Colles MP2I - Mouvement de particules chargées

1 Limite de validité des hypothèses

Un proton de masse m et de charge $q = +e$ ayant une vitesse initiale nulle est accéléré dans le vide par le champ électrique $\vec{E}$ uniforme et constant.

1. On considère que le poids de la particule n'est plus négligeable lorsqu'il dépasse le centième de la valeur de la force électrique. Calculer la valeur E_{lim} du champ E pour laquelle le poids n'est plus négligeable.
2. Une particule de charge q plongée dans le potentiel électrostatique V possède l'énergie potentielle électrostatique $E_p = qV$. On considère un proton de vitesse initiale nulle, on note U la tension (différence de potentiel) entre sa position initiale et la position où il a la vitesse v. Déterminer v.
3. On considère que le mouvement d'un particule devient relativiste (i.e. ne peut plus être décrit par la mécanique classique) lorsque sa vitesse dépasse un centième de la vitesse de la lumière. Calculer la valeur U_{lim} pour laquelle le proton acquière une vitesse relativiste.
4. On considère la situation où $U = 10^3 \times U_{\text{lim}}$. L'énergie cinétique relativiste d'une particule de masse m et de vitesse v est
$$E_{\text{c,rel}} = E_{c,\text{rel}} = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) \tag{1}$$
En considérant que le théorème de l'énergie mécanique reste valable si on remplace E_c par $E_{\text{c,rel}}$ déterminer la vitesse v du proton après son accélération par la tension U. Comparer avec la valeur trouvée si on applique la relation trouvée à la question 2, discuter de la pertinence de l'approche relativiste.

Données : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$, $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$, $c = 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$.

2 Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse est un appareil permettant, entre autres, de séparer les différents isotopes d'un élément dans un échantillon (pour les compter ou pour en sélectionner un). Un faisceau de particules

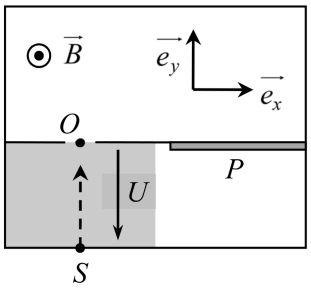


FIGURE 1 – Schéma du spectromètre

chargées est constitué de deux isotopes du mercure $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$, notés respectivement (1) et (2). Ce faisceau est émis par la source S avec une vitesse quasi-nulle, puis est accéléré par une tension $U > 0$. Il pénètre alors en O dans une zone de champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$ uniforme, orthogonal au faisceau incident.

Données : Masse d'un nucléon (proton/neutron) $m = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, $U = 10\,\text{kV}$, $B = 0{,}1\,\text{T}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$. Une particule de charge q plongée dans le potentiel électrostatique V possède l'énergie potentielle électrostatique $E_p = qV$.

1. À l'aide d'un théorème énergétique, exprimer les vitesses v_1 et v_2 acquises respectivement par les isotopes (1) et (2) suite à l'accélération par la tension U.
2. Montrer que la norme de la vitesse de chaque isotope restera constante à partir du point O.
3. Déterminer la trajectoire des ions dans la zone de champ magnétique. Exprimer les rayons R_1 et R_2 des trajectoires des isotopes (1) et (2).
4. On recueille les particules sur un détecteur P après qu'elles aient fait demi-tour. Exprimer puis calculer la distance d entre les deux traces observées.

3 Expérience de Lenard

L'une des étapes fondatrices de la mécanique quantique fut l'étude et l'interprétation de l'effet photoélectrique. Les propriétés de ce phénomène ont été étudiées expérimentalement par Philipp LENARD en 1902, ce qui a conduit Albert EINSTEIN à en proposer une interprétation théorique en 1905.

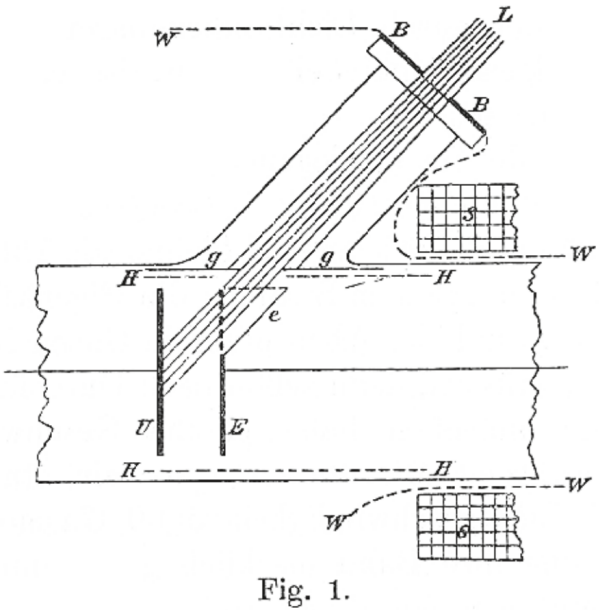


Fig. 1.

FIGURE 2 – Schéma de l'article original de Lenard

Dans un tube à vide, le rayonnement issu de la source L frappe la plaque métallique U, qui émet alors des électrons : ceux qui sont reçus par la plaque voisine E créent un courant mesuré par un ampèremètre. Une tension variable X est appliquée entre U et E, ce qui permet de ralentir les électrons, et même de les empêcher d'atteindre E (figure 2).

1. L'énergie potentielle d'une particule de charge q plongée dans le potentiel V est $E_p = qV$. Ainsi, quel doit être le signe de la tension $X = V_U - V_E$ pour ralentir les électrons émis par U ?

Considérons un électron au repos dans le métal de la plaque U. Selon l'interprétation d'EINSTEIN, lorsque cet électron interagit avec le rayonnement de fréquence f, il absorbe un quantum d'énergie (photon) de valeur hf, ce qui revient à recevoir un travail hf. L'électron doit ensuite fournir un travail au reste du métal, pour pouvoir en sortir ; la valeur minimale de ce travail d'extraction, pour un électron juste à la surface, est notée W (grandeur positive).

2. Déterminer l'énergie cinétique maximale d'un électron lorsqu'il arrive sur la plaque E, en fonction de $h,\ f,\ W,\ e$ (charge élémentaire) et X.
3. On note V la plus petite valeur de la tension X qui annule le courant mesuré. Montrer que V vérifie l'équation d'EINSTEIN :

$$eV = hf - W \tag{2}$$

On souhaite décrire précisément le mouvement d'un électron entre U et E, distantes de d, en supposant un champ uniforme

$$\vec{E} = \frac{X}{d}\vec{u}_x \tag{3}$$

La vitesse initiale de l'électron en O fait un angle α avec le champ, dans le plan (Oxy), et sa norme est

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(hf - W)}{m}} \tag{4}$$

4. Déterminer les équations horaires de la trajectoire, puis son équation cartésienne.
5. Déterminer l'abscisse maximale $x_{\max}$ atteinte par l'électron.
6. Dessiner l'allure de la trajectoire dans les cas suivants
   — $\alpha = 0$ et $0 < X < V$
   — $\alpha = 0$ et $X = V$
   — $\alpha = 0$ et $X > V$
   — $\alpha \neq 0$ et $X > V$