

Chapitre 1 - Induction et forces de Laplace

Leçon I. Le champ magnétique et ses actions

Les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières différentes : à partir d'un aimant ou grâce à la circulation d'un courant électrique. Dans cette leçon, nous décrirons ces phénomènes de production de champ magnétique et nous verrons rapidement comment ces ils sont liés fondamentalement.

Après avoir expliquer comment produire un champ magnétique, nous verrons quels sont les actions d'un champ magnétiques.

Commençons par expliquer la production d'un champ magnétique par un courant électrique.

I.1. Champ magnétique généré par un courant

I.1.a Théorème d'Ampère

En 1820, Hans-Christian Oersted (1777-1851), professeur de physique danois, montre qu'**une aiguille aimantée placée près d'une portion de circuit électrique s'oriente perpendiculairement à la portion de circuit.**

L'expérience d'Oersted est alors reproduite à l'Académie des Sciences de Paris devant le mathématicien, physicien, chimiste et philosophe français Marie-André Ampère (1775-1836). Ce dernier, fasciné par ce phénomène, se lance dans l'étude systématique des interactions magnétiques entre courants électriques et aimants. À partir des multiples expériences qu'il va mener, il tire des lois mathématiques précises qui lui permettent de fonder l'électrodynamique au travers d'une série de 61 mémoires.

À la suite de nombreuses expériences, Ampère a pu formaliser l'expression d'un champ magnétique \vec{B} généré par une boucle de courant I stationnaire en un point M quelconque de l'espace.

Il montre que

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{ent}$$

avec μ_0 la perméabilité du vide, \mathcal{C} un contour choisi par l'observateur, $\vec{B}(M)$ la valeur du champ magnétique au point M du contour \mathcal{C} , $d\vec{l}(M)$ l'élément infinitésimal du contour \mathcal{C} au point M , et I_{ent} les intensités des courants entrelacés par le contour.

Attention **les intensités entrelacées sont algébrisées**. Pour établir leur signe, on utilise la règle du tire-bouchon vue dans le chapitre portant sur les rotations. Le sens de parcours du contour \mathcal{C} donne l'orientation des doigts de la main, si l'intensité est dans le même sens que le pouce, elle est comptée positivement, dans le cas contraire, elle est comptée négativement.

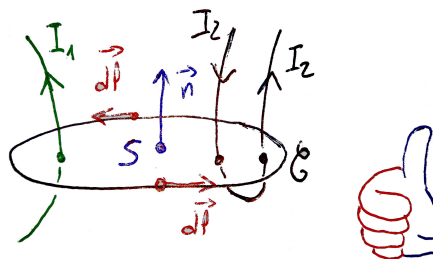


FIGURE 1.1 – Calcul de l'intensité du courant entrelacés dans la boucle \mathcal{C} .

On emploie le plus souvent le théorème d'Ampère dans le cas de géométrie de courant simple, car, dans ce cas, l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ est exprimée simplement à l'aide du principe de Curie.

1.1.b Principe de Curie et invariances

Le principe de symétrie de Curie établit par Pierre Curie en 1894 : "les effets ont au moins les symétries des causes". Ainsi si on considère que l'effet est un champ, alors il possède les mêmes symétries que les causes qui lui donnent naissance.

La cause d'un champ magnétique est le courant électrique, en repérant **les plans de symétrie de la distribution de courants**, on obtient **les plans d'antisymétrie du champ magnétique**. Et inversement, en repérant **les plans d'antisymétrie de la distribution de courants**, on obtient **les plans de symétrie du champ magnétique**.

Nota bene

Le champ magnétique est un champ particulier, c'est pourquoi, contrairement au champ électrique qui possède les mêmes plans de symétrie que la distribution de charges électriques qui lui donne naissance, ses plans de symétrie et d'antisymétrie sont inversés par rapport à la distribution de courants.

On retiendra qu'un champ en un point M est contenu dans ses plans de symétrie passant par M , et orthogonal à ses plans d'antisymétrie passant par M . Ainsi, **le champ magnétique au point M est contenu dans les plans d'antisymétrie de la distribution de courant passant par M , et est orthogonal aux plans de symétrie de la distribution de courant passant par M .**

Exemple :

Si la distribution de courant possède un plan de symétrie selon le plan Oxy au point M , alors le champ magnétique au point M est orthogonal à ce plan, le champ est seulement selon l'axe Oz .

Avant cette recherche des plans de distributions des courants, le champ magnétique était inconnu, son expression générale était

$$\vec{B}(M) = B_x(x, y, z) \vec{u}_x + B_y(x, y, z) \vec{u}_y + B_z(x, y, z) \vec{u}_z.$$

Grâce à la recherche des plans de distributions du courant, on sait désormais qu'il est seulement selon l'axe Oz donc son expression se réduit à

$$\vec{B}(M) = B_z(x, y, z) \vec{u}_z.$$

On peut encore réduire son expression en recherchant les invariances du problème.

Il y a **invariance** du problème lorsqu'au cours d'une translation selon un axe, ou d'une rotation selon un axe, le problème reste le même. Dans ce cas, le champ ne dépend pas de la coordonnée liée à la translation ou à la rotation.

Exemple :

Si le problème est invariant selon une translation selon l'axe Oz alors le champ ne dépend pas de la coordonnée z , ainsi on passe d'une forme générale

$$\vec{B}(M) = B_x(x, y, z) \vec{u}_x + B_y(x, y, z) \vec{u}_y + B_z(x, y, z) \vec{u}_z$$

à une forme simplifiée

$$\vec{B}(M) = B_x(x, y) \vec{u}_x + B_y(x, y) \vec{u}_y + B_z(x, y) \vec{u}_z.$$

Si le problème est invariant selon une rotation autour de l'axe Oz , soit une rotation selon la coordonnée angulaire θ dans un repère cylindrique, alors on passe d'une forme générale

$$\vec{B}(M) = B_\rho(\rho, \theta, z) \vec{u}_\rho + B_\theta(\rho, \theta, z) \vec{u}_\theta + B_z(\rho, \theta, z) \vec{u}_z$$

à une forme simplifiée

$$\vec{B}(M) = B_\rho(\rho, z) \vec{u}_\rho + B_\theta(\rho, z) \vec{u}_\theta + B_z(\rho, z) \vec{u}_z.$$

Appliquons ces principes pour une distribution particulière de courant électrique afin d'obtenir l'expression du champ magnétique qu'elle génèrent. Nous généraliserons le résultat obtenu à une autre distribution.

