

TD 2 - Lentilles - Correction

1 Images et prolongement de rayons - II

1. Dans les quatre cas de la figure 1, construire l'image de l'objet par la lentille.

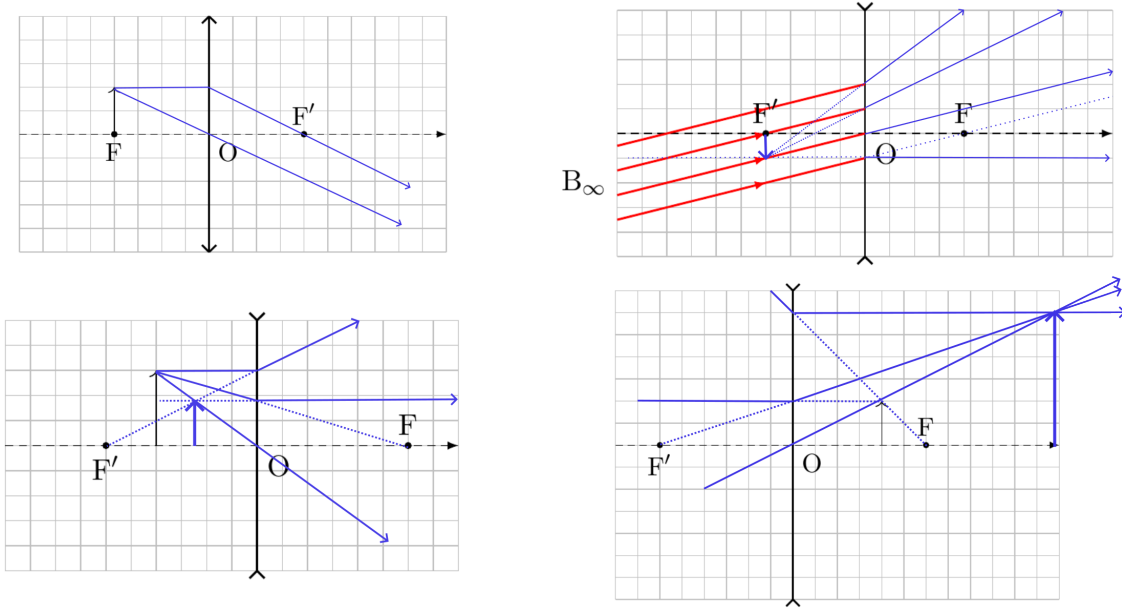


FIGURE 1

2. Dans les deux cas de la figure 2, prolonger la marche du rayon après la lentille.

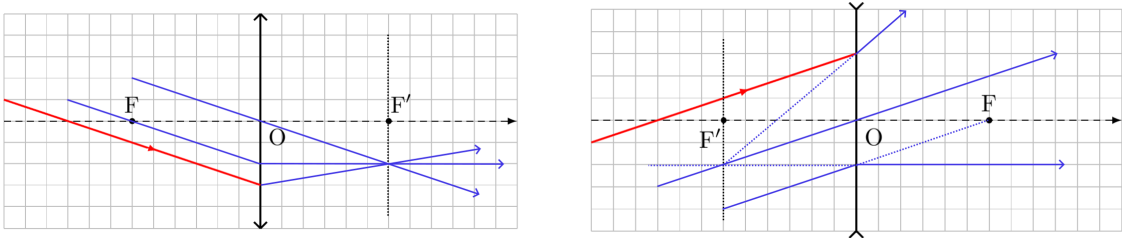


FIGURE 2

2 Projecteur de cinéma - III

Dans une salle de cinéma, on projette une pellicule AB de largeur b sur un écran (E) de largeur l . Le projecteur est modélisé par une source lumineuse et une lentille convergente (L) de focale f' , suivant le

schéma de la figure 3, qui n'est pas à l'échelle.

On note d la distance entre la pellicule et l'objectif, et D la distance pellicule-écran.

