

Problème N°1 : Hydroplaneur (inspiré de Capet STI externe 2014)

I. Mise en situation

I.1 Contexte

L'Ifremer (Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer) contribue, par ses travaux et expertises, à la connaissance des océans et de leurs ressources, à la surveillance du milieu marin et du littoral et au développement durable des activités maritimes. A ces fins, il conçoit et met en œuvre des outils d'observation, d'expérimentation et de surveillance, et gère des bases de données océanographiques.

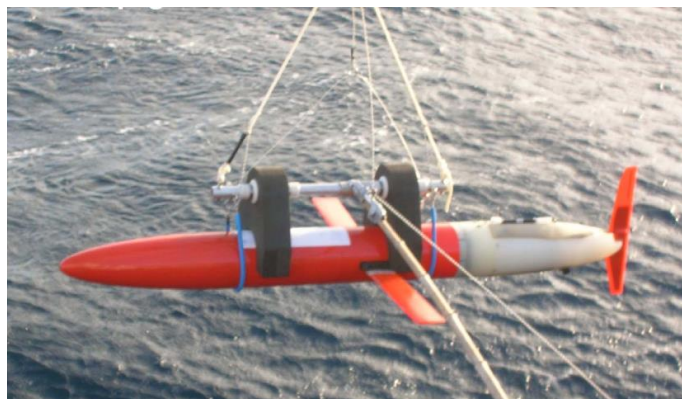


Figure 1 : mise à l'eau de l'hydroplaneur

Les équipes de scientifiques de l'IFREMER cherchent donc à mesurer certaines caractéristiques physicochimiques de l'eau de mer, en surface et en profondeur. Pour capter et enregistrer ces caractéristiques, ils utilisent des bouées, des stations sous-marines fixes ou des bateaux. Les hydroplaneurs, nouvellement arrivés, complètent ces systèmes classiques.

I.2 Présentation du système

L'hydroplaneur est conçu pour naviguer en plongée la majeure partie de son temps. Comme les planeurs aériens, cet engin n'est pas équipé de système de propulsion et utilise la portance de ses ailes et les courants marins pour naviguer sous la mer.

Pour transmettre l'ensemble des informations acquises durant la phase de plongée, il remonte régulièrement à la surface pour communiquer avec des bases terrestres spécialisées dans l'acquisition et le traitement de ces données.

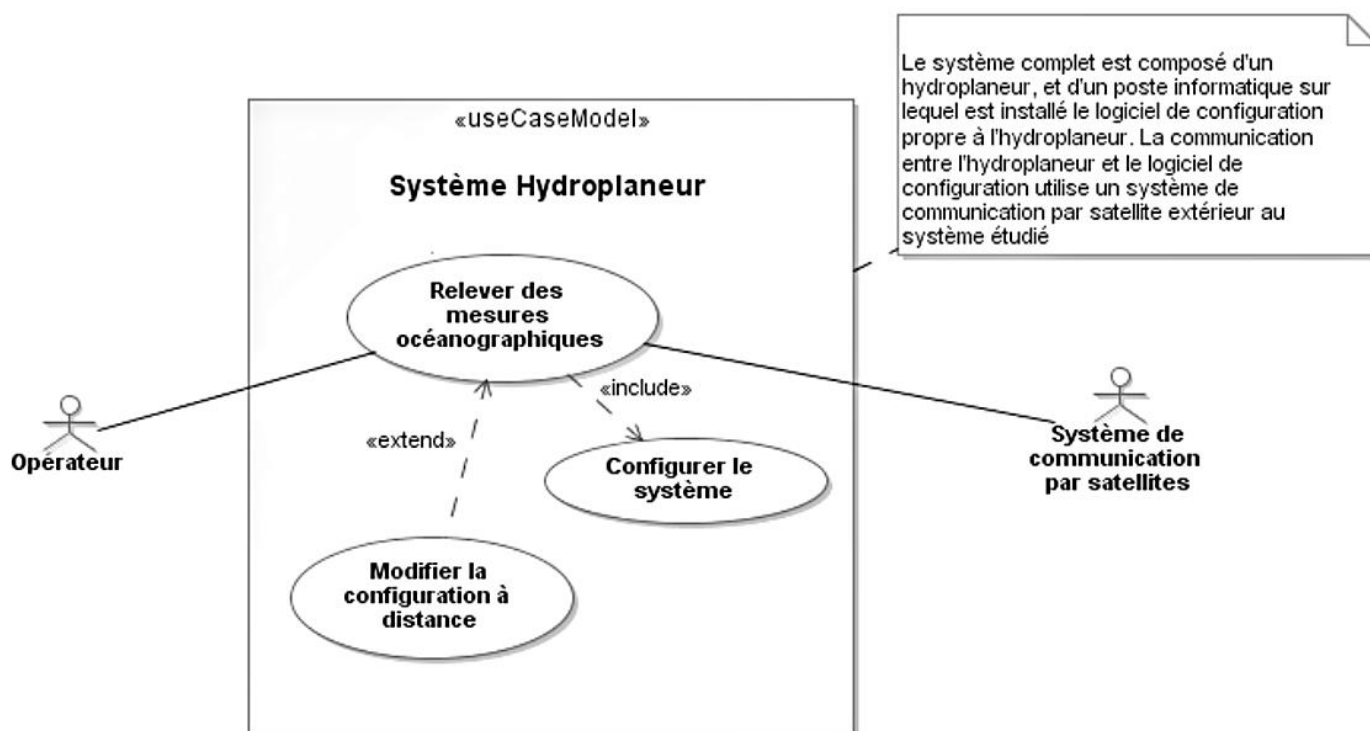


Figure 2 : diagramme de cas d'utilisation

À chaque remontée en surface, l'hydroplaneur se connecte à un réseau sans fil via un modem IRIDIUM afin de transmettre les données enregistrées sur la carte micro-SD.

En fin de charge des batteries ou en cas de souci technique, l'hydroplaneur dispose d'une balise ARGOS qui permet de le localiser et d'envoyer un navire le récupérer.