1.1.c Fil infini

Considérons un fil électrique infini selon l'axe Oz parcouru par une intensité de courant électrique I . La géométrie du problème étant cylindrique, le repère le mieux adapté est le repère cylindrique. On peut exprimer le champ magnétique tel que

$$\vec{B}(\rho, \theta, z) = B_\rho(\rho, \theta, z) \vec{u}_\rho + B_\theta(\rho, \theta, z) \vec{u}_\theta + B_z(\rho, \theta, z) \vec{u}_z.$$

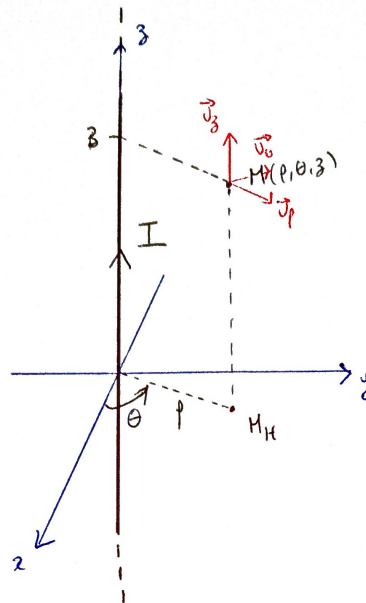


FIGURE 1.2 – Fil électrique infini.

Recherche des symétries

On choisit un point M quelconque de coordonnée ρ, θ, z . On constate que la distribution de courant possède un plan d'antisymétrie selon $O\vec{u}_\rho \vec{u}_\theta$ au niveau du point M : le courant est perpendiculaire à ce plan et comme le fil est infini il y a toujours autant de courant orienté vers le haut de chaque côté de ce plan.

Le champ magnétique est donc contenu dans ce plan. Il vient donc qu'on peut exprimer le champ au point M uniquement selon \vec{u}_ρ et \vec{u}_θ

$$\vec{B}(M) = B_\rho(\rho, \theta, z) \vec{u}_\rho + B_\theta(\rho, \theta, z) \vec{u}_\theta.$$

On constate, également, qu'au point M la distribution de courant possède un plan de symétrie selon $O\vec{u}_\rho \vec{u}_z$ (le courant est contenu dans ce plan). Ainsi le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan, le champ magnétique n'est donc pas selon \vec{u}_ρ et \vec{u}_z . Il devient

$$\vec{B}(M) = B_\theta(\rho, \theta, z) \vec{u}_\theta.$$

Recherche des invariances

On constate que si on translate le fil selon l'axe Oz le problème ne change pas car le fil est infini, ainsi, le champ ne dépend pas de la coordonnée z , il vient que

$$\vec{B}(M) = B_\theta(\rho, \theta) \vec{u}_\theta.$$

De plus, on constate que si on fait tourner le fil d'un angle θ le problème ne change pas, ainsi, le champ ne dépend pas de la coordonnée θ , il vient que

$$\vec{B}(M) = B_\theta(\rho) \vec{u}_\theta.$$

Application du théorème d'Ampère

Grâce à cette expression du champ, on peut choisir un contour \mathcal{C} adapté au problème pour appliquer le théorème d'Ampère.

On choisit un contour correspondant à un cercle passant par le M , et l'élément infinitésimal du contour est \vec{dl} orienté de telle manière que le courant I entrelacé par \mathcal{C} est compté positivement. On peut alors appliquer le théorème d'Ampère

$$\oint_{\mathcal{C}} B_\theta(\rho) \vec{u}_\theta \cdot \vec{dl} = \mu_0 I$$

d'après le schéma, l'élément \vec{dl} est telle que

$$\vec{dl} = \rho d\theta \vec{u}_\theta$$

ainsi

$$\oint_{\mathcal{C}} B_\theta(\rho) \vec{u}_\theta \cdot \rho d\theta \vec{u}_\theta = \mu_0 I$$

donc

$$\oint_{\mathcal{C}} B_\theta(\rho) \rho d\theta = \mu_0 I.$$

Comme l'intégrale dépend uniquement de θ , il vient que

$$B_\theta(\rho) \rho \int_0^{2\pi} d\theta = \mu_0 I$$

soit

$$B_\theta(\rho) \rho 2\pi = \mu_0 I$$

donc

$$B_\theta(\rho) = \mu_0 \frac{I}{2\pi\rho}.$$

Finalement, le champ magnétique en M produit par un fil infini est

$$\vec{B}(M) = \mu_0 \frac{I}{2\pi\rho} \vec{u}_\theta.$$

La valeur du champ dépend de la valeur de l'intensité du courant et diminue linéairement avec la distance ρ du point M par rapport au fil.

Dans le cas d'un fil électrique parcouru par un courant électrique avec une intensité de 1 A, la valeur du champ magnétique à une distance de 10 cm est

$$B(M) = \mu_0 \frac{I}{2\pi\rho} = 4\pi \cdot 10^{-7} \times \frac{1}{2\pi \times 0,10\text{m}} = 2 \times 10^{-6} \text{T}.$$

L'unité du champ magnétique s'exprime en Tesla, noté T. On constate qu'un champ magnétique de 1 T est un champ très important. C'est, en ordre de grandeur, la valeur du champ magnétique généré par les appareils d'imagerie à résonance magnétique (IRM). Cela est à comparer avec la valeur, en ordre de grandeur, du champ magnétique terrestre au niveau de la surface qui est d'une cinquantaine de μT en moyenne.

