DS 2 : circuits électriques

Durée : 3h

Indications

- Le sujet est divisé en 3 parties **indépendantes**.
- Une calculatrice **non programmable** ou une calculatrice **programmable en mode examen** est autorisée.
- Une absence d'unité non justifiée à la fin d'une application numérique **ne comptera aucun point**.
- Indiquer clairement le numéro de la question, aérer la copie et encadrer vos résultats afin de **faciliter le travail du correcteur**.

Données

- Développement limité à l'ordre 1 en zéro de la fonction $f(x) = e^{\alpha x}$ pour $x \ll 1$: $f(x) \approx 1 + \alpha x$.

---

1 Étude d'un circuit RL

Adapté du concours concours agronomique et vétérinaire - BCPST (2004)

Le circuit ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue de force électromotrice E. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

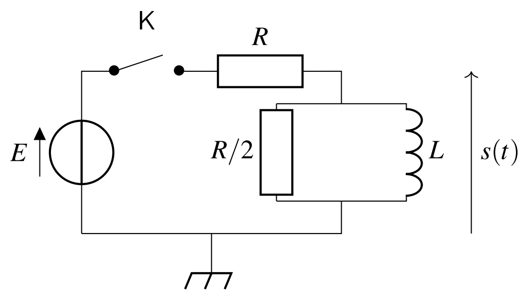

Figure 1: Schéma du circuit électrique

1. Y a-t-il continuité de la tension $s(t)$ en $t = 0$? Y a-t-il continuité du courant dans la résistance R en $t = 0$? Commenter physiquement les réponses. En déduire le comportement de $s(t)$ au voisinage de $t = 0^+$.
2. Déterminer également le comportement asymptotique de $s(t)$ lorsque $t \to \infty$.
3. Utiliser la loi des mailles dans les trois mailles du circuits.
4. À partir de la loi des mailles dans la maille adaptée, exprimer l'intensité du courant dans la branche contenant R en fonction de l'intensité du courant dans la branche contenant L.
5. À partir de la loi des mailles dans la maille adaptée, exprimer l'intensité du courant dans la branche contenant $R/2$ en fonction l'intensité du courant dans la branche contenant L.

6. Utiliser la loi des noeuds pour obtenir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans la branche contenant L.
7. Exprimer $s(t)$ en fonction du courant dans la branche contenant L.
8. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
9. En déduire $s(t)$.
10. Tracer l'allure de $s(t)$.
11. Exprimer en fonction de L et R le temps t_0 au bout duquel $s(t_0) = \frac{s(t=0^+)}{10}$.
12. En déduire une méthode expérimentale pour déterminer t_0 à l'oscilloscope. On précisera le montage électrique à réaliser et la mesure à effectuer concrètement.
13. On mesure expérimentalement : $t_0 = 3{,}0\,\mu\text{s}$. On donne : $R = 1000\,\Omega$. En déduire L.
14. On remplace le générateur continu par un générateur délivrant un signal périodique en créneaux. Quel doit être l'ordre de grandeur de la fréquence du générateur pour qu'on puisse effectivement mesurer t_0, en utilisant la méthode indiquée à la question 12, à l'oscilloscope ?

2 Charge d'un condensateur à travers une résistance

Adapté du concours communs polytechniques - TSI (2005)

Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série.
On place aux bornes A et B du dipôle un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K.
Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_s la tension aux bornes du condensateur.
A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

