

BL2 **Sujet 1**
Semaine de colle: 1

Autres sujets posés sur:
cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Petit cours sur la loi géométrique

Exercice

Soient X et Y deux variables aléatoires de Bernoulli de paramètres respectifs p et r telles que $Cov(X, Y) = 0$. Montrer que X et Y sont indépendantes.

Exercice

On suppose que les avions peuvent terminer un vol si au moins la moitié de ses réacteurs fonctionne. On suppose que chaque réacteur a une probabilité p (p élément de $]0, 1[$) de tomber en panne et que les réacteurs se comportent de manière indépendant. Déterminer, en fonction de p , s'il vaut mieux monter dans un avion à deux ou bien à quatre réacteurs.

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Citer les inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev

Exercice

Coralie est lycéenne. Chaque jour, elle se lève en retard avec une probabilité de $\frac{1}{3}$. Lorsqu'elle se lève en retard, elle est obligée de prendre le bus pour se rendre au lycée. Par contre, lorsqu'elle se lève à l'heure, soit elle choisit d'aller à pied au lycée avec une probabilité de $\frac{2}{5}$, soit de prendre le bus avec une probabilité de $\frac{3}{5}$.

1. On considère un matin donné et on définit les événements R : « Coralie se lève en retard » et B : « Coralie prend le bus ».
 - (a) Calculer $P(B)$.
 - (b) On constate qu'un matin Coralie prend le bus. Quelle est la probabilité qu'elle se soit levée à l'heure ?
2. On étudie maintenant les trajets pendant les 180 jours de l'année scolaire. On suppose que, chaque jour, les choix de Coralie sont indépendants des choix des jours précédents. On note X la variable aléatoire égale au nombre de fois où Coralie prend le bus.
 - (a) Reconnaître la loi de X .
 - (b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
 - (c) En moyenne, combien de matins dans l'année scolaire Coralie va-t-elle au lycée à pied ?

Exercice

Un joueur lance une fléchette sur une cible circulaire de 1 mètre de rayon. Il atteint toujours sa cible. La probabilité de toucher une partie de la cible est proportionnelle à son aire. La cible est divisée en couronnes concentriques par des cercles de rayons $\frac{k}{n}$, avec k allant de 0 à $n - 1$. Si le joueur atteint la cible entre les cercles de rayons $\frac{k}{n}$ et $\frac{k+1}{n}$, il gagne $n - k$ euros. Quelle est l'espérance de son gain ?

Question de cours

Définir la covariance d'un couple et le coefficient de corrélation linéaire d'un couple de variables aléatoires

Exercice

Deux joueurs A et B piochent à tour de rôle une boule dans une urne contenant initialement une boule blanche et une boule noire selon le protocole suivant :

- Le joueur A commence à piocher ;
- le jeu s'arrête dès qu'un des joueurs obtient une boule noire ;
- quand on obtient une boule blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute une boule blanche avant d'effectuer le tirage suivant. On note X le nombre de tirages effectués.
 1. Déterminer la loi de X .
 2. X admet-elle une espérance ?

Exercice

Un joueur lance une fléchette sur une cible circulaire de 1 mètre de rayon. Il atteint toujours sa cible. La probabilité de toucher une partie de la cible est proportionnelle à son aire. La cible est divisée en couronnes concentriques par des cercles de rayons $\frac{k}{n}$, avec k allant de 0 à $n - 1$. Si le joueur atteint la cible entre les cercles de rayons $\frac{k}{n}$ et $\frac{k+1}{n}$, il gagne $n - k$ euros. Quelle est l'espérance de son gain ?