👉 Nota bene

On constate que la perméabilité du vide μ_0 peut s'exprimer en $\text{T} \cdot \text{m}$, ainsi

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m}.$$

Nous verrons bientôt que l'unité que l'on préfère employée pour cette grandeur est différente.

1.1.d Lignes de champs

Afin de représenter le champ magnétique, on utilise la notion de lignes de champs.

♥ Définition

Une ligne de champ d'un champ vectoriel $\vec{V}(M)$ est une ligne qui est tangente au vecteur $\vec{V}(M)$ en chacun de ses points M .

Dans le cas d'un champ magnétique généré par un fil de courant infini les lignes de champs décrivent des cercles orientés selon la règle de la main droite : ici la direction de circulation du champ magnétique donne la direction des doigts de la main droite, et la direction du pouce correspond au sens de circulation du courant comme on peut le voir Figure 1.3.

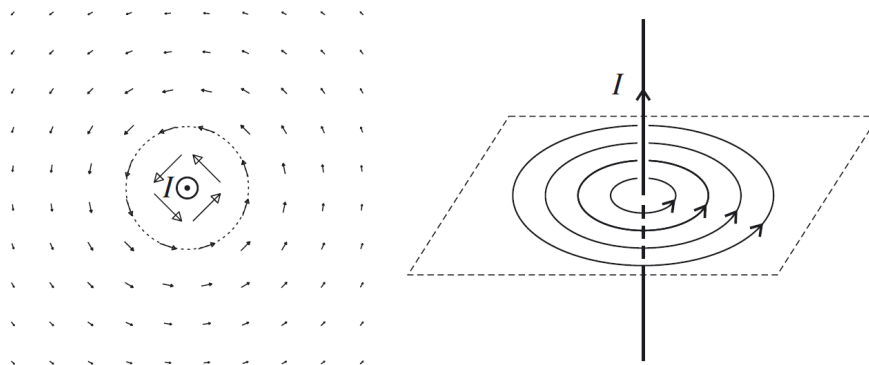


FIGURE 1.3 – Représentation des lignes du champ magnétique généré par un fil de courant infini.

On retiendra, que les lignes de champs magnétiques correspondent toujours à **des boucles orientées fermées** (certaines boucles ne sont pas toujours représentées entièrement).

Comme on l'a vu, **dans le cas du fil infini**, plus la ligne de champ circulaire est éloignée du fil, et plus la valeur du champ diminue. De plus, on constate que le long d'une ligne de courant la valeur du champ magnétique est constante.

Ce n'est pas le cas pour toutes les distributions de courant électriques.

1.1.e Spire de courant

Une autre distribution intéressante, est la spire de courant. En utilisant la règle de la main droite on peut tracer de manière grossière les lignes du champs magnétique généré par cette distribution. On retiendra que la répartition illustrée Figure 1.4.

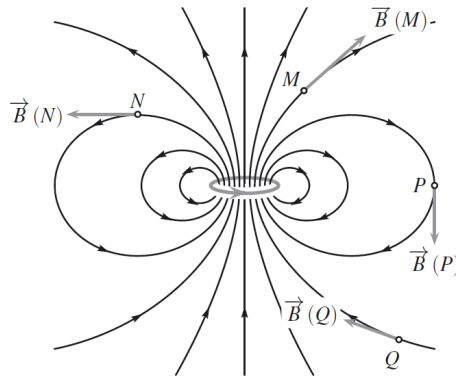


FIGURE 1.4 – Représentation des lignes du champ magnétique généré par une spire de courant.

Dans le cas de cette distribution, la valeur du champ sur une ligne de champ n'est pas constante : le champ magnétique en un point éloigné de la source de courant d'une ligne de champ est moins important que le champ magnétique en un point proche de la source de courant pour cette même ligne de champ.

♥ Définition

La norme du champ magnétique augmente le long d'une ligne de champ quand les lignes de champ voisines se rapprochent.

C'est pourquoi la norme du champ dans le cas du fil infini est constante le long de la ligne de champ : chaque point d'une ligne est à la même distance des lignes voisines que les autres points de cette ligne.

Ce n'est pas vrai pour la spire de courant, on voit que les lignes de champs s'écartent les unes des autres lorsqu'elles s'éloignent de la source.

Le cas de la spire de courant nous permet de définir une nouvelle grandeur **le moment magnétique**.

♥ Définition

Le moment magnétique d'une boucle de courant plane, de surface S , parcourue par un courant d'intensité I est le vecteur

$$\vec{M} = i \vec{S}$$

avec \vec{S} le vecteur surface de la boucle orienté à partir du sens du courant I et de la règle de la main droite comme illustré Figure 1.5.

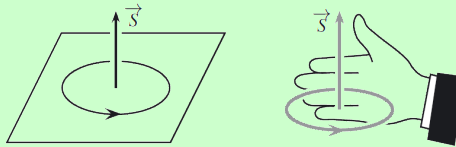


FIGURE 1.5 – Boucle plane de courant et son vecteur surface \vec{S} .

La valeur du moment magnétique s'exprime en $A \cdot m^2$.

1.1.f Bobine longue

On peut considérer qu'une bobine est un empilement de spires de courant. Le champ magnétique généré est alors la superposition des champs de plusieurs spires, comme représenté comme illustré Figure 1.6.

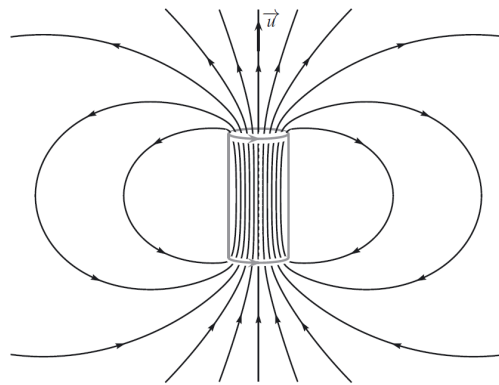


FIGURE 1.6 – Représentation des lignes du champ magnétique généré par une bobine.