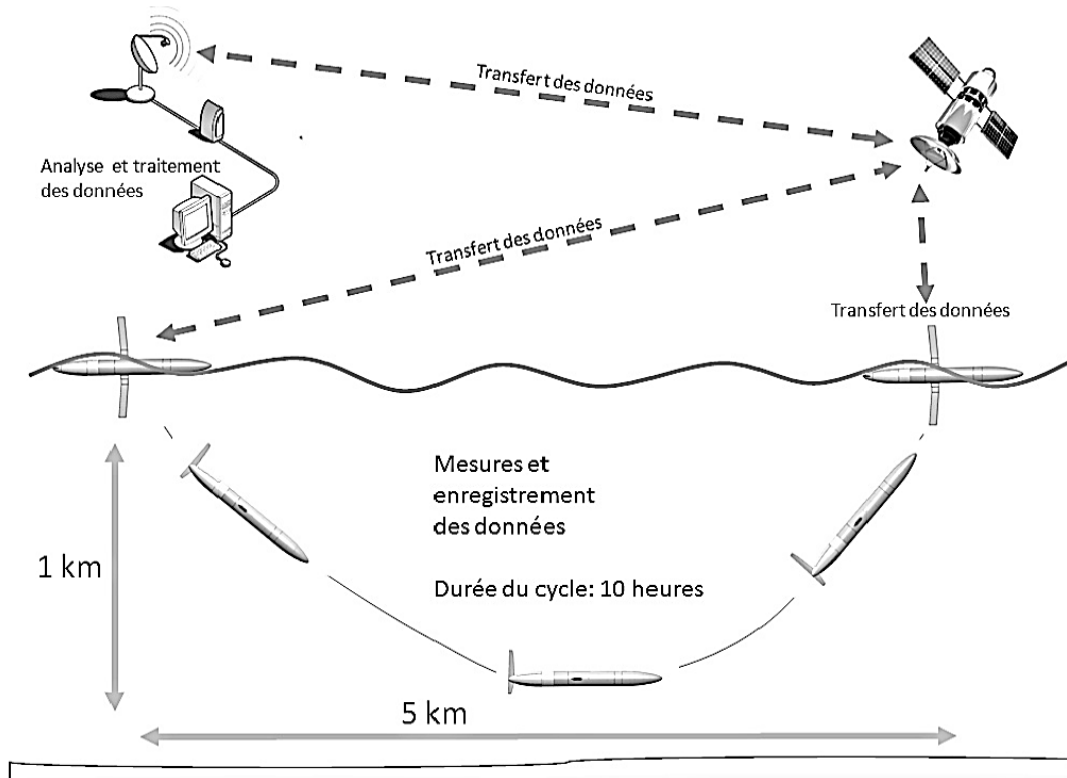


Figure 3 : description du cycle de fonctionnement

I.3 Eléments constitutifs (voir figure 5 et 4 (page suivante))

