TD III. Interférences des ondes lumineuses

Exercice III.1. Questions de compréhension ★

1. Deux ondes lumineuses de même éclairement $\mathcal{E}$ interfèrent. **Déterminer** la valeur maximale de l'éclairement total.
2. Deux ondes lumineuses de même éclairement $\mathcal{E}$ interfèrent. **Déterminer** la valeur du déphasage lorsque l'éclairement total est à $\mathcal{E}$. **En déduire** la différence de chemin optique.
3. **Déterminer** l'ordre des franges brillantes visibles sur la Figure 4.8.

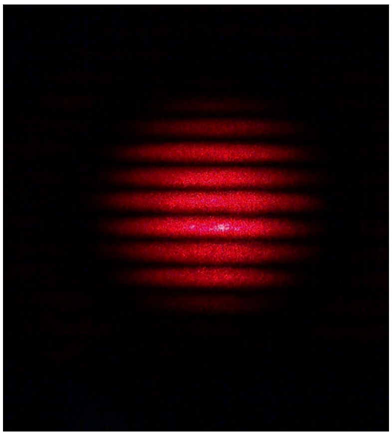

Figure 4.8 – Figure d'interférence produite par les trous d'Young [1].

4. Un dispositif de trous d'Young est installé de telle manière que la différence de marche entre les deux ondes lumineuses varient entre -3 µm et 3 µm sur la zone éclairée de l'écran, zone qu'on appelle champ d'interférence. La longueur d'onde des deux ondes est $\lambda = 532$ nm. **Déterminer** le nombre de franges brillantes et le nombre de franges sombres.
5. **Schématiser** une expérience de trous d'Young pour laquelle la distance entre les trous et un écran est égale à D et les trous sont orientés selon un axe (Ox'). **Retrouver** l'expression de la différence de chemin optique entre deux ondes $\delta = \frac{nax}{D}$.
6. À partir de l'expression de la différence dee chemin optique précédente, **en déduire** l'expression de l'interfrange i.
7. On constate que les franges de la figure d'interférence obtenue dans une expérience de trous d'Young sont trop serrées. **Déterminer** comment déplacer l'écran pour y remédier.
8. La Figure 4.8 a été obtenue à l'aide d'un capteur CCD rectangulaire avec une longueur de $4,4$ mm, une largeur de $4,0$ mm et comportant $9,0.10^6$ pixels carrés. **Déterminer** la valeur du côté l d'un pixel.
En déduire la valeur de l'interfrange i à partir de la Figure 4.8.
En déduire la valeur de la distance D entre le capteur et les trous sachant que $\lambda = 633$ nm et $a = 1,5$ mm.

Exercice III.2. Fentes d'Young et diffraction ★ ★

Le dispositif comprend un écran opaque percé de deux fentes identiques de très petite largeur $\varepsilon = 0,070$ mm, parallèle entre elles et distantes de $a = 0,40$ mm. On envoie un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm sur les fentes et on place un écran d'observation à distance $D = 1,5$ m derrière le dispositif.

On observe, comme on peut le voir sur la Figure 4.9, une figure symétrique sur un écran autour d'un point O, la lumière se répartissant le long d'axe (Ox) perpendiculaire aux fentes. On observe une tache centrale très lumineuse de largeur $2,7$ cm dont l'éclairement est modulé et des tâches latérales, deux fois

1. Source : site de François Legrand.

plus étroites et beaucoup moins lumineuses présentant la même modulation de l'éclairement. On cherche à interpréter ces observation.

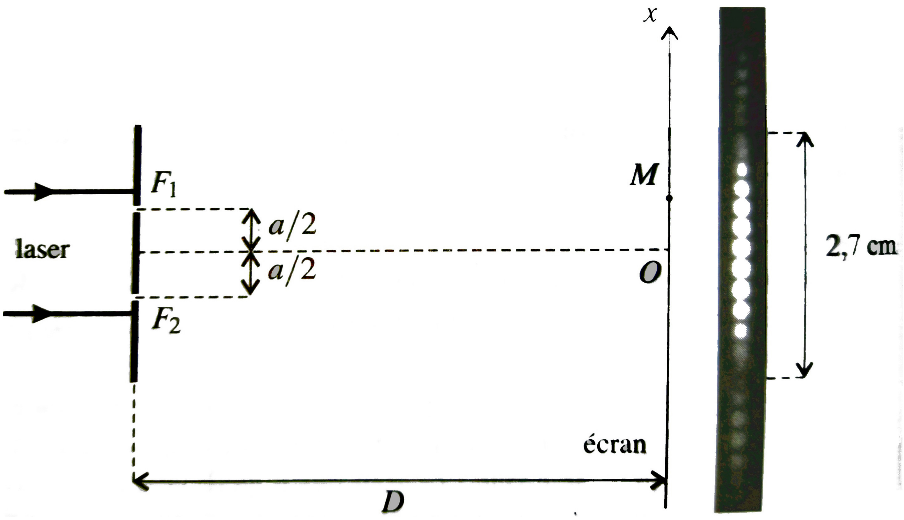

Figure 4.9 – Schéma de l'expérience.