On constate que, si les lignes de champs s'écartent les unes des autres hors de la bobine, ce qui correspond à une diminution de la norme du champ magnétique avec l'éloignement, les lignes de champs dans la bobine restent à distances constantes. Ainsi, la norme du champ magnétique est constante à l'intérieur de la bobine.

Partout dans la bobine? Non, on voit que sur les bords, les lignes s'évasent. C'est ce qu'on appelle **les effets de bords**. Pour les éviter et exploiter un champ magnétique de norme constante, on utilise des bobines de longueur importante par rapport à leur rayon. On peut voir sur la Figure 1.7 la variation de la norme du champ à l'intérieur de bobines présentant des rapport longueur sur rayon l/r différents.

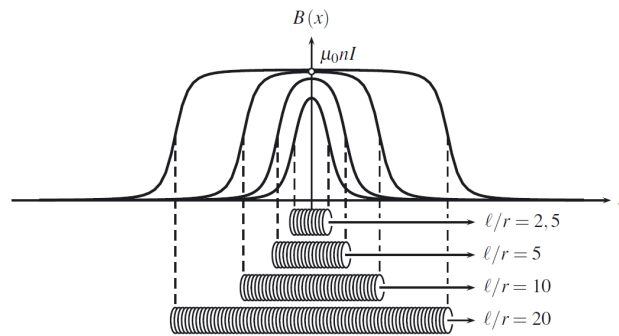


FIGURE 1.7 – Norme du champ magnétique le long de l'axe de différentes bobines

♥ Définition

La norme du champ magnétique à l'intérieur une bobine longue non affecté par les effets de bords est

$$B = \mu_0 n I.$$

Avec I le courant parcourant la bobine, et n la densité linéique de spire, soit le nombre de spire N empilé sur une longueur L .

1.1.g Champ magnétique généré par un aimant

Nous avons vu des exemples de champs magnétiques générés par des distributions de courant. Mais nous savons que l'autre façon de générer un champ magnétique est d'utiliser un aimant. Comment faire le lien entre ces deux types de production de champ magnétique.

C'est Ampère qui, le premier, eut l'intuition que la génération de champ magnétique par les aimants été due au fait qu'ils étaient constitués de petites spires de courant microscopique. En effet, de nos jours, on sait que certains atomes (ou molécules) possèdent un moment dipolaire magnétique du fait de leur structure électronique. Dans un matériau non aimanté, les moments dipolaires sont orientés de façon aléatoire de sorte que les effets s'annihilent. C'est la situation que l'on rencontre quand le matériau est non aimanté ou trop chaud, l'agitation thermique étant alors responsable de ce désordre. En revanche, dans un aimant, les moments microscopiques tendent à s'aligner grâce à une interaction d'origine quantique (on parle de couplage ferromagnétique) et parce que l'agitation thermique n'est pas trop importante comme illustré Figure 1.8. Dans ce cas, l'aimant présente un moment magnétique macroscopique suffisamment important pour créer un fort champ magnétique. Bien entendu, lorsqu'on chauffe l'aimant au delà d'une certaine température (dite température de Curie), l'ordre ferromagnétique est rompu et l'aimant perd son aimantation.

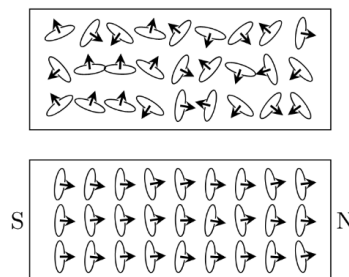


FIGURE 1.8 – Moments magnétiques microscopiques d'un matériau non ferromagnétique (haut) et d'un aimant (bas).

Le moment magnétique global \vec{M} d'un aimant est donc la somme de tous ces moments magnétiques microscopiques.

On voit donc qu'on peut utiliser la notion de moment magnétique à une boucle de courant, une bobine et un aimant. On peut démontrer que **la valeur du champ magnétique créé par ces sources pour une distance très supérieure à leur taille caractéristique** (rayon de la spire, longueur de la bobine ou plus grande dimension de l'aimant) **ne dépend que de la valeur de leur moment magnétique \vec{M}** en première approximation.

En retiendra qu'en ordre de grandeur le moment magnétique d'un aimant est de $10 \text{ A} \cdot \text{m}^2$, alors que le moment magnétique de la Terre est de $7,9 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$.

Ainsi une source quelconque de champ magnétique peut être représenté par un moment magnétique \vec{M} comme cela est illustré Figure 1.9.

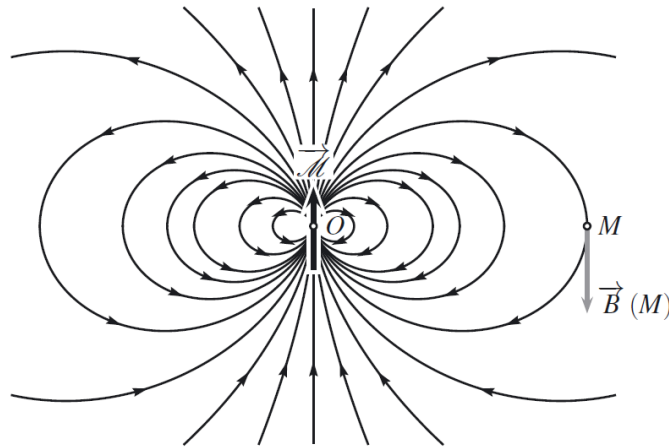


FIGURE 1.9 – Lignes de champs d'un moment magnétique.

Un aimant, par exemple, a cette distribution de lignes de champ, et son moment magnétique \vec{M} est dirigé du pôle nord vers le pôle sud de l'aimant.

Nota bene

La Terre ayant un moment magnétique, elle peut être vue comme un gigantesque aimant dont les lignes de champs ont la même distribution qu'illustré plus haut. Néanmoins, le nord et sud magnétiques de la Terre sont en fait un sud et un nord : les lignes de champs magnétiques sortent au niveau du pôle sud et plongent au niveau du pôle nord de la Terre.

