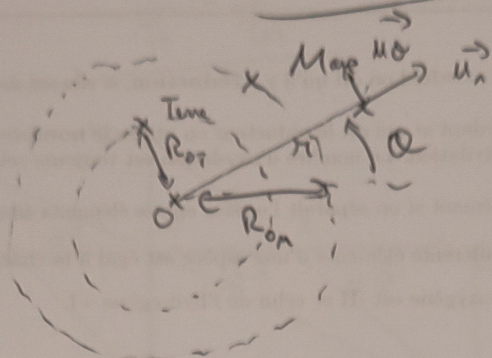


①

Connection - DS 1

I / 1)



$$2) \vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

- 3) Pour un mouvement circulaire, $r = \text{cte} \Rightarrow \dot{r} = 0 \Rightarrow \vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$
 Pour un mouvement uniforme $\|\vec{v}\| = \text{cte}$ donc $r \dot{\theta} = \text{cte}$ donc
 $\frac{d}{dt}(r \dot{\theta}) = 0 = r \ddot{\theta}$ ainsi $\ddot{\theta} = 0$ donc $\omega = \dot{\theta} = \text{cte}$.

$$4) \omega_T = \frac{2\pi}{T_T} \quad \omega_M = \frac{2\pi}{T_M}$$

$$\text{A.N. : } \omega_T = 2,0 \times 10^{-7} \text{ rad/s} \quad \omega_M = 1,1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

- 5) D'après le schéma de la figure 1, $d_{\min} = R_{0M} - R_{0T}$
 $d_{\min} = 8,0 \times 10^5 \text{ km}$

- 6) Si la Terre et Mars sont en conjonction, elles sont alignées avec le Soleil. Ainsi $\theta_T(t=0) = \theta_M(t=0)$

$$7) \dot{\theta}_T = \omega_T \Rightarrow \theta_T = \omega_T t + c_1 \quad \text{or } c_1 = 0 \text{ car } \theta_T(0) = 0$$

$$\dot{\theta}_M = \omega_M \Rightarrow \theta_M = \omega_M t + c_2 \quad \text{or } c_2 = 0 \text{ car } \theta_M(0) = 0$$

- 8) C'est la Terre qui aura fait un tour de plus car $\omega_T > \omega_M$
 (la Terre tourne plus vite que Mars autour du soleil)

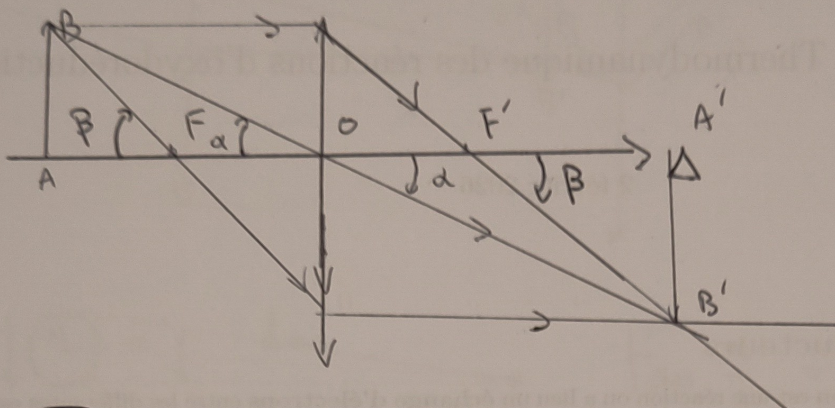
$$9) \text{Ainsi } \theta_T(t=S) = \theta_M(t=S) + 2\pi \Rightarrow \omega_T S = \omega_M S + 2\pi$$

$$S \frac{2\pi}{T_T} = \frac{2\pi}{T_M} S + 2\pi \Rightarrow S \left(\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_T} \right) = -1 \Rightarrow S = \frac{1}{\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_T}}$$

② 5) Ainsi $S = \frac{1}{\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T_m}}$

A.N. $S = 779 \text{ jours}$

10)