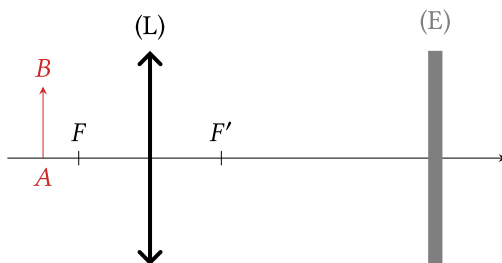


FIGURE 3 – Schématisation du projecteur. La figure **n'est pas** à l'échelle.

1. Construire l'image $A'B'$ de la pellicule par la lentille, à l'aide de trois rayons différents.

Réponse

Voir cours !

2. La distance D étant imposée, montrer qu'il n'existe une position d permettant de faire l'image de la pellicule sur l'écran que si f' est suffisamment faible.

Réponse

On cherche les valeurs de d permettant de former l'image sur l'écran. On utilise la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

et on exprime $\overline{OA'}$ et $\overline{OA}$ en fonction de d et D . On a

$$d = \overline{AO} = -\overline{OA} \quad ; \quad D = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} + d \implies \overline{OA'} = D - d \quad (2)$$

Ainsi

$$\frac{1}{D - d} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f'} = 0 \implies \frac{d + D - d}{Dd - d^2} - \frac{1}{f'} = 0 \quad (3)$$

et finalement

$$\frac{Df' - Dd + d^2}{(Dd - d^2)f'} = 0 \implies d^2 - Dd + Df' = 0 \quad (4)$$

d est une grandeur réelle, ainsi l'image ne peut être formée que si le discriminant de ce polynôme à des racines réelles, donc ssi il est positif. On a donc

$$\Delta \geq 0 \implies D^2 - 4Df' \geq 0 \implies D \geq 4f' \quad (5)$$

Il n'est possible de former l'image de l'objet sur l'écran que si la distance objet-écran D est supérieure à $4f'$.

3. Donner l'expression du grandissement γ et déterminer la meilleure valeur de d . Comment doit-on placer la pellicule ?

Réponse

Le grandissement γ est défini par

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (6)$$

on a montré qu'il s'écrivait également

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-d}{-d} = 1 - \frac{D}{d} \quad (7)$$

Au cinéma on veut l'image la plus grande possible donc maximiser γ , ainsi on veut d le plus petit possible. Les deux racines du polynôme précédent sont

$$d_{\pm} = \frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2} \quad (8)$$

on choisit la solution la plus petite donc

$$d_- = \frac{D}{2} - \frac{D(D-4f')}{2} \quad (9)$$

Quelque soit la valeur de d , $\gamma < 0$, l'image est donc renversée ! Il faut donc placer la pellicule à l'envers.

4. Calculer d et f' pour $b = 24$ mm, $l = 5$ m et $D = 40$ m.

Réponse

Au vu des données de l'énoncé, on a

$$\gamma = \frac{-l}{b} \quad (10)$$

et on peut exprimer d en fonction de γ et D

$$d = \frac{D}{1-\gamma} = \frac{D}{1+l/b} \quad (11)$$

L'application numérique donne

$$d = 19 \text{ cm} \quad (12)$$

De plus à partir de la relation de conjugaison on montre que

$$f' = d - \frac{d^2}{D} \quad (13)$$

et l'application numérique donne

$$f' = 19 \text{ cm} \quad (14)$$

On trouve ainsi (aux chiffres significatifs près) $d \simeq f'$, ce qui peut paraître surprenant ! En réalité, la distance lentille-écran est beaucoup plus grande que la distance objet-lentille, donc d'un point de vue optique tout se passe comme si l'écran était à l'infini ! Mathématiquement, cela se traduit par $d^2/D \ll 1$ et donc $f' \simeq d$.