1.2. Actions du champ magnétique

L'origine du champ magnétique maintenant définie, on peut maintenant considérer un champ magnétique extérieur à un système sur lequel agit le champ magnétique. Afin de simplifier le problème on considère que le champ magnétique extérieur est uniforme, on se trouve donc dans une zone où les lignes de champs sont équidistantes (on se trouve, par exemple, au centre d'une très grande bobine).

Nous allons utiliser une force déjà rencontrée un peu plus tôt.

1.2.a Force de Laplace

Nous avons vu dans la leçon Grandeurs électrique, qu'un courant continu i parcourant un fil électrique pouvait s'exprimer tel que

$$i = \frac{Nq}{dt}$$

avec N le nombre de porteurs de charge de charge q passant au travers de la section S du fil pendant la durée infinitésimale dt .

Nous savons que ces porteurs de charges sont les électrons de charge $q = -e$ qui se déplacent avec une vitesse moyenne v_{moy} de sens opposé au courant i , donc qui doit être compté négativement. Pendant une durée dt , les électrons parcourent donc une longueur infinitésimale de fil dl telle que

$$v_{moy} = -\frac{dl}{dt}$$

ainsi, on peut reexprimer le courant I . Il vient que

$$i = -e \times (-v_{moy}) \frac{N}{dl}.$$

En multipliant par la section S en haut et en bas de l'expression, il vient que

$$i = ev_{moy} S \frac{N}{Sdl}.$$

On reconnaît la quantité d'électron par unité de volume du fil électrique, soit la densité d'électrons n telle que

$$n = \frac{N}{Sdl} = \frac{N}{d\tau}$$

avec $d\tau$ le volume élémentaire du fil contenant N électrons.

On obtient ainsi une nouvelle expression du courant parcourant un fil

$$i = ev_{moy} Sn.$$

Considérons que notre système d'étude soit un unique électron se déplaçant selon dans le champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} , on se rappelle que **la partie magnétique de la force de Lorentz** qui s'exerce sur l'électron est

$$\vec{F}_{mag} = -e\vec{v}_{moy} \wedge \vec{B}.$$

Si on étudie maintenant un ensemble de N électrons dans un tronçon du fil de longueur élémentaire dl , la force élémentaire qui s'exerce sur les N électrons est

$$d\vec{f} = -Nev_{moy} \wedge \vec{B}.$$

On peut exprimer le nombre d'électrons N dans le tronçon à partir de la densité d'électron n et le volume élémentaire du tronçon $d\tau$ contenant ces N électrons, soit

$$N = nd\tau = nSdl$$

il vient alors que

$$d\vec{f} = -eSndl\vec{v}_{moy} \wedge \vec{B}.$$

Si on oriente la longueur infinitésimale de fil \vec{dl} du fil dans le même sens que le courant I , soit dans le sens opposé au vecteur vitesses des électrons, il vient que

$$dl\vec{v}_{moy} = -\vec{dl}v_{moy}.$$

Ainsi la force élémentaire exercée sur les N électrons du tronçon dl du fil est

$$d\vec{f} = -eSn \left(-\vec{dl}v_{moy} \right) \wedge \vec{B}.$$

soit

$$d\vec{f} = eSv_{moy}\vec{dl} \wedge \vec{B}$$

ou en utilisant l'expression de i

$$d\vec{f} = i\vec{dl} \wedge \vec{B}.$$

Comme les électrons sont retenus par les atomes du réseau cristallin constituant le tronçon, c'est finalement le tronçon tout entier qui est subit cette force élémentaire.

♥ Définition

Un tronçon élémentaire de fil électrique de longueur orientée \vec{dl} dans le même sens que le courant i qui le parcourt, lorsqu'il est plongé dans un champ magnétique \vec{B} subit une force élémentaire appelée **force élémentaire de Laplace**, noté \vec{df}_L telle que

$$d\vec{f}_L = i\vec{dl} \wedge \vec{B}.$$

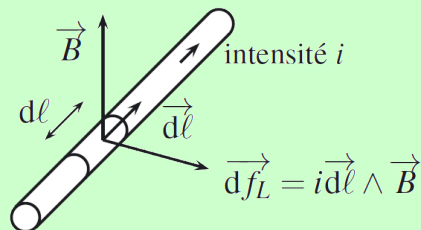


FIGURE 1.10 – Force élémentaire de Laplace.

👉 Nota bene

Le champ magnétique \vec{B} impliqué dans la force élémentaire de Laplace, est uniquement le champ extérieur. Bien que le fil soit parcouru par un courant, et donc qu'il génère son propre champ magnétique, **il ne subit pas son propre champ.**

Considérons, non plus un morceau de fil électrique, mais toute une tige \mathcal{T} définie par un vecteur \vec{MN} parcourue par un courant i et plongée dans un champ magnétique extérieur \vec{B} tel qu'illustré sur la Figure 1.11.

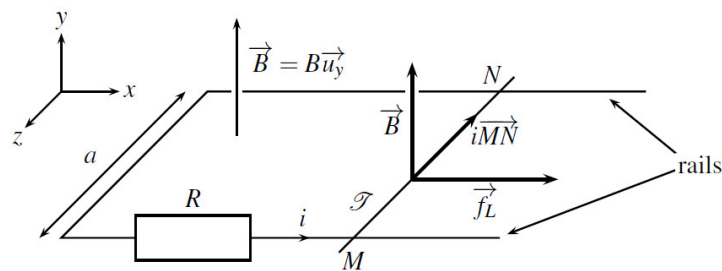


FIGURE 1.11 – Force de Laplace exercée sur une tige \mathcal{T} .