11) $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

D'après la Q. 10

~~tan alpha~~ $\tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$

d'où $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

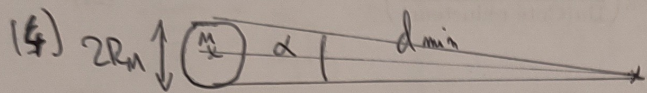
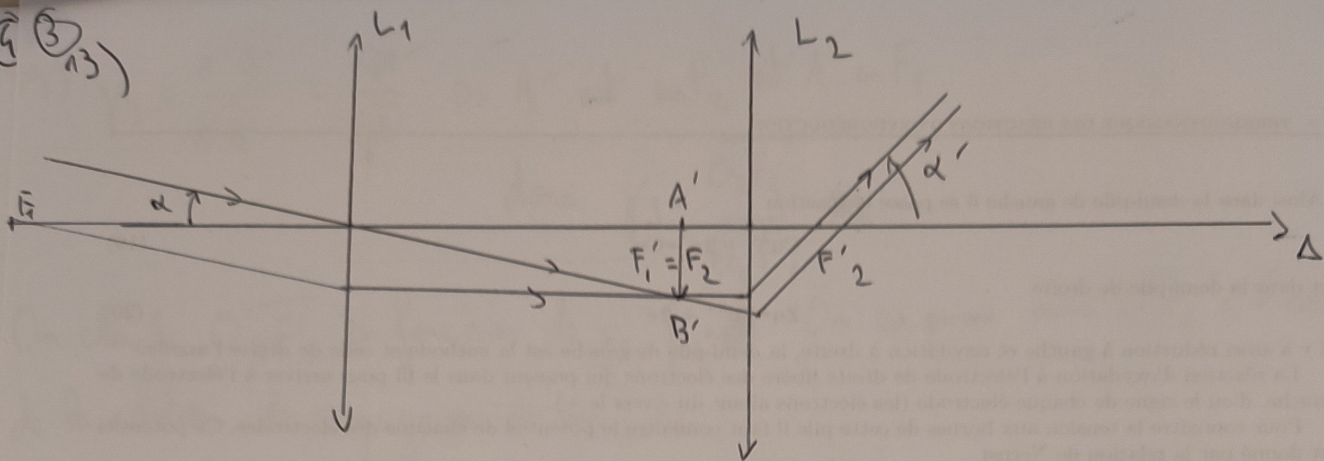
12) La lunette étant afocale, elle fait l'image à l'infini d'un objet à l'infini.

L'image intermédiaire formée par L_1 est dans le plan focal image de L_1 .

Afin que l'image de cette image intermédiaire par L_2 soit à l'infini, l'image intermédiaire doit être dans le plan focal objet de L_2 .

Ainsi $\underline{\underline{O_1 O_2 = f'_1 + f'_2}}$

13)



$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{R_M}{d_{\min}}$$

Cet angle α va être très petit ainsi $\frac{\alpha}{2} \approx \frac{R_M}{d_{\min}}$ $\alpha \approx \frac{2R_M}{d_{\min}}$

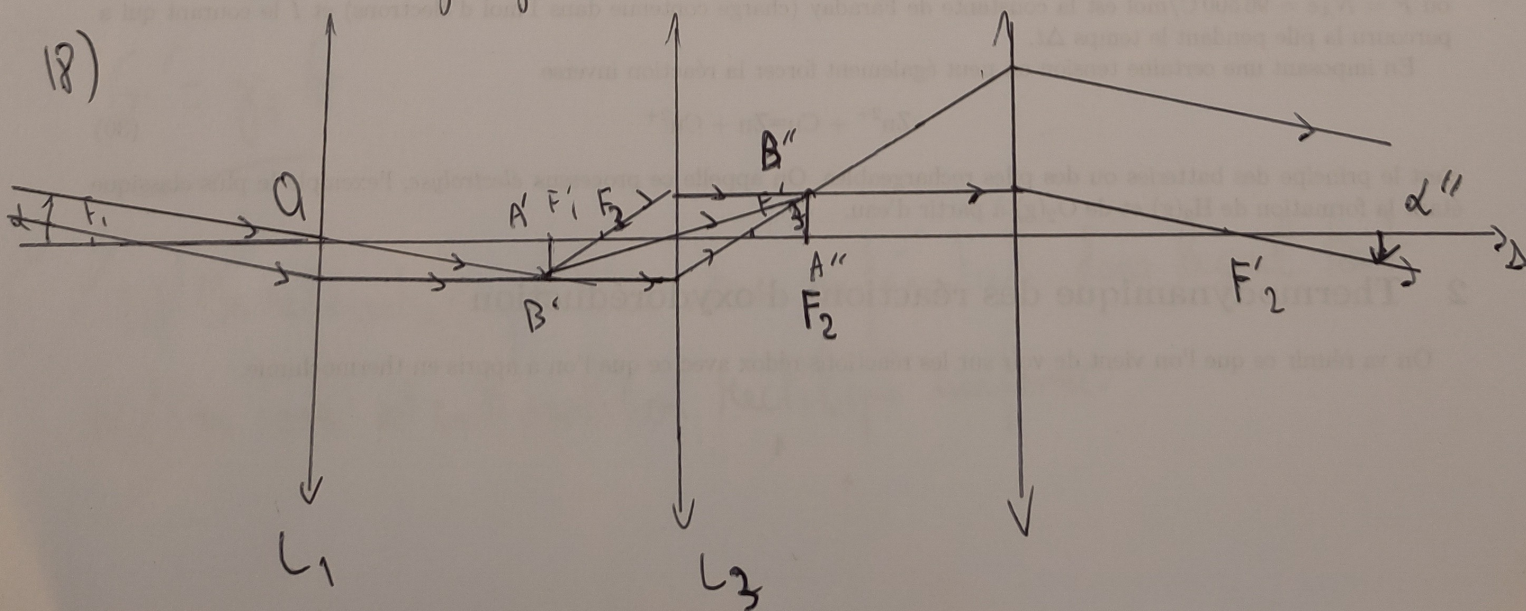
$$\Rightarrow \alpha = 8,5 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

15) Sur le schéma de la figure 13 on voit que α et α' sont de signe opposés. Ainsi l'image sera renversée.