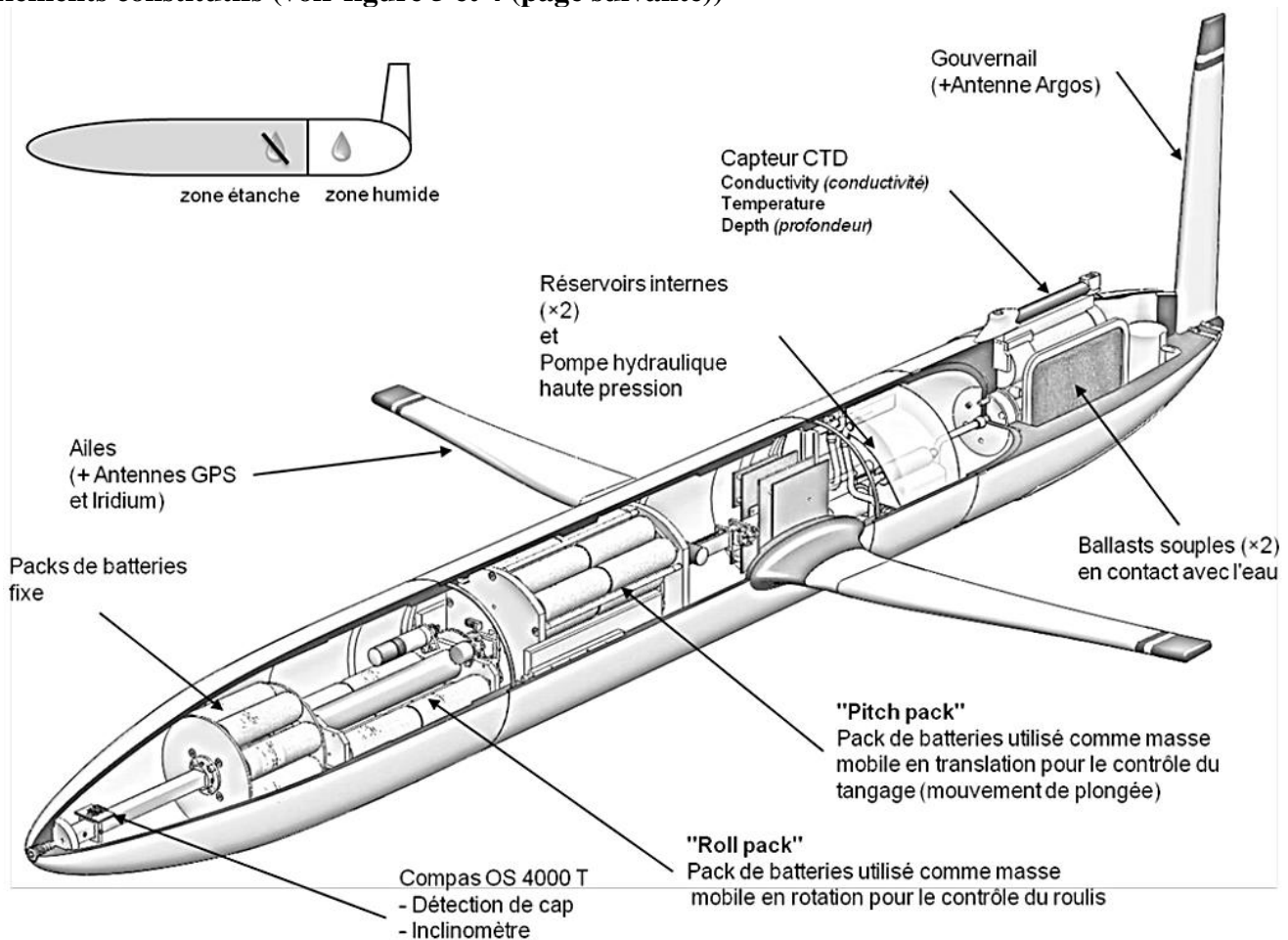


Figure 4 : architecture

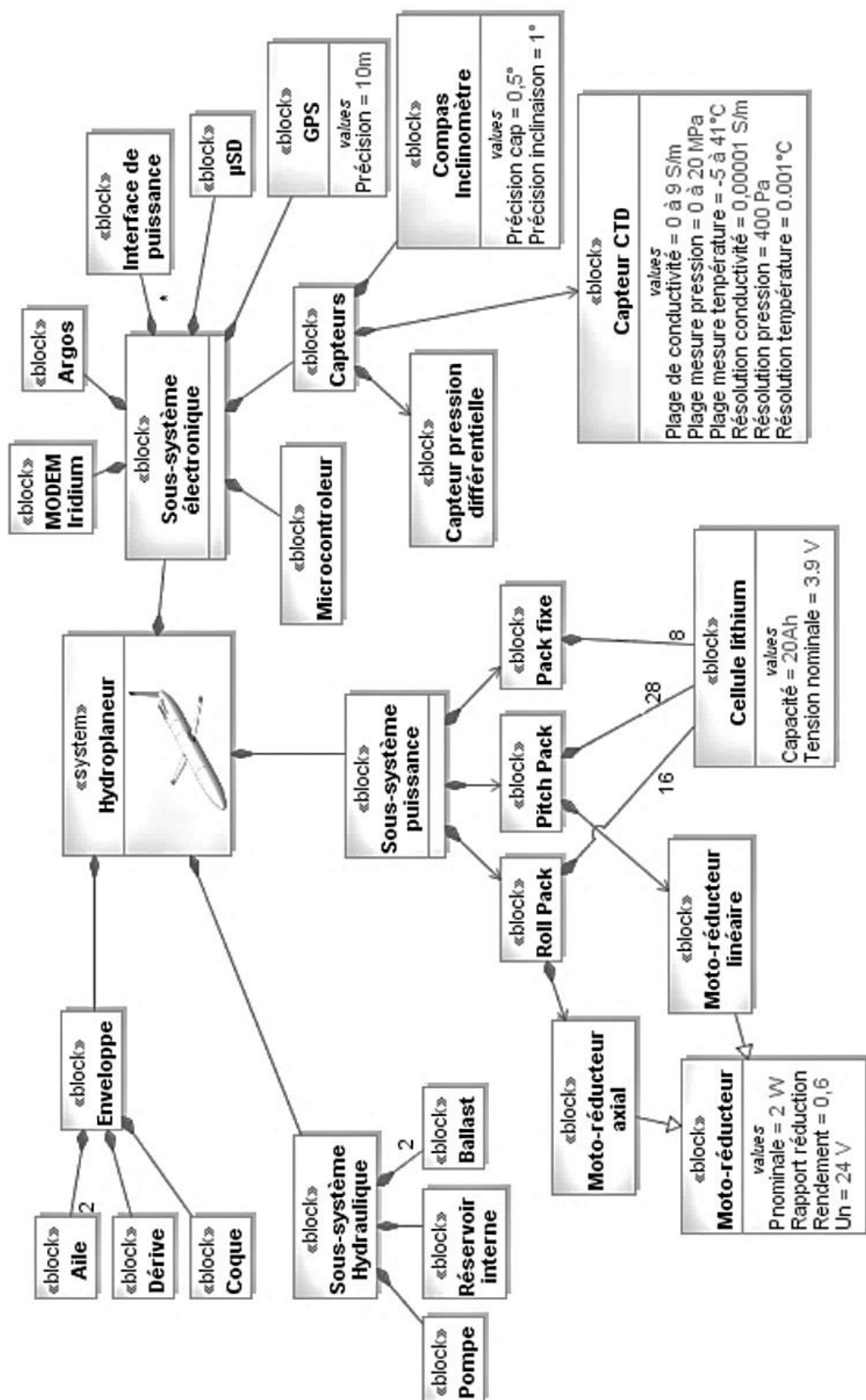


Figure 5 : diagramme de définition de blocs

I.4 Fonctionnement

I.4.1 Acquisition des données océanographiques

- Q1.** À partir du diagramme de définition de blocs (bdd) donné figure 4, identifier parmi les sept blocs du sous-système électronique les matériels réalisant les fonctions de la chaîne d'information : acquérir, traiter, mémoriser et restituer. Répondre en complétant le document réponses.
- Q2.** Identifier, sur le diagramme de définition de blocs, les grandeurs acquises par l'hydroplaneur lors d'une plongée. Répondre en complétant le document réponses.

I.4.2 Déplacement sous-marin

Le déplacement sous-marin est géré par deux principaux dispositifs visibles sur la figure 6 : le ballast souple et la masse mobile.

L'appareil utilise le principe de la poussée d'Archimède : « Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au poids du volume de fluide déplacé.

Cette poussée varie en fonction du volume de liquide déplacé dans l'hydroplaneur (cf. Figure 7). Elle s'applique au centre de poussée (barycentre du volume de liquide déplacé) et est dirigée du bas vers le haut.

Si le volume de l'hydroplaneur diminue, la poussée d'Archimède diminue et le planeur descend.

Inversement, si son volume augmente, la poussée d'Archimède augmente et le planeur remonte.

Cette variation de volume est obtenue en gonflant ou dégonflant des ballasts souples immergés, situés dans la partie arrière. La variation de volume s'obtient en injectant de l'huile à l'intérieur du ballast souple.

Cette huile est transférée par une pompe hydraulique à partir de réservoirs internes situés à l'intérieur du planeur (zone étanche).