On peut obtenir l'expression de la force de Laplace \vec{f}_L sur la tige \mathcal{T} en intégrant la force élémentaire de

Laplace d \vec{f}_L sur la distance orientée \vec{MN} correspondant à la tige, soit

$$\begin{aligned}\vec{f}_L &= \int_{\mathcal{I}} d\vec{f}_L \\ &= \int_M^N i d\vec{l} \wedge \vec{B}\end{aligned}$$

soit i et \vec{B} étant constants,

$$\vec{f}_L = i\vec{MN} \wedge \vec{B}.$$

♥ Définition

Une tige \mathcal{I} définie par un vecteur \vec{MN} parcourue par un courant i continu et plongée dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} subit **une force de Laplace** définie telle que

$$\vec{f}_L = i\vec{MN} \wedge \vec{B}.$$

On peut exprimer la force de Laplace dans le cas décrit par la Figure 1.11.

$$\begin{aligned}\vec{f}_L &= \int_M^N i(-dl\vec{u}_z) \wedge B\vec{u}_y \\ &= \int_M^N idlB\vec{u}_x.\end{aligned}$$

Comme i et B sont constants, la force de Laplace sur la tige de longueur a , parcourue par le courant i dans un champ magnétique \vec{B} est

$$\vec{f}_L = iaB\vec{u}_x.$$

Si, du fait de la force de Laplace, la tige \mathcal{I} a un mouvement de translation de vitesse \vec{v} dans un référentiel \mathcal{R} , alors on peut exprimer **la puissance de la force de Laplace** telle que

$$\mathcal{P}(\vec{f}_L) = \vec{f}_L \cdot \vec{v}.$$

1.2.b Cas d'une spire conductrice en rotation autour d'un axe fixe

L'étude menée sur la force de Laplace subit par une tige parcourue par un courant i plongée dans un champ magnétique \vec{B} va être réexploité directement dans cette partie. Mais on ne va plus considérer une simple tige, mais toute une spire pouvant tournée autour d'un axe de rotation comme illustrée Figure 1.12.

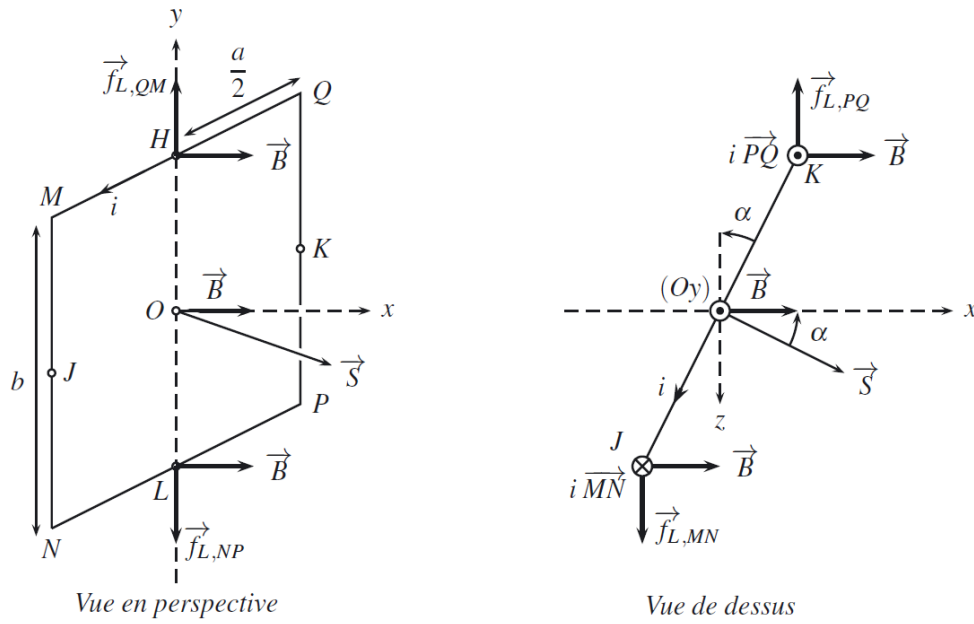


FIGURE 1.12 – Spire $MNPQ$ pouvant tourner autour d'un axe fixe Oz parcouru par un courant i et plongée dans un champ magnétique \vec{B} .

Nous avons vu dans le chapitre système en rotation, qu'une des grandeurs permettant d'étudier un solide en rotation autour d'un axe fixe était le moment des forces exercées sur ce solide par rapport à son axe de rotation.

Dénombrons toutes les forces exercées sur la spire. Ayant quatre côtés, il y aura quatre forces de Laplace telle que

$$\vec{f}_{L,MN} = i\vec{MN} \wedge \vec{B} \quad ; \quad \vec{f}_{L,NP} = i\vec{NP} \wedge \vec{B} \quad ; \quad \vec{f}_{L,PQ} = i\vec{PQ} \wedge \vec{B} \quad ; \quad \vec{f}_{L,QM} = i\vec{QM} \wedge \vec{B}.$$

D'après la géométrie du problème décrite Figure 1.12, les forces exercées sur les côtés verticaux MN et PQ sont

$$\begin{aligned} \vec{f}_{L,MN} &= i\vec{MN} \wedge \vec{B} = i(-b\vec{u}_y) \wedge B\vec{u}_x = ibB\vec{u}_z \\ \vec{f}_{L,PQ} &= i\vec{PQ} \wedge \vec{B} = ib\vec{u}_y \wedge B\vec{u}_x = -ibB\vec{u}_z. \end{aligned}$$

Leur point d'application sont respectivement J et K les milieux des segments MN et PQ .

Les forces exercées sur les côtés horizontaux NP et QM sont

$$\begin{aligned} \vec{f}_{L,NP} &= i\vec{NP} \wedge \vec{B} = i(a\sin\alpha\vec{u}_x - a\cos\alpha\vec{u}_z) \wedge B\vec{u}_x = iaB\cos\alpha\vec{u}_y \\ \vec{f}_{L,QM} &= i\vec{QM} \wedge \vec{B} = i(-a\sin\alpha\vec{u}_x + a\cos\alpha\vec{u}_z) \wedge B\vec{u}_x = -iaB\cos\alpha\vec{u}_y. \end{aligned}$$

Leur point d'application sont respectivement L et H les milieux des segments NP et QM .