16) Voir SF1 chapitre A3. $G = \frac{f_1'}{f_2} \Rightarrow \underline{G = -5}$

17) Comme l'objet est à l'infini, A' est dans F_1' (foyer image de L_1)
Comme l'image finale est à l'infini, A'' est en F_2 (foyer objet de L_2)

18)



19) $\gamma_3 = \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{\overline{O_3A''}}{\overline{O_3A'}}$ or A'' est en F_2 et A' en F_1
 donc $\gamma_3 = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1}}$

On cherche $\overline{O_3F_1}$ en fonction de γ_3, f'_3 . On exprime ainsi $\overline{O_3F_2}$ à l'aide de la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1}} = \frac{1}{f'_3} \Rightarrow \overline{O_3F_2} = \frac{\overline{O_3F_1} f'_3}{\overline{O_3F_1} + f'_3}$$

et $\gamma_3 = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1}} = \frac{f'_3}{\overline{O_3F_1} + f'_3} \Rightarrow \overline{O_3F_1} = \frac{f'_3}{\gamma_3 - 1}$

20) $G' = \frac{\alpha''}{\alpha}$

Et $\alpha'' \approx \tan \alpha'' = \frac{A''B''}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{A''B''}{f'_2}$ et on a toujours $\alpha = \frac{A'B'}{f'_1}$

donc $\frac{\alpha''}{\alpha} = -\frac{A''B''}{A'B'} \frac{f'_1}{f'_2} = -\gamma_3 G$

$G' = \gamma_3 G$

II / 21) Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel tout système isolé est en translation rectiligne uniforme.

$$22) \quad V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \quad m = \rho V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \rho$$

23) Système étudié: goutte de masse m

* Référentiel terrestre $\checkmark$ galiléen.

* Dans le repère cartésien $(Oxyz)$, Oz descendant.

* Bilan des forces: $\vec{P} = m\vec{g} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \rho g \vec{u}_z$ (PFD)

* On applique le principe fondamental de la dynamique $\checkmark$ à la goutte dans R galiléen:

$$m \vec{a} = \vec{P}$$

Le mouvement est uniquement selon $\vec{u}_z$ ainsi

$$m \ddot{z} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \rho g \Rightarrow \ddot{z} = g \Rightarrow \dot{z}(t) = gt + c_1$$

$$\Rightarrow z(t) = \frac{1}{2} gt^2 + c_1 t + c_2$$

Conditions initiales: $z(t=0) = 0$; $\dot{z}(t=0) = 0$ d'où $c_1 = 0$
 $c_2 = 0$

$$z(t) = \frac{1}{2} gt^2$$

$$24) \quad \text{On a } z(t_c) = h \rightarrow \frac{1}{2} gt_c^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

A.N.: $t_c = 20\text{s}$

$v_c = \dot{z}(t_c) = gt_c$

A.N.: $v_c = 2,0 \times 10^2 \text{ m/s}$

25) On a $N = [K] \left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow \frac{kg \cdot m \cdot s^2}{s^2 \cdot m^2} = [K] \Rightarrow [K] = kg/m$

26) $\frac{m}{s} = \left(\frac{kg}{m}\right)^\alpha (kg)^\beta \left(\frac{m}{s^2}\right)^\gamma \Rightarrow \begin{cases} 1 = -\alpha + \gamma \\ -1 = -2\gamma \\ 0 = \alpha + \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \gamma - 1 = -\frac{1}{2} \\ \gamma = \frac{1}{2} \\ \beta = -\alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{K}}$ par analyse dimensionnelle.

27) Si il y a équilibre des forces: $\vec{P} + \vec{F}_f = \vec{0}$

$\Rightarrow mg - K v_{lim}^2 = 0 \Rightarrow v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{K}}$

On retrouve bien le même résultat.

28) A.N.: $v_{lim} \approx 0,3 m/s$

et $v_{lim} \ll v(t_c) = 200 m/s$

$\hookrightarrow$ cette valeur était ainsi extrêmement surestimée.

Il faut absolument prendre en compte les frottements.

