

Question de cours

Expliquer la règle du $t^\alpha f(t)$...

Exercice

Déterminer la valeur de l'intégrale impropre $\int_4^{+\infty} \frac{2t+1}{(2t-1)(4-t^2)} dt$.

Exercice

Un ingénieur lumière s'occupe de l'éclairage pour un concert. Il possède 4 projecteurs notés P_1, P_2, P_3 et P_4 . Il les allume de la manière suivante.

- Le concert débute avec le projecteur 1 allumé.
- Si le projecteur P_1 est allumé alors un et un des projecteurs P_1, P_2, P_3 ou P_4 s'allume à l'instant suivant et le choix est fait de manière équiprobable.
- Si le projecteur P_k est allumé pour $k \in \llbracket 2, 4 \rrbracket$ alors le projecteur P_{k-1} s'allume à l'instant suivant.
- Un seul projecteur est allumé en même temps.

On note X le premier instant où P_2 s'allume.

1. Calculer la probabilité que P_1 reste allumé jusqu'à l'instant $n \in \mathbb{N}$.
2. Calculer $\mathbb{P}(X = 1)$ et $\mathbb{P}(X = 2)$.
3. Calculer $\mathbb{P}(X = n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 3$.
4. Calculer $\mathbf{E}(X)$ et interpréter.
5. Écrire un script permettant de modéliser la situation et qui renvoie la valeur prise par X .

Question de cours

Parler des intégrales de référence

Exercice

On considère l'intégrale $I = \int_3^{+\infty} \frac{1}{t^2 - t - 2} dt$.

1. Quelle est la nature de l'intégrale I ?
2. Déterminer $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que : $\forall x \in]2, +\infty[, \frac{1}{x^2 - x - 2} = \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{x - 2}$.
3. En déduire la valeur de I .

Exercice

QUESTIONS INDEPENDANTES

1. On suppose que les avions peuvent terminer un vol si au moins la moitié de ses réacteurs fonctionne. On suppose que chaque réacteur a une probabilité p (p élément de $]0, 1[$) de tomber en panne et que les réacteurs se comportent de manière indépendant. Déterminer, en fonction de p , s'il vaut mieux monter dans un avion à deux ou bien à quatre réacteurs.
2. Soient X et Y deux variables aléatoires de Bernouilli de paramètres respectifs p et r telles que $Cov(X, Y) = 0$. Montrer que X et Y sont indépendantes.

BL2 Sujet 3

Semaine de colle: 5

Autres sujets posés sur:

cahier-de-prepa.fr/dalzon2/docs?colle

COLLES DE MATHÉMATIQUES DE M BACQUELIN

Question de cours

Petit cours sur la loi géométrique

Exercice

On considère l'intégrale $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(e^x + 1)(e^{-x} + 1)} dx$.

1. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{(e^x + 1)(e^{-x} + 1)} = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$.
2. Donner une primitive de $f : x \mapsto \frac{1}{(e^x + 1)(e^{-x} + 1)}$.
3. En déduire la valeur de I .

Exercice

1. Montrer que $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$ est convergente puis, à l'aide d'une intégration par parties, que $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$ est convergente.
2. Pour tout entier naturel n , on pose : $I_n = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin((2n+1)x)}{x} dx$.
 - (a) Montrer I_n est bien définie.
 - (b) Montrer que $f : \begin{cases} \left[0; \frac{\pi}{2}\right] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)} & \text{si } x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right] \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{cases}$ est de classe $\mathcal{C}^1$.
 - (c) On pose $J_n = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin((2n+1)x)}{\sin(x)} dx$. Calculer J_n .
 - (d) Exprimer I_n à l'aide de J_n et en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} (I_n)$.
3. En déduire la valeur de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$.