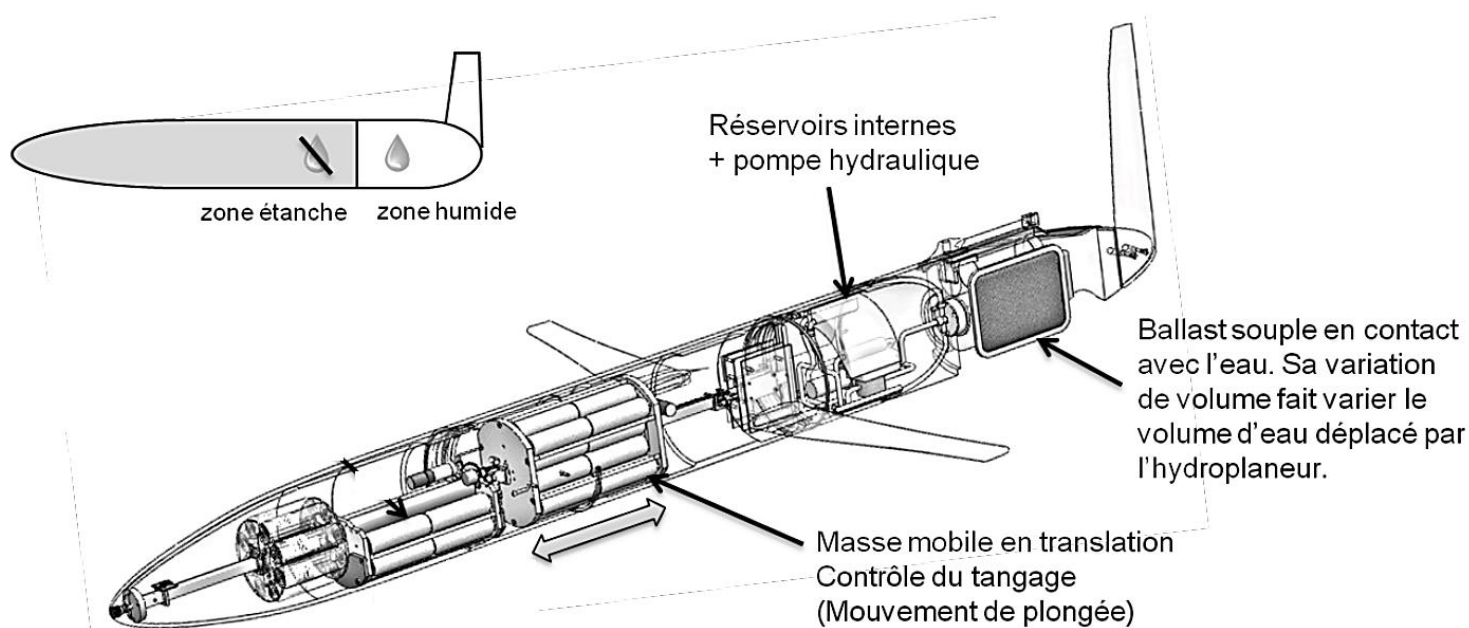


Figure 6 : éléments permettant le déplacement du sous-marin

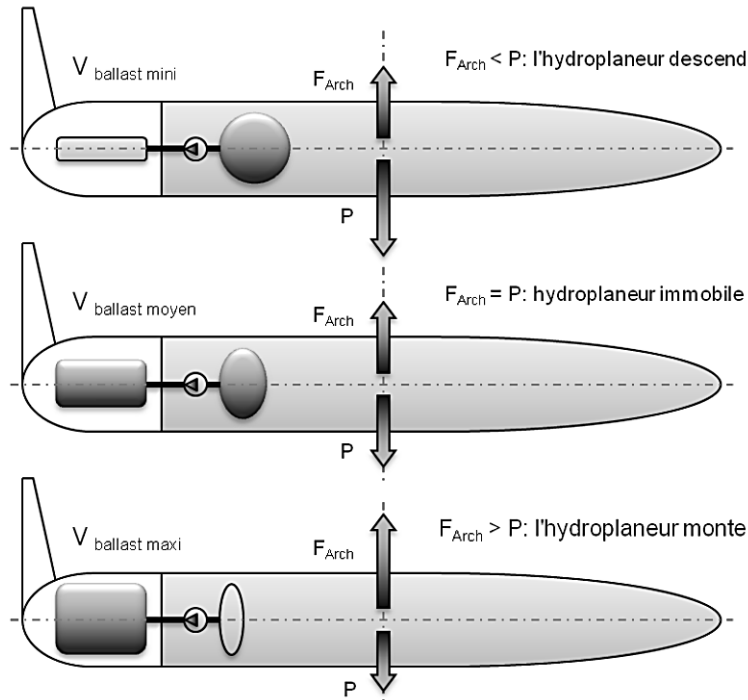


Figure 7 : Principe de flottaison basé sur la poussée d'Archimède

Q3. Sur les schémas du document réponse, colorier les éléments (réservoirs / ballasts) remplis d'huile lors des différentes phases de fonctionnement.

Pour incliner l'engin lors plongées et des remontées en surface, le système technique permettant de faire varier le volume de l'appareil est complété par un système qui déplace le centre de gravité (CdG) du planeur le long de son axe longitudinal : une masse à l'intérieur du planeur est motorisée.

Selon les positions du centre de gravité par rapport au centre de poussée (CdP), le planeur s'inclinera vers le bas ou vers le haut (cf. figure 8). Une position d'équilibre est à nouveau obtenue quand les centres de gravité et de poussée sont à la verticale l'un de l'autre.

Une fois le mouvement initié, les ailes génèrent une portance dont l'inclinaison par rapport à l'horizontale permet à l'hydroplaneur d'avancer.

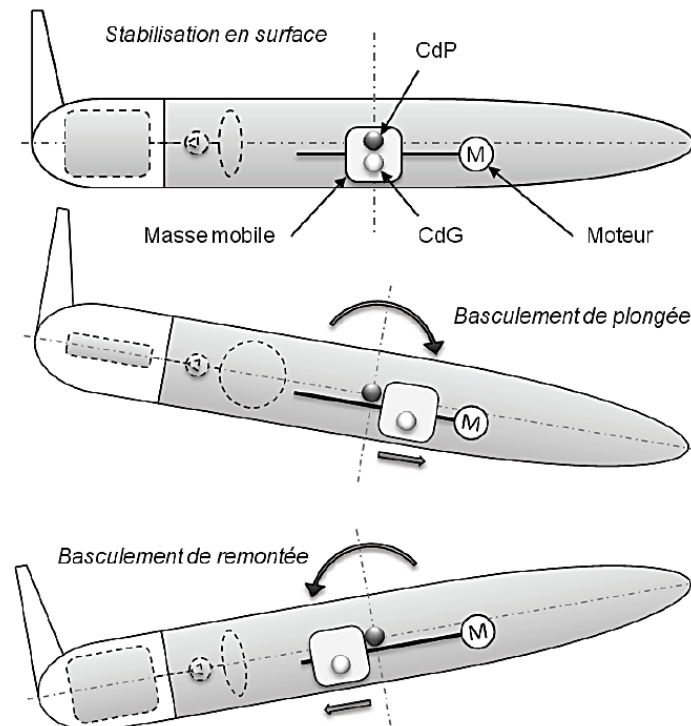


Figure 8 : Mouvement de plongée contrôlé par le déplacement de la masse mobile

I.5 Performances et cahier des charges

On donne ci-après un extrait du cahier des charges.

