

Question de cours

Expliquer les concepts de rang d'un système.

Exercice

Écrire la représentation matricielle du système $\mathcal{S}$ d'inconnue le quadruplet $(x_1, \dots, x_4)$, puis le résoudre :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Exercice

Résoudre suivant les valeurs du paramètre $m \in \mathbb{R}$ les systèmes suivants d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} x & - & my & + & m^2z & = & 2m \\ mx & - & m^2y & + & mz & = & 2m \\ mx & + & y & - & m^2z & = & 1 - m \end{cases} .$$

puis

$$\begin{cases} x & + & my & + & (m-1)z & = & m+1 \\ 3x & + & 2y & + & mz & = & 3 \\ (m-1)x & + & my & + & (m+1)z & = & m-1 \end{cases}$$

Question de cours

Expliquer les concepts d'opérations élémentaires.

Exercice

On considère le système linéaire $\mathcal{S}$ suivant d'inconnue le 4-uplet $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$:

$$\mathcal{S} : \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ -4x_1 + x_2 - 3x_3 - 5x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

Déterminer le rang du système $\mathcal{S}$, puis discuter de son éventuelle compatibilité et donner le cas échéant l'ensemble des solutions de $\mathcal{S}$.

Exercice

Soit $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$. On considère le système $(S_{a,b,c})$ suivant d'inconnue réelle :

$$(S_{a,b,c}) \quad \begin{cases} x + 2y - z = 3a \\ -2x - 3y + 3z = b \\ x + y - 2z = c \end{cases}$$

1. A quelle condition, portant sur a , b et c , $S_{a,b,c}$ admet-il des solutions ?
2. Résoudre $S_{0,0,1}$, $S_{-1,1,2}$ et $S_{-1,2,1}$.

Question de cours

Expliquer les concepts d'inconnues principales et d'inconnues secondaires

Exercice

Résoudre les systèmes d'inconnues x , y et z dont les matrices augmentées sont :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & -14 \\ 2 & -2 & 2 & -12 \\ -1 & 3 & -2 & 11 \end{array} \right) \text{ puis } \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & -3 & -3 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{array} \right).$$

Exercice

Pour tout entier naturel n supérieur à 3, on s'intéresse au système (S_n) d'inconnues réelles :

$$(S_n) \left\{ \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 & & = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & & = 0 \\ & x_2 + x_3 + x_4 & = 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & x_{n-2} + x_{n-1} + x_n & = 0 \\ & & & x_{n-1} + x_n & = 0 \end{array} \right.$$

1. Résoudre (S_3) , (S_4) et (S_5) .
2. Résoudre (S_n) .