Les moments des forces par rapport à un point de l'axe de rotation Oy sont

$$\begin{aligned} \vec{M}_O(\vec{f}_{L,MN}) &= \vec{OJ} \wedge \vec{f}_{L,MN} = \left(-\frac{a}{2}\sin\alpha\vec{u}_x + \frac{a}{2}\cos\alpha\vec{u}_z\right) \wedge ibB\vec{u}_z = i\frac{a}{2}bB\sin\alpha\vec{u}_y \\ \vec{M}_O(\vec{f}_{L,PQ}) &= \vec{OK} \wedge \vec{f}_{L,PQ} = \left(\frac{a}{2}\sin\alpha\vec{u}_x - \frac{a}{2}\cos\alpha\vec{u}_z\right) \wedge (-ibB\vec{u}_z) = i\frac{a}{2}bB\sin\alpha\vec{u}_y \\ \vec{M}_L(\vec{f}_{L,NP}) &= \vec{LL} \wedge \vec{f}_{L,NP} = \vec{0} \\ \vec{M}_H(\vec{f}_{L,QM}) &= \vec{HH} \wedge \vec{f}_{L,QM} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Comme les forces $\vec{f}_{L,MN}$ et $\vec{f}_{L,PQ}$ s'annulent

$$\vec{f}_{L,MN} + \vec{f}_{L,PQ} = ib\vec{u}_z - ib\vec{u}_z = \vec{0}$$

on a affaire à un moment de couple de force, appelé plus simplement couple et note Γ qui s'exerce sur la spire, telle que

$$\vec{\Gamma} = \vec{M}_{(Oy)}(\vec{f}_{L,MN}) + \vec{M}_{(Oy)}(\vec{f}_{L,PQ}) = iabB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

Or, si on calcule le **moment magnétique** \mathcal{M} de la spire, il vient que

$$\mathcal{M} = i\vec{S}$$

avec \vec{S} la surface orientée de la spire selon le sens de circulation de i . D'après la géométrie du problème, on voit que

$$\mathcal{M} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z).$$

Si on calcule le produit vectoriel entre le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ de la spire et le champ \vec{B} dans lequel elle est plongée, il vient que

$$\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z) \wedge B\vec{u}_x$$

soit

$$\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = iabB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

On retrouve l'expression du couple agissant sur la spire.

♥ Définition

L'action d'un champ magnétique extérieur \vec{B} sur un circuit de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ est un **couple de Laplace** de moment

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}.$$

D'après les conclusions tirées de l'étude des solides en rotations, on peut exprimer le **puissance du couple de Laplace** exercé par le champ magnétique sur la spire $MNPQ$ est

$$\mathcal{P}_L = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{\omega}$$

avec $\vec{\omega}$ la vitesse angulaire de la spire, qui est, d'après la géométrie du problème telle que

$$\vec{\omega} = -\dot{\alpha} \vec{u}_y$$

car d'après la figure, si la spire tourne dans le sens direct, l'angle α diminue, donc la vitesse angulaire est négative.

La puissance du couple de Laplace est donc, dans notre cas

$$\mathcal{P}_L = -iabB \sin \alpha \vec{u}_y \cdot \dot{\alpha} \vec{u}_y = -iabB \dot{\alpha} \sin \alpha.$$

La puissance est négative, le couple de Laplace est donc résistant.

1.2.c Action d'un champ magnétique sur un aimant

Les conclusions de l'étude d'une spire de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ pouvant être mise en rotation autour d'une axe peuvent être appliqués au cas d'un aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ pouvant être mise en rotation autour d'une axe.

Nous allons nous servir de l'expression du couple de Laplace $\vec{\Gamma}_L$ impliquant le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ d'un objet plongé dans un champ magnétique \vec{B} , soit

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}.$$

On peut illustrer cela dans le cas d'un aimant comme cela a été fait Figure 1.13.

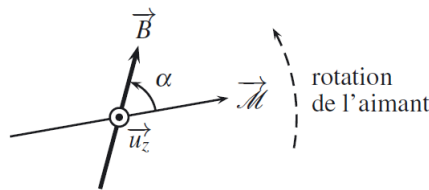


FIGURE 1.13 – Aimant en rotation dans un champ extérieur \vec{B} .

On voit que le moment magnétique de l'aimant $\vec{\mathcal{M}}$ et le champ magnétique extérieur \vec{B} forme un plan, et que le couple des forces de Laplace est perpendiculaire à ce plan. Le sens du couple est donné par la règle de la main droite : on tourne les doigts de la main droite du moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ vers le champ magnétique extérieur \vec{B} , et le pouce donne le sens du couple de Laplace.

Or s'il y a un couple, il y a une rotation, cette rotation est donnée, encore une fois, par la règle de la main droite : on oriente le pouce dans la direction et le sens du couple, et les autres doigts donnent le sens de la rotation de l'aimant.

♥ Définition

Le couple de Laplace, ou couple magnétique, $\vec{\Gamma}_L$ exercé par un champ magnétique extérieur \vec{B} sur un aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ tend à aligner $\vec{\mathcal{M}}$ et \vec{B} . Le couple devient alors nul.

Une fois l'aimant, ou tout objet ayant un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ aligné avec le champ magnétique \vec{B} , il ne bouge plus car le couple de Laplace est nul. La somme des forces et le couple des forces étant nul, il a atteint un équilibre.

Il y a deux types d'équilibre.

- **Équilibre stable** : le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ et le champ extérieur \vec{B} forme un angle $\alpha = 0$. Dans ce cas, si on écarte l'aimant d'un petit angle $\alpha > 0$ ou $\alpha < 0$, le couple de Laplace $\vec{\Gamma}_L$, d'après la règle de la main droite, tend à faire tourner l'aimant dans le sens de la réduction ou d'augmentation de α respectivement : l'aimant revient à sa position d'équilibre $\alpha = 0$ qui est donc stable.
- **Équilibre instable** : le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ et le champ extérieur \vec{B} forme un angle $\alpha = \pi$. Dans ce cas, si on écarte l'aimant d'un petit angle $\alpha > \pi$ ou $\alpha < \pi$, le couple de Laplace $\vec{\Gamma}_L$, d'après la règle de la main droite, tend à faire tourner l'aimant dans le sens de l'augmentation ou de réduction de α respectivement : l'aimant revient à l'autre position d'équilibre $\alpha = 0$, l'autre position d'équilibre $\alpha = \pi$ est donc instable.