Exigence	Critère	Niveau	Limite
Acquérir des données océanographiques	Durée d'un cycle de plongée/remontée (h)	10	± 1
	Autonomie de fonctionnement (nbr de cycles)	500	mini
	Volume de stockage pour chaque grandeur physique ($octets$)	14 850	mini
Mouvoir l'hydroplaneur en tangage	Variation de l'angle de tangage ($^\circ$)	0 en surface 45 en plongée	± 15 ± 5
	Précision de l'asservissement : erreur statique ($^\circ$)	1	maxi
	Rapidité d'exécution de l'asservissement : temps de réponse à 5% (s)	60 s	maxi
	Amortissement de l'asservissement : dépassement autorisé (%)	aucun	maxi

II Validation de l'autonomie énergétique

Objectif : L'objectif de cette partie est de valider la capacité des batteries au Lithium à assurer l'indépendance énergétique de l'hydroplaneur.

Q4. *A l'aide des données du cahier des charges, déterminer la durée maximale (en heures) de fonctionnement en autonomie permettant de le respecter. On se placera ainsi dans le cas le plus défavorable.*

Cela correspond à une activité de plusieurs centaines de jours et à une distance parcourue de plusieurs milliers de kilomètres. Cela doit donc se faire avec un minimum de dépense énergétique. La consommation d'énergie se situe aux niveaux suivants :

- la consommation des moteurs déplaçant les masses mobiles d'inclinaison et de basculement de l'hydroplaneur (énergie consommée : 199 J par cycle) ;
- la consommation des cartes électroniques d'acquisition, de traitement et de stockage (7000 J par cycle) ;
- la consommation due à la communication avec les satellites (9100 J par cycle) ;
- la consommation de la pompe hydraulique (remplissage et vidage des ballasts gérant les cycles de plongée). Le système d'entraînement de la pompe hydraulique servant à alimenter les ballasts consomme 72 W pendant 2 minutes environ pendant un cycle.

Q5. *Calculer, en Watts.heure (W.h), la dépense énergétique notée E_d de l'hydroplaneur sur un cycle. On rappelle l'équivalence suivante : $1W.h = 3600 J$.*

Le diagramme de définition de blocs dé finit le nombre total de cellules Lithium de l'hydroplaneur. $8+28+16 = 52$.

L'énergie stockée dans une cellule est donnée par la relation $E_c = C.U_n$ où E_c est l'énergie en Watts.heure (W.h), C la capacité en Ampères.heure (A.h) et U_n la tension nominale de la batterie (à vide) en Volts (V).

Q6. *Calculer le nombre de cycles réalisables avec cette énergie et vérifier ainsi la capacité des batteries à satisfaire le cahier des charges.*

III Etude de l'asservissement de contrôle du tangage

Comme cela a été présenté précédemment (cf. I.4.2), le mouvement de plongée/remontée (ou mouvement de tangage) est contrôlé par le déplacement en translation d'un pack de batteries utilisé comme masse mobile (système Pitch pack).

Ce mouvement de translation est réalisé grâce à un moteur électrique à courant continu lié à un système à engrenage pignon-crémaillère : le moteur crée un mouvement de rotation et le système pignon-crémaillère transforme ce mouvement de rotation en un mouvement de translation.

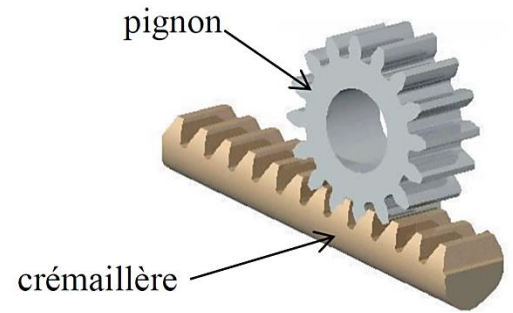


Figure 9 : transformation de mouvement par engrenage pignon-crémaillère

Afin de connaître à tout instant l'angle de tangage $\theta_s(t)$ pris par le corps de l'hydroplaneur, le système est équipé d'un capteur, nommé **inclinomètre**, qui relève cette position angulaire et en donne une image via une tension $u_s(t)$. Celle-ci est alors **comparée** à une tension de consigne $u_e(t)$, issue d'un **convertisseur** recevant la consigne d'angle de tangage $\theta_e(t)$. L'écart $e(t)$ issu de la comparaison est traité par le **microcontrôleur** et celui-ci en déduit la tension $u_m(t)$ à transmettre au **motoréducteur** (moteur + réducteur de vitesse) pour l'alimenter. La masse mobile est liée à la crémaillère du **système pignon-crémaillère** ; il transforme ainsi la position angulaire du motoréducteur, $\theta_m(t)$, en une position linéaire de la masse mobile, $x(t)$. Le centre de gravité de l'hydroplaneur est ainsi déplacé et son **corps** prend alors un angle $\theta_s(t)$, dit angle de tangage.

- Q7.** A partir du texte précédent, compléter le schéma-blocs fonctionnel du contrôle de tangage (sur document réponses). Préciser les **noms** des constituants symbolisés par des blocs, les **grandeurs transitant** entre ces blocs ainsi que leurs **unités**.
- Q8.** Pourquoi peut-on parler de système asservi ?