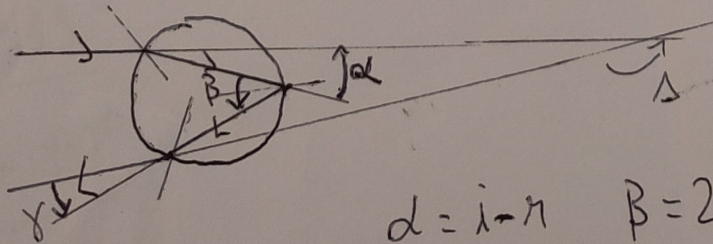
29) x Rayons incident, réfléchi et réfracté appartiennent au même plan.

x Si on note i_r l'angle de réflexion, $i = i_r$

x Pour la réfraction: $n_{air} \sin i = n \sin r \Rightarrow \sin i = n \sin r$

30) La réflexion totale peut avoir lieu seulement lors du passage eau $\rightarrow$ air (SF 1 chapitre A1)

31)



et $\Delta = \alpha + \beta + \gamma$

$\Delta = \alpha + \pi - \beta + \gamma$

$\alpha = i - r \quad \beta = 2r \quad \gamma = i - r$ d'où $\Delta = \pi - 5r + 2i$

⑦ 31) (suite) $\Delta = \pi - 4n + 2i$ or $\Delta \sin i = n \sin n$ $i = \arcsin(x)$
 $x = n \sin n \rightarrow n = \arcsin(\frac{x}{n})$

$$\Delta = \pi - 4 \arcsin(\frac{x}{n}) + 2 \arcsin(x)$$

32) Pour trouver l'extremum on cherche l'annulation de la dérivée:

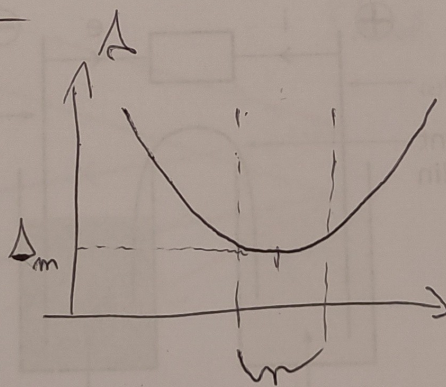
$$\frac{d\Delta}{dx} \Big|_{x=x_m} = 0 \text{ or } \frac{d\Delta}{dx} = -4 \frac{d \arcsin(\frac{x}{n})}{dx} + 2 \frac{d \arcsin x}{dx}$$

$$-\frac{2}{n} \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x_m}{n})^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x_m^2}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{1-x_m^2} = \frac{4}{n^2} \frac{1}{1-(\frac{x_m}{n})^2}$$

$$1-x_m^2 = \frac{n^2-x_m^2}{4} \Rightarrow x_m^2 \left(1-\frac{1}{4}\right) = 1-\frac{n^2}{4} \Rightarrow 3x_m^2 = 4-n^2$$

$$\text{Finalement } x_m = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

33) $\Delta_m = \Delta(x_m)$



Pour tous les angles i appartenant à cet intervalle, $\Delta \approx \Delta_m$. La lumière s'accumule donc dans cette direction.

34) $x_m(\text{violet}) \approx 0,856$
 $x_m(\text{orange}) \approx 0,862$

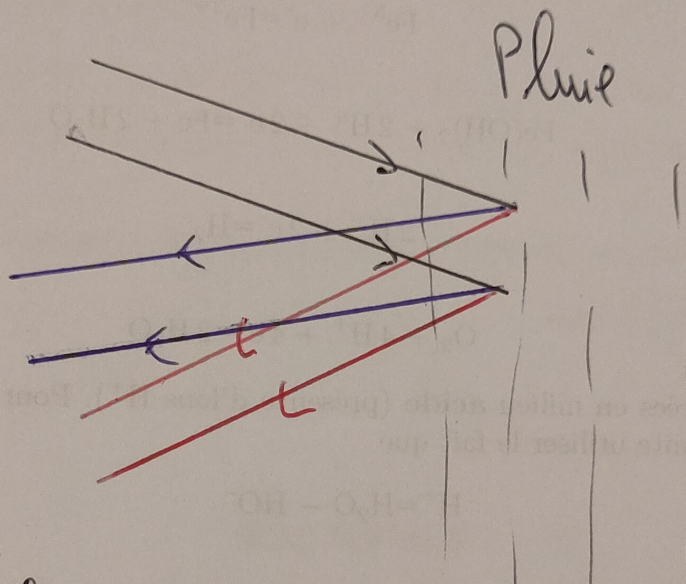
$\Delta_m(\text{violet}) \approx 139^\circ$

$\Delta_m(\text{orange}) \approx 137^\circ$

⑧

35)

✱



Notre œil va interpréter les rayons rouges comme provenant d'un point au-dessus des rayons violets. Le rouge est ainsi vu à l'extérieur de l'arc et le violet à l'intérieur.