1. **Exprimer** la tache L de la tache centrale de la figure de diffraction qu'on observerait sur l'écran s'il n'y avait qu'une seule fente de largeur ε. Montrer que les taches centrales de diffraction des deux fentes sont pratiquement confondues.
2. On appelle champ d'interférence l'intersection des taches centrales de diffraction. Il est centré en un point O situé à égale distance de fentes et peut être considéré d'après la question précédente comme le domaine $-\frac{1}{2}L \leq x \leq \frac{1}{2}L$ de l'axe (Ox). **Montrer** que pour un point M du champ d'interférence et d'abscisse x on a : $MF_2 - MF_1 = \frac{ax}{D}$ au premier ordre en $\frac{x}{D}$.
3. **Exprimer** alors le déphasage entre les deux ondes arrivant en M en fonction de λ, a, D et x. Les deux ondes ont la même phase initiale à leur départ de F_1 et F_2.
4. **Trouver** les coordonnées des points du champ d'interférence en lesquels il y a interférence constructrice. **Déterminer** leur nombre et comparer avec la Figure 4.9.
5. **Trouver** les coordonnées des points en lesquels il y a interférence destructrice. **Déterminer** la distance entre deux de ces points consécutifs. **Comparer** à la photographie de l'écran.

Exercice III.3. Système interférentiel type "miroirs de Fresnel" ★ ★ ★

On considère, dans l'air, deux miroirs plan M_1 et M_2 formant un dièdre d'arête A et d'angle voisin de $\pi/2$ tel que $\pi/2 - \alpha$ avec α petit. Une source lumineuse S, ponctuelle, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0, est placée dans le plan bissecteur du dièdre formé par les miroirs, à une distance R de l'arête. On étudie l'interférence entre les deux ondes suivantes : la première réfléchie par M_1 puis M_2, la seconde réfléchie par M_2 puis M_1. Le plan d'observation $\mathcal{P}$ est un écran perpendiculaire au plan bissecteur du dièdre, parallèle à son arête et situé à la distance z de $A (z > R)$.

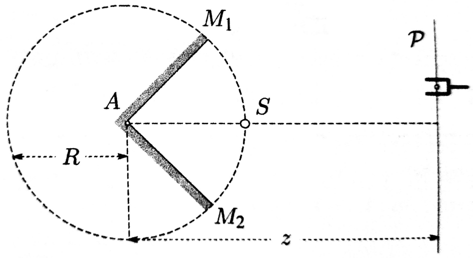

Figure 4.10 – Miroirs de Fresnel

1. **Déterminer** par une construction géométrique, la position de S_1', image de S_1 par M_2, elle-même image de S par M_1.
2. **Déterminer** par une construction géométrique, la position de S_2', image de S_2 par M_1, elle-même image de S par M_2.
3. **Déterminer** à l'aide d'une construction géométrique, la région dans laquelle les rayons issus des sources S_1' et S_2' se superposent.
4. **Montrer** que la distance entre les deux sources est $4\alpha R$.
5. En faisant l'analogie avec l'expériences des trous d'Young, **calculer** l'interfrange, le champ d'interférence ainsi que le nombre de franges brillantes sachant que $\lambda_0 = 0{,}6\,\mu\mathrm{m}$, $R = 10\,\mathrm{cm}$, $z = 70\,\mathrm{cm}$ et $\alpha = 2\times10^{-3}\,\mathrm{rad}$.

Exercice III.4. Interféromètre de Rayleigh ★ ★

On observe les phénomènes d'interférence, produit dans un plan $\mathcal{P}$, par le dispositif des fentes d'Young. Les deux fentes sont éclairées par une source S, ponctuelle, monochromatique, située au foyer d'objet d'une lentille mince convergente L. Entre L et les fentes, on place deux tubes identiques, T_1 et T_2, de longueur $l = 60\,\mathrm{cm}$, fermés par des lames de verre, à faces parallèles ; ces tubes contiennent un même fluide.

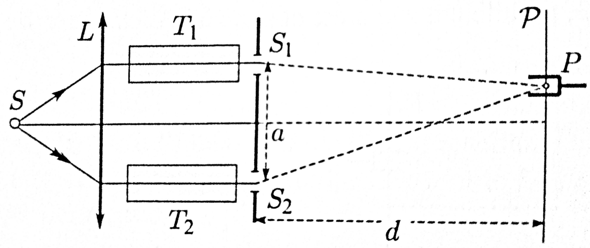

Figure 4.11 – Miroirs de Fresnel

1. **Déterminer** l'interfrange des franges observées, sachant que la distance entre les fentes vaut $a = 1\,\mathrm{cm}$ et que leur distance à $\mathcal{P}$ est $d = .30\,\mathrm{cm}$; la longueur d'onde (dans le vide) de la lumière émise par S vaut $\lambda_0 = 632{,}8\,\mathrm{nm}$.
2. Comme les franges sont trop fines pour être observées à l'oeil nu, on se sert d'une lentille mince comme loupe. À travers cette loupe, on voit les franges, sans accommoder, sous un angle α_i égal à $3'$. **Déterminer** la distance focale de la loupe.
3. La température de T_1 augmente très légèrement de sorte que l'indice de réfraction n du fluide diminue de ε. Les franges se déplacent alors d'une distance égale à l'interfrange. **Calculer** ε.

