

Dimensions et unités

1 Dimensions

La *dimension* d'une grandeur physique est ce qui caractérise sa nature physique : un temps, une longueur, une tension, ... Toutes les grandeurs physiques ont une dimension qui peut s'exprimer en fonction d'un nombre restreint choisi de sept dimensions de base (cf. tableau 1).

Toutes les autres dimensions peuvent s'exprimer par combinaison des dimensions de base. Par exemple, par la relation $E = m.c^2$ on voit que la dimension de l'énergie E est celle d'une masse multipliée par une vitesse au carré, ce qu'on notera $[E] = M.L^2.T^{-2}$.

Il existe des grandeurs sans dimension, comme les angles.

dimension	masse	longueur	temps	intensité électrique	température	intensité lumineuse	quantité de matière
notation	M	L	T	I	Θ	J	N
unité SI	kilogramme (kg)	mètre (m)	seconde (s)	Ampère (A)	Kelvin (K)	candela (cd)	mole (mol)

TABLE 1 – Les 7 dimensions de base et leur unité SI.

2 Unités

Pour exprimer une grandeur, il faut une valeur suivie d'une unité. Le tableau 1 indique les unités de base du *Système International* qui est celui qu'on utilisera ; mais il en existe d'autres, par exemple le système CGS utilisé par les anglo-saxons. Il existe aussi des unités SI pour les grandeurs qui ne sont pas de base dans le système SI, par exemple le Joule pour l'énergie.

Il ne faut pas confondre unité et dimension. Une grandeur a une seule dimension, qui peut s'exprimer dans différentes unités.

3 Homogénéité d'une expression

Il existe trois règles fondamentales concernant les expressions en physique, appelées *règles d'homogénéité* :

- on ne peut ajouter que des grandeurs de même dimension
- dans une équation, les deux côtés de l'égalité doivent avoir la même dimension
- les arguments des fonctions transcendantes (cosinus, sinus, exponentielle, logarithme, ...) doivent être sans dimension

Il faut donc toujours vérifier l'homogénéité de ses résultats avant de les encadrer.

Exemples :

- on obtient $l_2 = 1 + l_1$ où l_1 et l_2 sont des longueurs : c'est forcément faux, on n'ajoute pas 1 (sans dimension) avec une longueur
- on écrit l'association de deux lentilles accolées : $f' = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ où les trois f' sont des longueurs : c'est faux, on s'est trompé dans le terme de gauche, c'est $\frac{1}{f'}$
- on obtient l'altitude d'un point en chute libre : $z = h - \frac{1}{2}gt$ où h est une longueur, g une accélération en m.s^{-2} et t le temps : c'est faux, car $\frac{1}{2}gt$ est en m.s^{-1} , ce n'est pas une longueur ; on a sûrement oublié un carré à t
- en électricité on écrira souvent des fonctions en $\cos(2\pi ft)$ où f est une fréquence, en Hertz c'est-à-dire en s^{-1} ; donc $2\pi ft$ est sans dimension, c'est correct
- le calcul de la pression dans l'atmosphère indique qu'elle varie comme $P(z) = P(0)e^{-\frac{Mg}{RT}z}$ où M est une masse molaire, g une accélération, R une constante en $\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ et T une température : c'est compliqué tout ça, mais si on n'a pas fait d'erreur, on peut affirmer que $\frac{RT}{Mg}$ est une longueur, car l'argument de l'exponentielle doit être sans dimension

Grandeur	Dimension	Unité S.I.	Symbole	Définition	Autre unité courante
Temps	T	Seconde	s	Définie à partir des vibrations d'un atome de césium	Jour solaire : 1j = 86 400 s Année : 1an = 365, 26j = $3,2 \times 10^7$ s
Longueur	L	Mètre	m	Distance parcourue par la lumière dans le vide pendant 1/299 792 458 s	Unité astronomique : 1ua = $1,5 \times 10^{11}$ m Année lumière : 1al = $0,95 \times 10^{16}$ m
Masse	M	Kilogramme	kg	Une mole de carbone 12 a pour masse 12 g exactement	
Énergie	$M.L^2.T^{-2}$	Joule	J	1 J = 1 kg m ² s ⁻²	Electron-Volt : 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J
Puissance	$M.L^2.T^{-3}$	Watt	W	1 W = 1 J s ⁻¹	Cheval vapeur : 1ch = 736 W
Force	$M.L.T^{-2}$	Newton	N	1 N = 1 J m ⁻¹	
Pression	$M.L^{-1}.T^{-2}$	Pascal	Pa	1 Pa = 1 N m ⁻² = 1 J m ⁻³	Bar : 1 bar = 1×10^5 Pa
Intensité	I	Ampère	A	Deux fils parallèles à 1m de distance parcourus par 1A s'attirent avec une force de 2×10^{-7} N par mètre de fil	
Charge	$I.T$	Coulomb	C	1 C = 1 A s	
Tension	$M.L^2.T^{-3}.I^{-1}$	Volt	V	1 V = 1 W A ⁻¹	
Résistance électrique	$M.L^2.T^{-3}.I^{-2}$	Ohm	Ω	1 Ω = 1 V A ⁻¹	
Capacité électrique	$M^{-1}.L^{-2}.T^4.I^2$	Farad	F	1 F = 1 A s V ⁻¹ = 1 s Ω^{-1}	
Inductance	$M.L^2.T^{-2}.I^{-2}$	Henry	H	1 H = 1 V s A ⁻¹ = 1 s Ω	
Champ magnétique	$M.T^{-2}.I^{-1}$	Tesla	T	1 T = 1 V s m ⁻²	Gauss : 1G = 1×10^{-4} T
Température	Θ	Kelvin	K	Compiquée	
Quantité de matière	N	mole	mol	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ entités	

TABLE 2 – Principales unités du système SI.

nom	symbole	valeur	nom	symbole	valeur
milli	m	10 ⁻³	kilo	k	10 ³
micro	μ	10 ⁻⁶	méga	M	10 ⁶
nano	n	10 ⁻⁹	giga	G	10 ⁹
pico	p	10 ⁻¹²	téra	T	10 ¹²
femto	f	10 ⁻¹⁵	péta	P	10 ¹⁵

TABLE 3 – Principaux préfixes multiplicatifs.

Nom	Minuscule	Majuscule	Nom	Minuscule	Majuscule	Nom	Minuscule	Majuscule
alpha	α	A	iota	ι	I	rho	ρ	P
beta	β	B	kappa	κ	K	sigma	σ	Σ
gamma	γ	Γ	lambda	λ	Λ	tau	τ	T
delta	δ	Δ	mu	μ	M	upsilon	υ	Υ
epsilon	ϵ	E	nu	ν	N	phi	ϕ	Φ
dzeta	ζ	Z	xi	ξ	Ξ	khi	χ	X
êta	η	H	omicron	o	O	psi	ψ	Ψ
theta	θ	Θ	pi	π	Π	oméga	ω	Ω

TABLE 4 – Les lettres grecques.