

L'étudiant attachera la plus grande importance à la clarté et à la lisibilité de la copie, ainsi qu'à la précision et à la concision de la rédaction. Si l'étudiant est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

I MESURE DE PETITES VARIATIONS DE TEMPERATURE (d'après concours)

I. Mesure de petites variations de températures (d'après ENV)

Une thermistance est un conducteur ohmique dont la résistance dépend de la température. On considère une thermistance de résistance $R_0 = 115,0 \, \Omega$ à la température $T_0 = 300,0 \, \text{K}$. Autour de T_0 , la température de la thermistance peut varier très légèrement de δT (avec $|\delta T| \ll T_0$).

La résistance $R(T)$ varie alors très légèrement de δR (avec $|\delta R| \ll R_0$) selon la loi : $\delta R = \alpha R_0 \delta T$, le paramètre α ayant la valeur $\alpha = -7,0 \cdot 10^{-2} \, \text{K}^{-1}$.

1. La thermistance est intégrée au circuit de la Fig. 37, E est la f.é.m. constante d'un générateur idéal de tension, r est une résistance de $100,0 \, \Omega$. La tension u aux bornes de r est mesurée à l'aide d'un voltmètre numérique V , dont la résistance interne sera supposée infinie.

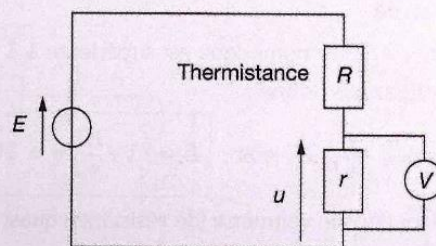


Figure 37

a) Quel est l'ordre de grandeur de la résistance interne d'un voltmètre numérique ?

b) Exprimer la tension u , en fonction de r , R et E . Lorsque la température de la thermistance est $T_0 = 300,0 \, \text{K}$, le voltmètre, sur le calibre le plus approprié, affiche la valeur u_0 suivante : $4,651 \, \text{V}$.

La variation du dernier chiffre (« un digit ») correspond à la plus petite variation de tension qui peut être détectée avec ce voltmètre. Quelle est la valeur numérique de E ?

c) Quelle est, dans ces conditions, la plus petite variation de température δT , de la thermistance, que l'on peut déceler autour de T_0 (exprimée en fonction de δu , r , R_0 , u_0 et α). Effectuer l'application numérique.

2. La thermistance de résistance R est intégrée au circuit de la figure 38.

Le voltmètre numérique V a une résistance interne supposée infinie, X est une résistance ajustable, les deux résistances R_1 ont la même valeur $100,0 \, \Omega$. La f.é.m. E du générateur idéal de tension vaut $10,00 \, \text{V}$.

a) Exprimer la tension u_{AB} , aux bornes du voltmètre, en fonction de R , X et E .

b) Lorsque la température de la thermistance est $T_0 = 300,0 \, \text{K}$ on règle la valeur de la résistance X à X_0 pour que la tension u_{AB} soit nulle. Déterminer X_0 et sa valeur numérique.

Pour toutes les questions qui suivent on ne modifie plus la valeur de $X = X_0$.

c) Autour de T_0 la température de la thermistance varie très légèrement de δT . Démontrer que la tension u_{AB} peut alors se mettre sous la forme : $u_{AB} = K \delta T$. Exprimer K en fonction de E et α .

d) Lorsque la température de la thermistance est $T_0 = 300,0 \, \text{K}$, le voltmètre sur le calibre le plus sensible affiche la valeur suivante (en mV) : $00,00 \, \text{mV}$.

Quelle est la plus petite variation de température δT de la thermistance que l'on peut détecter dans ces conditions, autour de $300 \, \text{K}$?

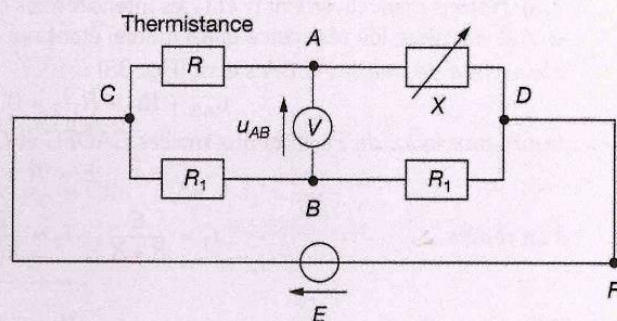


Figure 38

II ELEMENTS OPTIQUE D'UNE CHAINE D'ACQUISITION D'IMAGES (d'après concours)

On s'intéresse à quelques éléments du matériel d'un astronome amateur adepte de l'imagerie numérique et désirant photographier Jupiter lors d'une période favorable à son observation. On modélisera simplement les éléments optiques de son instrument d'observation.

II.A.1) Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150 \times 10^6$ km et $R_J = 780 \times 10^6$ km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140\,000$ km.

