Des projections

On considère les vecteurs suivants :

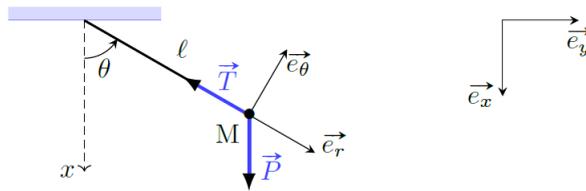


Décomposer dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  les vecteurs :

- a)  $\vec{a}$  .....
- b)  $\vec{b}$  .....
- c)  $\vec{c}$  .....
- d)  $\vec{d}$  .....

### 7.3 Avec un pendule simple

On considère la situation



Décomposer dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  les vecteurs suivants :

- a)  $\vec{P}$  .....
- b)  $\vec{T}$  .....
- c)  $\vec{P} + \vec{T}$  .....

### 7.4 Du vecteur position au vecteur accélération

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  sont, à chaque instant  $x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + x_0$ ,  $y(t) = -v_0t$  et  $z(t) = z_0$ .

Donner les expressions du vecteur :

- a) position .....
- b) vitesse .....
- c) accélération ..