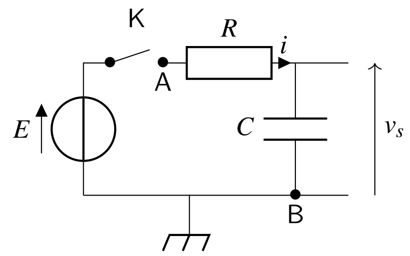

Figure 2: Schéma du circuit électrique

15. Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps très long (infini) après la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de v_s et de l'intensité i dans le circuit au bout d'un temps très long.
16. Exprimer la constante de temps τ du circuit en fonction des paramètres du système.
17. Déterminer son unité à partir d'une analyse dimensionnelle.
18. On se place à $t \geq 0$. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit v_s.
19. Établir l'expression de la tension $v_s(t)$ au cours du temps (pour $t \geq 0$). Trouver à partir de cette expression la valeur de $v_s(t)$ pour un temps très long. Vérifier que cette valeur correspond au comportement du condensateur prévu dans la question 15.
20. Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction $v_s(t)$ en précisant son asymptote. Calculer la valeur de la pente de la courbe à $t = 0$. Tracer la tangente à l'origine et calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.
21. Déterminer, en fonction de τ , l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge finale.
22. Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit pour $t \geq 0$. (L'orientation de $i(t)$ est précisée sur le schéma).
23. Exprimer l'énergie $\mathscr{E}_C$ emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et de E.

24. Déterminer, à partir des résultats de la partie précédente, l'expression de l'énergie $\mathscr{E}_J$ dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la charge. On exprimera $\mathscr{E}_J$ en fonction de C et de E.

25. Montrer, à partir des résultats de la partie précédente, que l'énergie $\mathscr{E}_g$ fournie par le générateur au cours de la charge est égale à $\mathscr{E}_g = CE^2$. Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge du condensateur.

3 Fonctionnement d'une minuterie

Étudions le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée t_0 réglable. Le montage du circuit est constitué d'un générateur de tension idéale de fem E = 30 V, d'un interrupteur K, d'un conducteur ohmique de résistance R, d'un condensateur de capacité C, d'un bouton poussoir qui joue le rôle d'un interrupteur (il est fermé seulement quand on appuie dessus), d'un composant électronique M qui permet l'allumage de la lampe L tant que la tension aux bornes du condensateur est inférieure à une tension limite, U_l =20 V caractéristique du composant. Le composant électronique possède une alimentation propre et ne perturbe pas le fonctionnement du circuit RC (la tension aux bornes du condensateur n'est pas influencée par la présence du composant M).

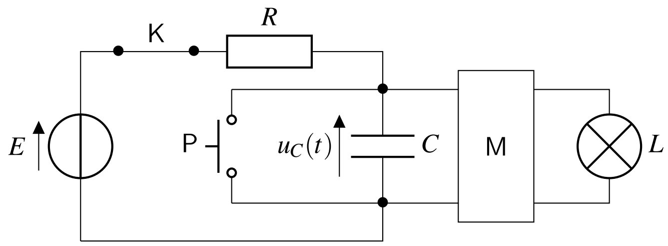

Figure 3: Schéma électrique.

À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé. On ferme l'interrupteur K, le bouton poussoir P est relâché.

26. Indiquer le branchement à réaliser pour observer la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ à l'aide d'un oscilloscope.

27. Donner l'équation différentielle que respecte $u_C(t)$.

28. Résoudre cette équation différentielle.

29. Donner l'expression de la constante de temps τ du circuit, et réaliser l'application numérique pour $R = 100$ kΩ et $C = 200$ µF.

30. Donner l'expression de t_e, l'instant à partir duquel la lampe s'éteint, soit quand $u_C(t)$ atteint la valeur limite U_l (la durée d'allumage de la lampe est donc $t_e - 0$).

    Calculer la valeur de t_e.

31. Tracer la courbe d'évolution de $u_C(t)$ entre $t = 0$ et $t = 140$ s lorsqu'à $t = 0$ on ferme l'interrupteur K et que le bouton poussoir P est relâché.

    Faire apparaître E, τ, T_R, t_e, le régime transitoire et le régime permanent.

32. Déterminer quel paramètre du montage on peut modifier pour augmenter la durée d'allumage de la lampe.

33. Calculer la valeur de la résistance R à fixer pour que la durée d'allumage de la lampe soit de 1 minute avec une capacité du condensateur $C = 200$ µF.

34. On appuie sur le bouton poussoir. Décrire la variation de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ (on considère que la résistance du circuit formé par le condensateur et le bouton poussoir est proche de 0).

    Décrire ce qui se passe lorsque la lampe est déjà allumée et lorsque la lampe est éteinte.