3 Méthode de Silbermann - III

La méthode de Silbermann est une méthode expérimentale de focométrie (détermination de la focale d'une lentille) applicable aux lentilles convergentes. Pour cette méthode, on se place dans une configuration

où l'image de l'objet sur l'écran est renversée et de même taille que l'objet. On mesure alors la distance objet-écran notée d . Montrer que cette mesure permet de remonter à la focale de la lentille convergente utilisée.

Réponse

Commençons par utiliser ce que l'on sait de la situation. Le grandissement γ est égal à -1 , et on mesure la distance $d = \overline{AA'}$. On a

$$\gamma = -1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{OA'} = -\overline{OA} \quad (15)$$

La relation de conjugaison de Descartes nous donne alors

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = -\frac{2}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA} = -2f' \quad (16)$$

et donc $\overline{OA'} = -\overline{OA} = 2f'$. On peut donc exprimer $d = \overline{AA'}$ en fonction de f'

$$d = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = 4f' \Rightarrow f' = \frac{d}{4} \quad (17)$$

Cette méthode correspond au cas limite où la distance objet-écran permet à la lentille de former l'image. La lentille se trouve alors pile au centre du segment objet-écran ?

4 Visibilité d'un objet - IV

On cherche à déterminer dans quelle zone de l'espace un observateur sera capable de voir l'image d'un objet par une lentille dont les montures sont parfaitement opaques, comme schématisé sur la figure 4.

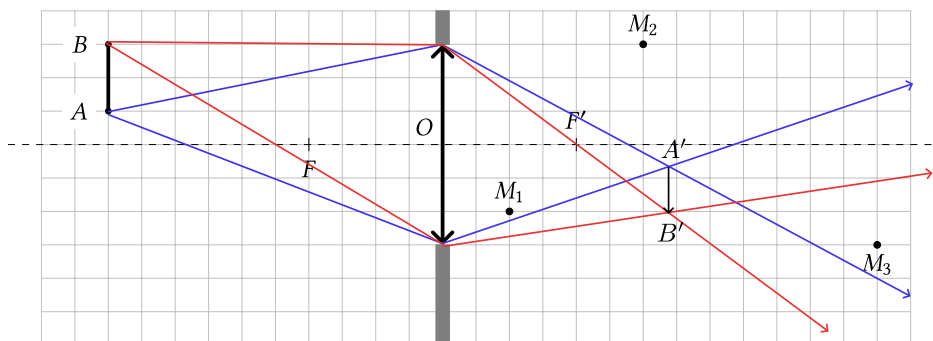


FIGURE 4 – Observation d'un objet au travers d'une lentille

1. Compléter la figure 4 pour déterminer la marche du faisceau lumineux complet émis par le point A. En déduire si des observateurs placés aux différents points M voient de la lumière issue du point A.

Réponse

On doit prolonger les rayons extrêmes partant de A, ceux qui touchent les bords du cache. Pour cela, soit on construit l'image du point A, soit on utilise la propriété du plan focal image. Les rayons ayant servi à la construction ne sont pas mis pour que la figure soit plus lisible.

Les points recevant de la lumière provenant du point A sont les points M_1 et M_3 .

2. Faire de même pour le point B .

Réponse

Ce sont ici aussi les points M_1 et M_3 qui reçoivent de la lumière du point B .

3. Identifier la zone de l'espace dans laquelle l'objet AB est visible entièrement par un observateur. On rappelle que l'œil humain permet de faire l'image d'un objet réel (tant que la distance objet-œil est supérieure au punctum proximum).

Réponse

Le point M_1 se trouve avant l'image $A'B'$ de l'objet par la lentille. Mettre son œil en M_1 revient à essayer de voir une image virtuelle avec notre œil, ce qu'on ne peut pas faire : on verra donc l'image floue.

En M_2 on ne verra rien.

En M_3 , notre œil est bien placé après l'image de l'objet par la lentille, donc à condition que la distance image-œil soit supérieure au punctum proximum, l'observateur pourra observer l'image nettement.