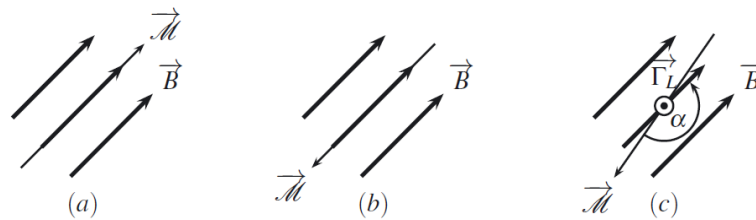


FIGURE 1.14 – Stabilité d'un aimant dans un champ magnétique \vec{B} (a) parallèle (b) antiparallèle et (c) antiparallèle perturbé par rapport au moment magnétique \vec{M} .

1.2.d Effet moteur d'un champ magnétique tournant

On voit qu'un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} tend à faire tourner un aimant jusqu'à atteindre une position d'équilibre.

Or, si on veut utiliser l'aimant comme un **rotor**, il faut maintenir la rotation de cette aimant. Pour ce faire, il faut aussi que **le champ magnétique \vec{B} tourne autour du même axe de rotation que l'aimant**.

Pour créer un champ magnétique tournant on peut utiliser deux bobines longues générant deux champs magnétiques variables orientés perpendiculairement tels qu'illustré Figure 1.15.

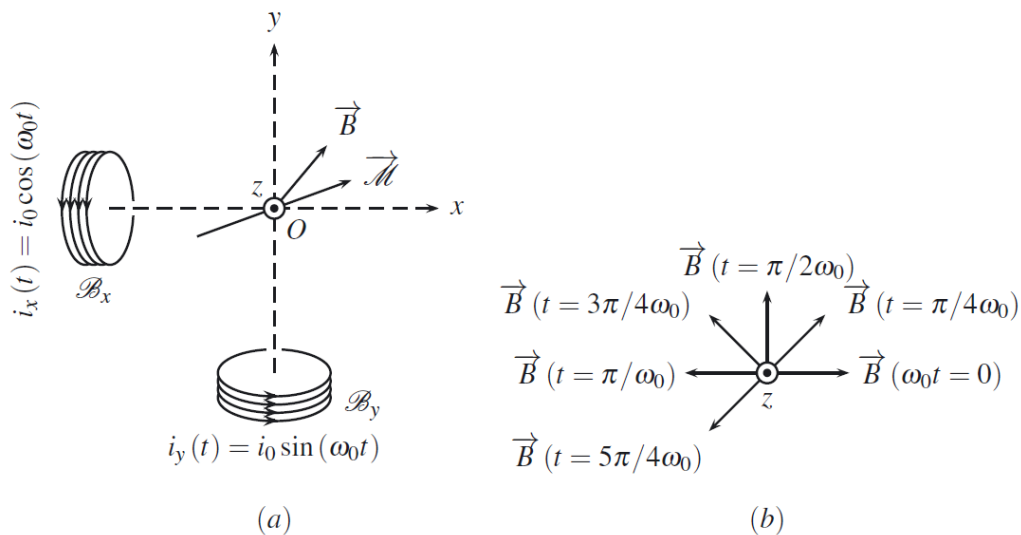


FIGURE 1.15 – Champ magnétique tournant entraînant un aimant permanent. (a) dispositif expérimental (b) champ tournant.

D'après la géométrie choisie, on voit que le champ magnétique total au point O est tel que

$$\vec{B}(O) = B_x(O,t)\vec{u}_x + B_y(O,t)\vec{u}_y$$

avec $B_x(O,t)\vec{u}_x$ le champ magnétique variable de la bobine horizontale, et $B_y(O,t)\vec{u}_y$ le champ magnétique variable de la bobine vertical.

La variation temporelle des champs magnétiques est contrôlé par la variation temporelle des intensités des courants électriques qui parcourent les bobines, soit

$$\vec{B}(O) = \begin{pmatrix} B_x(O,t) \\ B_y(O,t) \\ 0 \end{pmatrix} = K\mu_0 n \begin{pmatrix} i_x(t) \\ i_y(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec n la densité linéique de spires des bobines et K un coefficient témoignant de la diminution des champs magnétiques avec l'éloignement des bobines.

On constate, que lorsque les intensités des courants des bobines sont en quadrature de phase (différence de phase de $\pi/2$) soit

$$i_x(t) = I_0 \cos(\omega_0 t) \quad \text{et} \quad i_y(t) = I_0 \sin(\omega_0 t)$$

il vient que

$$\vec{B}(O) = K\mu_0 n I_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec I_0 l'amplitude de l'intensité du courant parcourant les bobines et ω_0 la pulsation de l'intensité du courant.

On constate alors que le champ magnétique \vec{B} tourne autour d'un axe fixe avec une vitesse angulaire ω_0 . **Cette rotation du champ magnétique \vec{B} provoque la mise en rotation de l'aimant autour d'un axe fixe avec la même vitesse angulaire ω_0 : nous venons de décrire le fonctionnement d'un moteur synchrone.**

Synthèse

Connaissances

- Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.
- Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.
- Moment magnétique.
- Densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.
- Résultante et puissance des forces de Laplace.
- Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.
- Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.
- Effet moteur d'un champ magnétique tournant.

Savoir-faire

- **Exploiter** une représentation graphique d'un champ vectoriel, **identifier** les zones de champ uniforme, de champ faible et l'emplacement des sources.
- **Tracer** l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.
- **Décrire** un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
- **Citer** des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
- **Évaluer** l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
- **Définir** le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.
- **Associer** à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant.
- **Citer** un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
- **Différencier** le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
- **Établir et exploiter** l'expression de la résultante et de la puissance des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. **Exprimer** la puissance des forces de Laplace.
- **Établir et exploiter** l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. **Exprimer** la puissance des actions mécaniques de Laplace.