III.1 Modélisation des constituants pour une commande proportionnelle

III.1.1 Modélisation du moteur

Les quatre équations qui caractérisent un moteur à courant continu correspondent de manière générale à :

· Une équation mécanique (théorème de l'énergie cinétique) : $C_m(t) - C_r(t) = J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$ (1)

· Une équation électrique (modèle de circuit RL) : $u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ (2)

· Equations de couplage magnétique : $C_m(t) = k_c \cdot i(t)$ (3) et $e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$ (4)

avec $u_m(t)$ tension d'alimentation, $i(t)$ courant, $C_m(t)$ couple fourni par le moteur, $\omega_m(t)$ vitesse de rotation du moteur, $e(t)$ force contre électro motrice, J , L , R , k_c , k_e constantes caractéristiques du moteur, $C_r(t)$ couple résistant.

Le moteur utilisé possède les caractéristiques suivantes :

R	k_e	k_c	L	J_{eq}
0,1 Ω	0,021V.s	0,021N.m.A ⁻¹	10 ⁻⁵ H	0,011kg.m ²

On suppose que $C_r(t) = 0$ et que, compte tenu de la valeur de L, on néglige le terme $L \cdot \frac{di(t)}{dt}$.

- Q9.** En tenant compte de cette remarque et en considérant les conditions initiales nulles (C.I. = 0), écrire les quatre équations précédentes dans le domaine symbolique. (notation pour les transformées de Laplace : $X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$)
- Q10.** Exprimer la fonction de transfert du moteur ayant pour entrée la tension de commande $U_m(p)$ et pour sortie sa vitesse de rotation $\Omega_m(p)$. On la notera : $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

- Q11.** Mettre $H_m(p)$ sous la forme canonique $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$ et donner les expressions de ses caractéristiques, gain statique (noté K_m) et constante de temps (noté τ_m) en fonction des constantes du moteur. Faire les applications numériques en précisant les unités.

L'équation différentielle simple qui relie la position angulaire $\theta_m(t)$ à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ s'écrit :

$$\omega_m(t) = \frac{d}{dt} \theta_m(t).$$

- Q12.** Après avoir transformé par Laplace l'équation précédente (C.I. = 0), donner l'expression de la fonction de transfert : $\frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)}$. A quelle opération mathématique correspond cette fonction de transfert ?

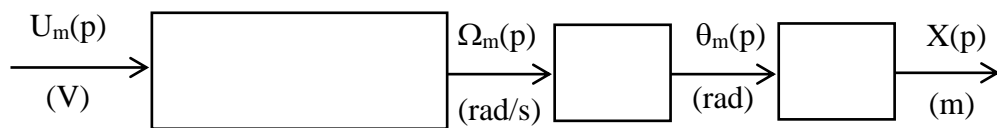
III.1.2 Modélisation de la transformation de mouvement

La transformation du mouvement de rotation du moteur en translation des masses mobile s'effectue par un système pignon-crémaillère. Le non glissement dans ce type d'engrenage amène à l'équation de proportionnalité suivante :

$$x(t) = K_r \cdot \theta_m(t).$$

K_r prend en compte la réduction de vitesse du réducteur ainsi que la transformation de mouvement du pignon-crémaillère.

- Q13.** Reproduire et compléter avec les fonctions de transfert le schéma blocs partiel ci-dessous. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\frac{X(p)}{U_m(p)}$ en fonction de K_m, K_r et τ_m



L'hydroplaneur évoluant dans le milieu aquatique, son temps de réaction important vis-à-vis d'une sollicitation en échelon de la consigne $\theta_e(t)$ permet aisément de négliger la constante de temps du moteur τ_m . On adoptera donc, pour la suite du problème, l'équation de comportement simplifiée de l'ensemble moto-réducteur + pignon-crémaillère :

$$\frac{d}{dt} x(t) = K_d \cdot u_m(t) \text{ avec } K_d = 1,52 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \quad (5)$$

III.1.3 Modélisation du corps de l'hydroplaneur

Pour déterminer le comportement du corps de l'hydroplaneur, on réalise un essai en bassin durant lequel on le soumet à une brusque variation de position $x(t)$ de la masse mobile. L'évolution de l'angle de tangage $\theta_s(t)$ en fonction du temps prend l'allure d'une droite. On adoptera donc la modélisation suivante pour l'hydroplaneur :

$$\frac{d}{dt} \theta_s(t) = K_H \cdot x(t) \quad (6)$$

- Q14.** Déterminer la valeur de K_H à partir des courbes d'essai proposées ci-dessous. Préciser son unité.

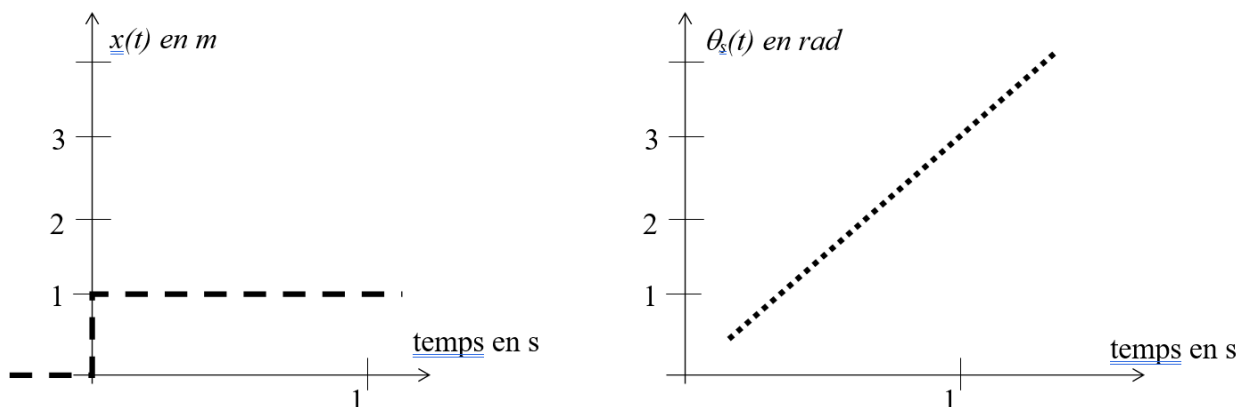


Figure 10 : comportement du corps de l'hydroplaneur suite à une stimulation de tangage en échelon