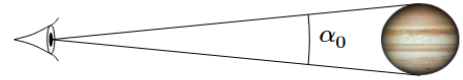


Figure 3

a) Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre.

b) Cette situation, la plus favorable à l'observation, porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom.

II.A.2) On admet que chacune des orbites est décrite à vitesse constante (pas la même pour la Terre et Jupiter) et que les périodes de révolution (temps pour décrire une orbite) T_T et T_J vérifient la troisième loi de Kepler : $T_T^2 = K R_T^3$ et $T_J^2 = K R_J^3$ où K est une constante (la même pour les deux planètes). On donne $T_T = 365,25$ jours. Calculer T_J .

À cause des imperfections du modèle, la valeur de α_0 n'est pas exactement celle trouvée au II.A.1, mais $\alpha_0 = 50''$ ($3600'' = 1^\circ$). On adoptera cette valeur dans toute la suite du problème.

II.B – L'astronome amateur désire photographier la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (voir figure 4 à gauche) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235$ mm et de distance focale $f'_1 = 2350$ mm, monté sur un tube $\mathcal{T}_1$. Une caméra CCD est fixée sur un tube $\mathcal{T}_2$ appelé « porte oculaire ». La mise au point est faite en faisant coulisser $\mathcal{T}_2$. Dans toute la suite (sauf question II.D), on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.

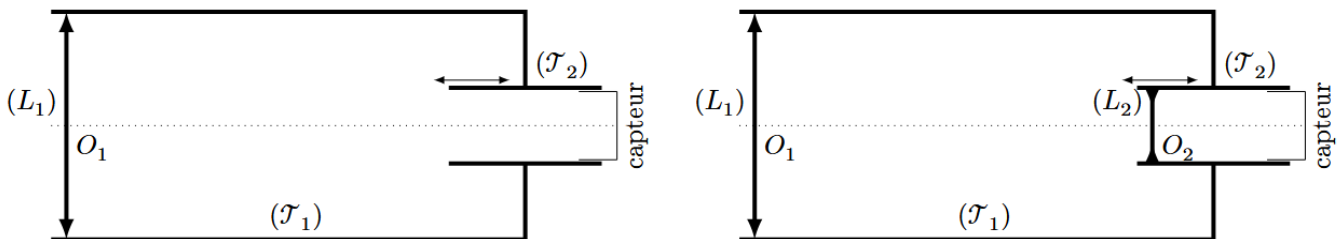


Figure 4

Le fabricant de la caméra donne les caractéristiques techniques suivantes pour le capteur : modèle ICX618, type CCD, noir et blanc, rectangulaire de diagonale $d_c = 4,48$ mm, surface $S_c = 9,63$ mm², comptant $N = 307200$ pixels de forme carrée.

II.B.1) Calculer la largeur ℓ_c et la hauteur h_c du capteur, ainsi que la largeur ε_c d'un pixel.

II.B.2) Expliquer pourquoi il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini, ce qu'on supposera pour toute la suite.

II.B.3) À quelle distance de L_1 faut-il placer le capteur pour y obtenir une image nette de Jupiter ? Quelle est alors la largeur, exprimée en nombre de pixels, de l'image de Jupiter sur le capteur ?

II.B.4) Pour estimer la précision avec laquelle on doit faire la mise au point, on suppose que l'ensemble ($\mathcal{T}_2$ -capteur) se trouve à une distance ε_0 de la position assurant une image parfaitement nette.

En raisonnant sur les rayons issus du point de Jupiter situé sur l'axe optique de L_1 , expliquer physiquement (faire un schéma) que l'image de ce point sur le capteur n'est plus ponctuelle et forme une tache de largeur ε_t . On distinguera les deux sens possibles de décalage du porte oculaire.

II.B.5) À quelle condition sur ε_t et ε_c cette non ponctualité ne se remarquera pas sur le capteur utilisé ? En déduire la valeur maximale autorisée pour ε_0 sans qu'il y ait d'incidence sur la netteté de l'image formée sur le capteur (tolérance sur la mise au point).

II.C – Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f'_2 , placée à la distance $D_{2c} = 200\text{ mm}$ du capteur (figure 4 à droite). La mise au point se fait en translatant l'ensemble (L_2 -capteur), fixé sur le tube porte oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F'_1 est situé entre (L_2) et le capteur.

II.C.1) Comment faut-il choisir f'_2 et à quelle valeur doit-on régler D_{12} pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment ?

On rappelle la relation de conjugaison de Descartes pour une lentille mince $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

II.C.2) Le dispositif de Barlow est alors qualifié de « tripleur de focale ». Proposer une justification à ce terme.

II.D – Jusqu'à présent, on a négligé les effets de la diffraction, qui produit un étalement des images. En supposant que l'effet dominant est la diffraction à travers l'ouverture délimitant L_1 , estimer (ordre de grandeur) la largeur ε_d sur le capteur de l'image d'un objet ponctuel situé à grande distance suivant l'axe optique, dans le cas de la lunette munie du tripleur de focale.

