Travaux dirigés

Chapitre 5 - Mécanique du point

TD I. Cinématique du point

Exercice I.1. Test d'accélération d'une voiture ★

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse initiale nulle).

1. Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180$ m. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D.
2. Quelle est alors la distance d'arrêt pour une déccélérration de 7 m.s^{-2}.

Exercice I.2. Courses entre deux véhicules radio-commandés ★

Deux modèles réduits de voitures radio-commandées ont des performances différentes : le premier a une accélération de 4,0 m.s^{-2}, le second de 5,0 m.s^{-2}. Cependant l'utilisateur de la première voiture a plus de réflexes que celui de la seconde, ce qui lui permet de la faire démarrer 1,0 s avant le second.

1. À partir de l'expression des accélérations des voitures, **exprimer** leur vitesse puis leur position en fonction du temps.
2. **Déterminer** le temps nécessaire au deuxième véhicule pour rattraper l'autre.
3. Les deux modèles réduits participent à des courses de 100 m et 200 m. **Déterminer** s'il est possible que le perdant du 100 m prenne sa revanche au 200 m.
4. **Calculer** pour les deux courses la vitesse finale de chacun des véhicules.

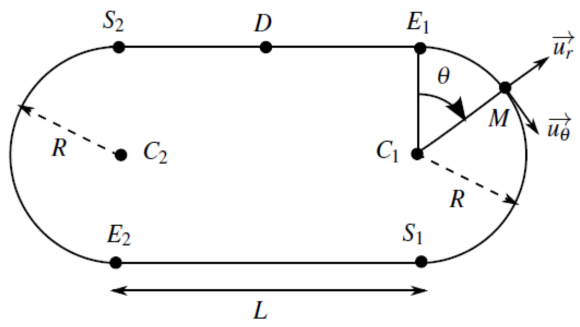
Exercice I.3. Électron dans le modèle atomique de Bohr ★ ★

Le modèle de Bohr est un modèle planétaie semi-classique de l'atome d'hydrogène. On rappelle que l'atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron. Dans le modèle de Bohr, l'électron a une trajectoire circulaire et uniforme autour du proton de rayon $a_0 = 0,56.10^{-10}$ m. La fréquence de révolution de l'électron est égale à $f = 6,6.10^{15}$ Hz.

1. **Choisir** un système de coordonnées adapté et **exprimer** le vecteur position de l'électron. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.
2. **Déterminer** la vitesse de l'électron sur sa trajectoire et **calculer** sa norme. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.
3. **Déterminer** l'accélération de l'électron et **calculer** sa valeur. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.

Exercice I.4. Parcours d'un cycliste sur un vélodrome ★ ★

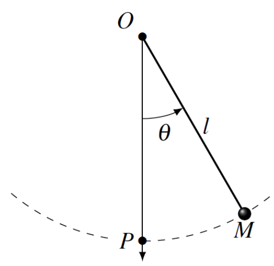
On s'intéresse à un cycliste, considéré comme un point matériel M, qui s'entraîne sur un vélodrome constitué de deux demi-cercles reliées par deux lignes droites tel que $L = 62$ m et $R = 20$ m. Le cycliste part de D avec une vitesse nulle.



1. Le cycliste exerce un effort constant ce qui se traduit par une accélération constante a_1 jusqu'à l'entrée E_1 du premier virage. **Calculer** le temps t_{E_1} de passage en E_1 ainsi que la vitesse v_{E_1} en fonction de a_1 et L.
2. Dans le premier virage, le cycliste a une accélération tangentielle (suivant $\overrightarrow{u_\theta}$) constante et de valeur égale à a_1. **Déterminer** le temps t_{S_1} de passage en S_1 ainsi que la vitesse v_{S_1} en fonction de a_1, L et R.
3. De même, en considérant l'accélération tangentielle constante tout au long du premier tour et de valeur égale à a_1, déterminer les temps t_{E_2}, t_{S_2} et t_D (après un tour), ainsi que les vitesses correspondantes.
4. La course s'effectue sur quatre tours (1 km) mais on ne s'intéresse donc qu'au premier effectué en $t_1 = 18,155$ s (Temps du britannique Chris Hoy aux Championnats du monde de 2007). **Déterminer** la valeur de l'accélération a_1 ainsi que la vitesse atteinte en D. La vitesse mesurée sur piste est d'environ 60 km.h^{-1}. **Déterminer** ce qu'on doit modifier dans le modèle pour qu'il se rapproche de la réalité.

Exercice I.5. Étude cinématique du pendule simple ★ ★

Le mouvement d'un point M accroché à un fil de longueur l dont l'autre extrémité est fixée en un point O s'inscrit sur une portion de cercle de centre O et de rayon l. On repère alors le point M dans le référentiel $\mathscr{R}$ par sa coordonnée angulaire θ définie sur la figure ci-après et on observe des oscillations pendulaires. Lorsque les oscillations sont de faibles amplitudes, on observe que l'angle polaire θ est tel que $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t)$ en choisissant pour origine des temps l'instant où M passe au point P.



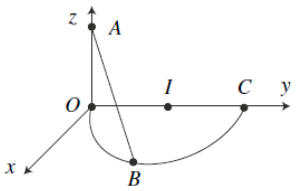
1. **Définir** sur un schéma la base locale de projection polaire. Donner l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération sur cette base.
2. **Définir** la base cartésienne de projection et donner l'expression du vecteur position sur cette base.
3. Lorsque $\theta_0 << \frac{\pi}{2}$, on a $\theta(t) << \frac{\pi}{2}$ à tout instant et on peut utiliser les approximations suivantes : $\cos\theta \approx 1$ et $\sin\theta \approx \theta$.
   Dans ces conditions, **déterminer** les composantes des vecteurs vitesses et accélération en coordonnées cartésiennes.
4. En changeant l'origine du repère cartésien pour la placer en P, montrer que l'on obtient alors une relation remarquable entre les vecteurs $\overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{a}$. **Rappeler** à quoi correspond cette équation.

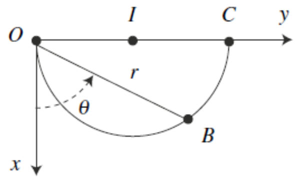
Exercice I.6. Mouvement de l'extrémité d'une barre, d'après ENAC 2003 ★ ★ ★

Dans le référentiel $\mathscr{R}$ de repère $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_z})$ défini sur les figures ci-dessous, une barre rectiligne AB de longueur $2b$ se déplace de sorte que :

— son extrémité A se trouve sur le demi-axe positif (Oz)

— son extrémité B décrit le demi-cercle du plan (xOy) de centre $I(0, b, 0)$ et de rayon b, à la vitesse angulaire ω constante et positive. à l'instant $t = 0$, B se trouve en O.





1. **Déterminer** la durée Δt du mouvement.
2. On note φ l'angle $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IB})$, **déterminer** une relation simple entre φ et θ.
3. **Établir** les expressions des coordonnées polaires ρ et θ de B au cours du temps t.
4. **Déterminer** l'angle $\alpha = (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB})$ en fonction de ω et t.
5. **Décrire** le mouvement de la barre entre l'instant initial et l'instant final.
6. **Calculer** les coordonnées cartésiennes X, Y et Z du milieu J de la barre.
7. **Déterminer** la vitesse $\overrightarrow{v}$ et l'accélération $\overrightarrow{a}$ de J, ainsi que leurs normes.