III.1.4 Modélisation des autres composants

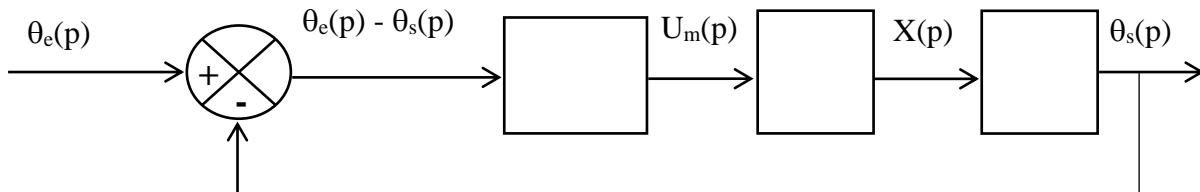
Dans le cadre d'une commande proportionnelle de l'asservissement, l'ensemble microcontrôleur-inclinomètre-convertisseur sera modélisé par l'équation :

$$u_m(t) = K_c \cdot (\theta_e(t) - \theta_s(t)) \quad (7)$$

K_c est une constante qu'il faut déterminer pour assurer les performances de vol de l'hydroplaneur. D'où la nécessité de simuler le comportement.

Q15. Écrire les équations précédentes (5,6 et 7) dans le domaine de Laplace ($C.I. = 0$).

Q16. Reproduire et compléter le schéma-blocs suivant en précisant les fonctions de transfert.



Q17. Déterminer la fonction de transfert du système de contrôle du tangage en fonction de K_c , K_H et K_d . Elle sera notée : $H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)}$. Préciser son ordre, sa classe et son gain statique.

Q18. A l'aide du tableau des transformées de Laplace fourni, montrer que l'expression de la réponse $\theta_s(t)$ à une entrée $\theta_e(t)$ impulsionnelle (fonction Dirac $\delta(t)$) est de forme sinusoïdale. Précisez l'amplitude et la période de $\theta_s(t)$.

Q19. Cette stratégie de commande assure-t-elle la stabilité du système ? Est-il possible de choisir une valeur de réglage pour K_c permettant d'obtenir un système stable ?

La stratégie de commande par correction proportionnelle (K_c) ne permet pas un asservissement stable du tangage de l'hydroplaneur. Une autre stratégie doit donc être adoptée.

III.2 Commande à retour d'état

Objectif : L'objectif est de montrer qu'il est possible de contrôler le tangage en régulant le moteur en position.

La solution retenue pour éliminer l'instabilité est une commande à retour d'état prenant en compte en plus de la mesure de l'inclinaison, la mesure de la position angulaire du moteur. Cette solution est décrite sous forme de schéma-bloc simplifié ci-dessous.

Il a été simulé sur le logiciel multiphysique Scilab.

- La variable de Laplace notée p dans l'énoncé est notée s (pour variable symbolique) dans ce logiciel.
- Les blocs associés à des gains purs sont représentés par des triangles
- Le capteur angulaire placé sur le moteur est supposé parfait donc de gain unitaire
- Les valeurs des constantes sont précisées à côté de la figure 1

$K_2 = 0.0035$ (gain du correcteur 2 de la boucle interne)

$K_m = 47.6 \text{ rad.V}^{-1}$ (gain du moteur)

$K_r = 1/225$ (rapport de réduction du réducteur)

$r = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (rayon du pignon crémaillère)

$K_H = 3 \text{ rad.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$

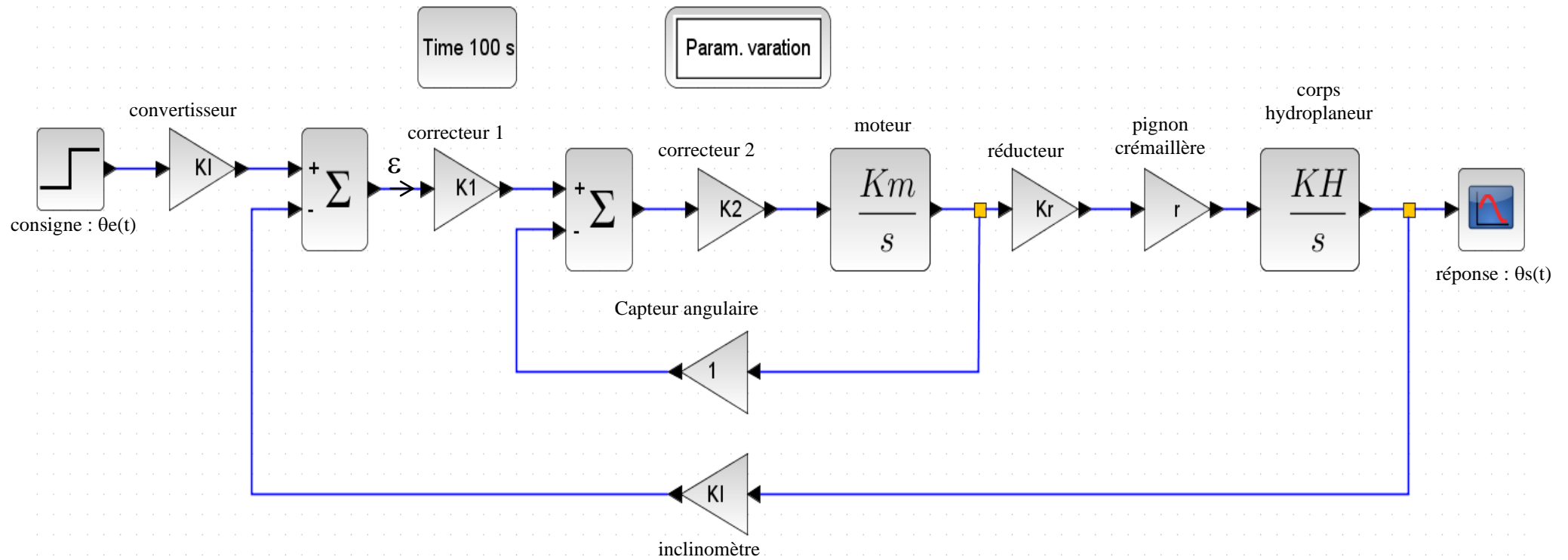


Figure 11 : Schéma blocs de l'asservissement en tangage avec commande par retour d'état

L'inclinomètre délivre une tension proportionnelle à l'angle mesuré. Pour un angle de 18° , on mesure en sortie une tension de 3 V.

Q20. Déterminer la valeur numérique du gain K_I de l'inclinomètre en V/rad.