On considérera que la mise au point est parfaite et que l'ensemble de la chaîne optique est assimilable à une lentille de diamètre d_1 et de focale $3f'_1$. Les candidats introduiront une longueur d'onde et en proposeront un ordre de grandeur raisonnable.

Commenter le résultat obtenu.

III METHODES DE MESURES DU CHAMP DE PESANTEUR A L'AIDE D'UN PENDULE

Pour déterminer le champ de pesanteur localement, les géophysiciens disposent d'instruments appelés gravimètres. Le premier gravimètre utilisé historiquement a été un pendule : Le pendule de Richter.

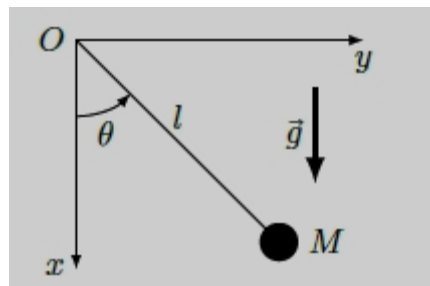


Figure 1

1. Rappeler la définition de la période d'un phénomène périodique.

On donne l'expression de la période propre T_0 des oscillations d'un pendule simple (figure 1) en fonction de la longueur du fil métallique soutenant la masse m dans le champ de pesanteur g .

$$\text{On a } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

2. Pourquoi l'utilisation d'un tel pendule permet-elle de remonter à la mesure de l'intensité de la pesanteur g ?

En 1672 l'astronome Richter part à Cayenne en Guyane avec une horloge à pendule réglée à Paris (pendule qui bat la seconde), il s'aperçoit qu'elle retarde de 2 min 28 s par jour.

3. Déterminer la valeur g_c de g à Cayenne. Pour quelle(s) raison(s) les valeurs de g sont-elles différentes dans ces deux lieux ?

On admet que l'incertitude de mesure provient essentiellement de la mesure de la période T_0 .

- En utilisant une différentielle logarithmique et en assimilant les incertitudes à des différentielles, montrer que $\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta g}{g}$.
- Quelle devrait être l'incertitude sur la mesure de la période du pendule utilisé par Richter pour que l'incertitude sur la mesure de g soit égale à $1 \mu\text{gal}$ (ordre de grandeur de la précision des gravimètres actuels) ?

Données : A Paris, $g_P = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ et $1 \text{ gal} = 1,00 \text{ cm.s}^{-2}$ (unité de mesure de la pesanteur).

IV CHAUFFAGE D'UN LINGOT

À partir du moment où l'on rentre un lingot froid cubique dans un four chaud, la vitesse à laquelle augmentera la température au centre va dépendre de facteurs géométriques comme ℓ la longueur du côté du lingot, de la conductivité thermique λ , et de l'inertie thermique dans laquelle interviennent la capacité thermique massique à pression constante c_P et la masse du lingot, ce qui nécessite l'introduction de la masse volumique ρ .

On note t la durée nécessaire pour que le centre du lingot atteigne la température du four. Cette durée dépend des paramètres du système mentionnés ci-dessus et le but de cette étude est d'en trouver une estimation par analyse dimensionnelle.

On posera donc :

$$t = K \cdot c_P^a \cdot \lambda^b \cdot \rho^c \cdot \ell^d$$

où K est une constante sans dimension et a, b, c, d des exposants entiers ou demi-entiers.

Remarque :

La différentielle dG d'une grandeur physique G s'expriment dans la même unité.

Définitions utiles :

→ La définition simple de c_P est $c_P = \frac{1}{m} \frac{dH}{dT}$ où H représente une grandeur appelée « enthalpie » qui est homogène à une énergie, m étant la masse du système et T la température absolue.

→ La conductivité thermique λ relie la norme du vecteur densité de flux thermique j_Q à la variation spatiale de température dans le milieu selon la relation $J_Q = \lambda \left| \frac{dT}{dx} \right|$.

- Rappeler la relation entre la puissance et l'énergie. En déduire l'unité de puissance dans le système international de base.
- Sachant que j_Q est homogène à une puissance par unité de surface, donner son unité dans le système de base.
- En déduire que la conductivité thermique λ peut s'exprimer en $\text{kg.m.s}^{-3}.\text{K}^{-1}$.
- Montrer que c_P peut s'exprimer en $\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$.
- En utilisant les résultats précédents, déterminer les expressions des exposants a, b, c et d de l'expression : $t = K \cdot c_P^a \cdot \lambda^b \cdot \rho^c \cdot \ell^d$.
- Ecrire la relation obtenue pour t .
- Que se passe-t-il pour t si on double la masse du lingot (toujours cubique) ?

FIN.