Colles MP2I - Énergétique du point

1 Descente à ski

Alice descend une piste de ski d'une longueur $l = 50\,\text{m}$ et inclinée d'un angle $\alpha = 25°$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste, qui se décompose en une composante normale $\vec{N}$ et une composante tangentielle $\vec{T}$ (colinéaire et de sens contraire au mouvement) ; les normes de ces composantes sont liées par la relation

$$T = fN \tag{1}$$

avec $f = 0.10$ appelé coefficient de frottements. La masse d'Alice est $m = 65\,\text{kg}$.

1. Faire un schéma du problème. Schématiser les forces s'appliquant sur Alice et les projeter dans un repère adapté.
2. Exprimer les travaux des forces $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{N}$ lors de cette descente. Calculer leurs valeurs numériques.
3. Sachant qu'Alice part du point A sans vitesse initiale, donner l'expression puis la valeur de la vitesse d'Alice au point B.

2 Ressort vertical

On considère un objet M de masse m accroché à un ressort de raideur k de longueur à vide l_0 se déplaçant sans frottements le long de l'axe vertical Oz orienté vers le bas. L'origine du repère est prise au point d'attache du ressort.

1. Faire un schéma du problème ainsi qu'un bilan des forces subies par la masse m.
2. Donner l'expression de l'énergie potentielle $E_p(z)$ de la masse m.
3. En déduire l'expression de la position d'équilibre $z_{\text{éq}}$ de la masse m. Commenter le résultat obtenu.
4. À l'aide du théorème de la puissance mécanique, donner l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$. Faire notamment apparaître $z_{\text{éq}}$.
5. La résoudre en supposant qu'initialement la masse est en $z = z_{\text{éq}}$ et possède une vitesse v_0.

3 Distance de freinage à moto

Alice (de masse $m = 70\,\text{kg}$) teste une moto (de masse m') sur une route rectiligne horizontale. À partir de l'instant $t = 0$ où sa vitesse est $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ elle freine de façon constante jusqu'à l'arrêt de la moto, on note d la distance de freinage. L'action de ses freins est modélisée par une force $\vec{F}$ de norme constante, de sens contraire à la vitesse.

1. Par application du théorème de l'énergie cinétique, exprimer la distance de freinage d en fonction de v_0 et F.
2. En appliquant le théorème de la puissance cinétique déterminer une expression de $\ddot{x}$. Comment peut-on qualifier ce mouvement ?
3. Les essais donnent les valeurs suivantes (figure 1). Déterminer si les valeurs présentées dans la figure 1 valident la formule établie à la première question.
4. Déterminer pour chacune des motos la valeur de F et la valeur de $\ddot{x}$. Comparer cette dernière à g.

	m' (kg)	v_0 (km·h^{-1})	d (m)
Suzuki XF650	162	90	39
		130	79
Yamaha R1	206	90	34
		130	71

FIGURE 1