

Colles MP2I - Dynamique du point II

1 Plateau et ressort

Un cube C d'arête a , de masse m , est accroché à un ressort linéaire de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Il est d'autre part posé sur un plateau horizontal immobile, coïncidant avec le plan (Oxy) . L'autre extrémité du ressort est maintenue fixe, à une hauteur h au-dessus du plateau, et le ressort est vertical (figure 1).

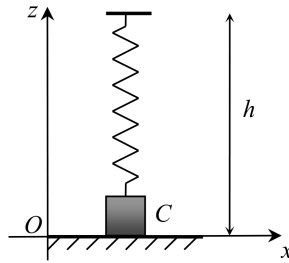


FIGURE 1 – Situation étudiée

1. Faire un bilan des forces s'appliquant sur le cube en donnant si possible leur expression dans la base cartésienne.
2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique afin de déterminer la norme de la réaction normale du plateau.
3. Montrer que le calcul précédent n'est valable que si h est inférieur à une valeur $h_{\max}$ que l'on déterminera. Que se passe-t-il si $h > h_{\max}$? Que devient $h_{\max}$ lorsque $k \rightarrow +\infty$? Commenter.

2 Oscillations d'un anneau sur support circulaire

Un petit anneau, assimilé à un point matériel M de masse m , est astreint à coulisser sans frottement le long d'une tige circulaire de centre O et de rayon r , située dans le plan vertical (Oxy) (figure 2). La position de M sera repérée par l'angle θ entre (Ox) et $O\vec{M}$. À la date $t = 0$, on lâche M depuis $\theta(t = 0) = 0$ avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}(t = 0) = \Omega_0$.

1. Appliquer la seconde loi de Newton et la projeter dans la base cylindrique. En déduire une équation différentielle sur $\theta(t)$.
2. On suppose que l'on peut se placer dans l'approximation des petits angles. Définir alors ω_0 la pulsation caractéristique du mouvement. Résoudre alors l'équation différentielle et en déduire $\theta(t)$. Représenter graphiquement $\theta(t)$.
3. Exprimer la période T des oscillations en fonction de g et r .

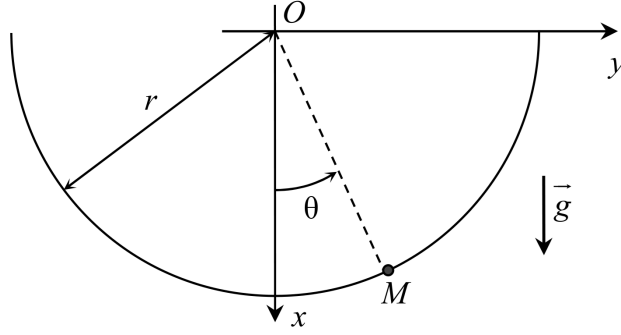


FIGURE 2

3 Mobile entre deux ressorts

Un objet M de masse m , assimilé à un point matériel, est astreint à se déplacer sans frottement sur une tige rectiligne, inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, et fixe par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}$ (supposé galiléen). M peut se déplacer entre l'origine O et un point fixe B tel que $\vec{OB} = 2l_0\vec{e}_x$ il sera donc repéré par son abscisse x . M est lié au point O par un ressort idéal 1, de coefficient de raideur k et de longueur à vide l_0 , et il est également lié au point B par un ressort idéal 2, de même raideur k mais de longueur à vide nulle (c'est-à-dire négligeable devant l_0) (figure 3).

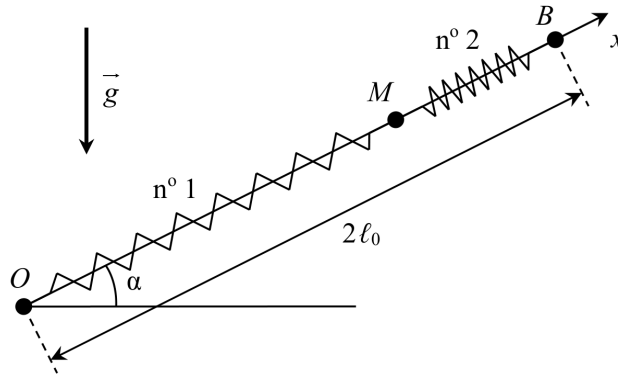


FIGURE 3

1. Faire un bilan des forces appliquées sur le point M . Donner leurs composantes dans la base cartésienne.
2. Déterminer l'abscisse d'équilibre x_{eq} du point M .
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, on pourra si nécessaire faire apparaître x_{eq} .
4. À l'instant initial $t = 0$, on lâche M à l'abscisse x_{eq} avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = -v_0\vec{e}_x$. Déterminer la solution de l'équation différentielle $x(t)$.
5. Donner la condition pour que M n'atteigne pas le point B . Tracer alors l'allure de $x(t)$ en supposant $x_{\text{eq}} > l_0$.