Exercice III.5. Miroir de Lloyd ★ ★

Le dispositif interférentiel représenté ci-dessous est appelé miroir de H. Lloyd. La source ponctuelle S, située à une distance h d'un miroir plan, de côté $AB = l = 24\,\mathrm{cm}$, émet dans toutes les directions une onde lumineuse, de longueur d'onde $\lambda = 0{,}6\,\mu\mathrm{m}$. La distance $b = HA$ vaut $1\,\mathrm{cm}$ et $h \ll b$ tel que colorred$h = 0{,}25\,\mathrm{mm}$.

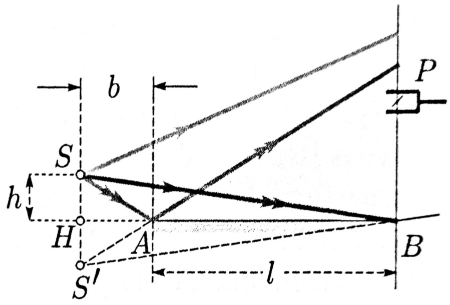

Figure 4.12 – Miroirs de Lloyd

1. **Déterminer** par une construction géométrique, la position de S', image de S par M.
   Le point S' est le symétrique du point S par rapport au plan du miroir AB. Il se situe donc à une distance h du point H.
2. **Déterminer** à l'aide d'une construction géométrique, la région dans laquelle les rayons issus des sources S et S' se superposent.
   Le dernier rayon issu du point source S est le rayon SA. Un rayon qui n'est pas réfléchi entre les points A et B ne correspond pas aux rayons émis par le point image S'. Ainsi le dernier rayon issu de S' qui limite la région où les rayons se superposent est l'image du rayon SA, soit $S'A$. D'après Thalès
   $$\frac{HS}{HA} = \frac{y_{\max}}{l} \quad \Longleftrightarrow \quad y_{\max} = l\frac{h}{b}$$
   avec $y_{\max}$ la position limite de la région dans laquelle les rayons se superposent au niveau de l'écran en B.
   A.N.
   $$y_{\max} = 24 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \times \frac{0{,}25 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}}{1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}} = 6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}.$$
3. En faisant l'analogie avec l'expériences des trous d'Young, **calculer** l'interfrange, le champ d'interférence ainsi que le nombre de franges brillantes. Attention, la réflexion sur le miroir implique un déphasage supplémentaire de π sur le rayon réfléchi.
   D'après l'espérience des trous d'Young, l'interfrange est
   $$i = \frac{\lambda\,(l+b)}{n2h}.$$
   A.N.
   $$i = \frac{0{,}6 \times 10^{-6}\,\mathrm{m} \times (24 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} + 1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})}{1 \times 2 \times 0{,}25 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}.$$
   La réflexion sur le miroir implique un déphasage supplémentaire de π sur le rayon réfléchi, le déphasage entre les deux rayons au niveau de l'écran est donc
   $$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_{\text{incident}} - \varphi_{\text{réfléchi}} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} n\,(\omega t - kSM) - \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} n\,(\omega t - kS'M) + \pi\right] \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} n\,(S'M - SM) - \pi.\end{aligned}$$

En utilisant les conclusions obtenues lors de l'étude des trous d'Young, il vient que

$$S'M - SM =$$

à l'ordre 1 en $l+b$. Ainsi

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{2nhy}{l+b} - \pi.$$

Une frange brillante, située en y_m, respecte la condition de déphasage

$$\Delta\varphi = 2\pi m.$$

Ainsi

$$\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{2nhy_m}{l+b} - \pi = 2\pi m \quad\Longleftrightarrow\quad \frac{2nhy_m}{\lambda_0\,(l+b)} - \frac{1}{2} = m \quad\Longleftrightarrow\quad y_m = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0\,(l+b)}{2nh}.$$

On recherche le rang m de la dernière frange brillante, soit

$$m_{\max} = \frac{2nhy_{\max}}{\lambda_0\,(l+b)} - \frac{1}{2}.$$

A.N.

$$m_{\max} = \frac{2\times 1\times 0{,}25\times 10^{-3}\,\mathrm{m}\times 6\times 10^{-3}\,\mathrm{m}}{0{,}6\times 10^{-6}\,\mathrm{m}\times(24\times 10^{-2}\,\mathrm{m}+1\times 10^{-2}\,\mathrm{m})} - \frac{1}{2} = 19{,}5$$

donc $m_{\max} = 19$.
On recherche le rang m de la première frange brillante, soit

$$m_{\min} = \frac{2nh\times 0}{\lambda_0\,(l+b)} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

donc $m_{\min} = 0$.
Le nombre de franges brillantes N est donc

$$N = m_{\max} - m_{\min} + 1 = 20.$$