Pour que le système soit bien asservi, il faut que l'écart en sortie du comparateur principal ε soit nul lorsque la sortie a atteint la valeur de consigne.

Q21. En exprimant l'écart ε , justifier alors l'égalité entre le gain du convertisseur et celui de l'inclinomètre.

Q22. Déterminer l'expression de la fonction de transfert de la boucle interne du schéma blocs figure 11 en fonction de K_m et K_2 . (utiliser p pour la variable symbolique).

Q23. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)}$ du système modélisé figure 11 en fonction de $K_m, K_2, K_I, K_L, K_H, K_r$ et r . Donner sa forme canonique. En déduire son ordre, sa classe et son gain statique en fonction des constantes définies. (utiliser p pour la variable symbolique).

La simulation sur le logiciel Scilab a permis de tracer la réponse à un échelon de consigne de 10° (0.17 rad) en testant plusieurs valeurs du gain K_I (1000, 2600, 6000) du correcteur principal.

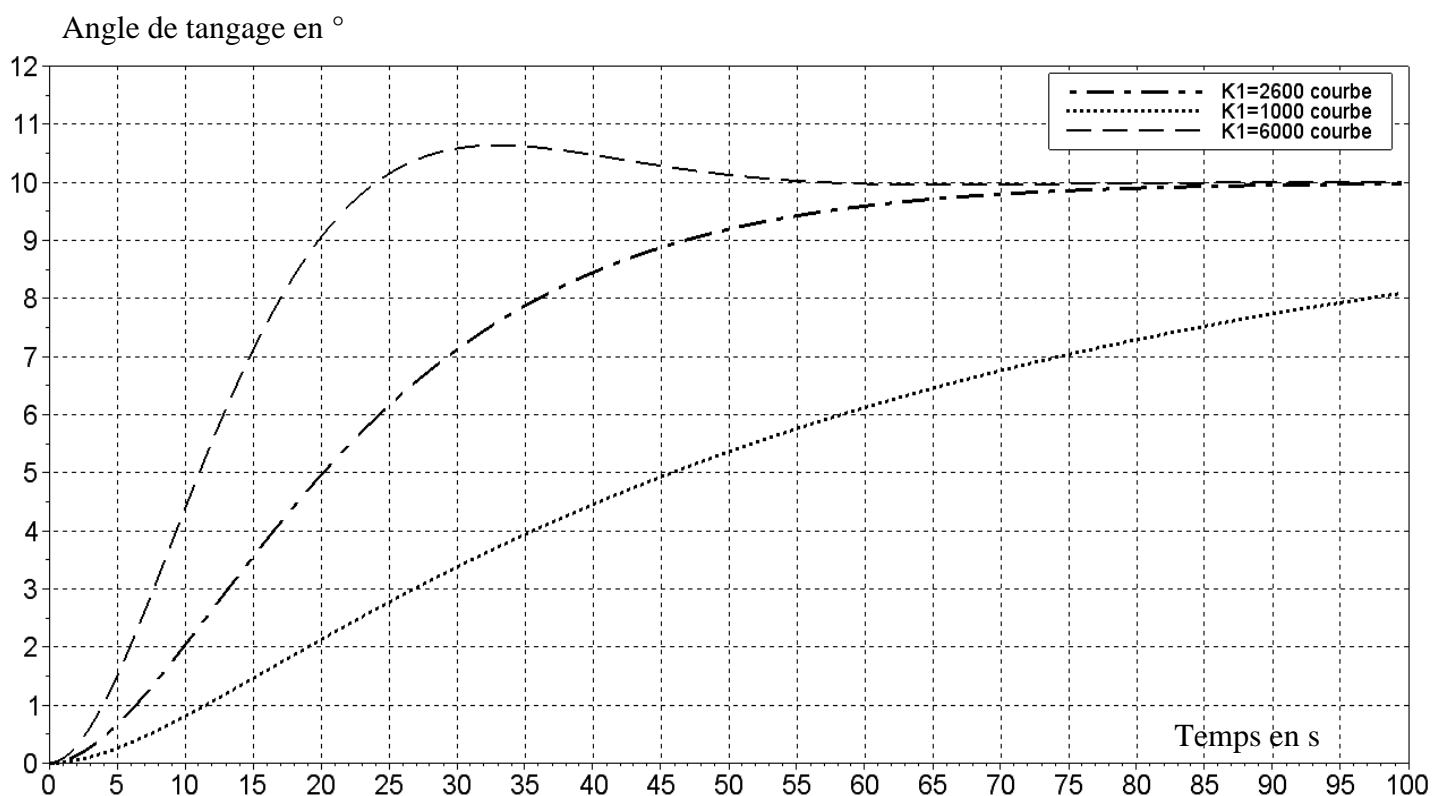


Figure 12 : réponses à un échelon de consigne de 10° pour 3 valeurs de correction K_I

Q24. Quelle valeur du gain K_I doit être choisie en regard du cahier des charges et des performances attendues de cet asservissement ? Justifier votre réponse par l'analyse de la précision (écart en régime permanent), de la rapidité (temps de réponse à 5%) et de la stabilité (dépassement de la valeur asymptotique) du système modélisé.

Problème N°2: Mise en température d'un procédé de chauffe (inspiré de « Petites Mines » 2010)

L'objectif de l'étude est de modéliser le comportement d'une chaudière domestique lors de la mise en chauffe de l'eau du circuit de chauffage central. Cette modélisation va permettre de valider les réglages constructeur de certains constituants de l'asservissement en température de la chaudière.

La première partie de l'étude consiste à définir un modèle de comportement du capteur de mesure de température nécessaire à la structure asservie de la chaudière (voir II.3.1). On s'intéressera dans une deuxième partie à l'étude de la structure bouclée de la chaudière.

I. Etude du capteur thermocouple

I.1. présentation

Ce capteur utilise la technologie d'un thermocouple qui est bon marché et permet la mesure dans une grande gamme de températures. Celui-ci est constitué de deux fils de métaux différents, soudés à l'une de leurs extrémités (voir figure 1). Cette jonction porte le nom usuel de « soudure chaude » et sera installé dans le milieu dont la température est à mesurer. Les deux autres extrémités sont à relier aux bornes d'un voltmètre. Les deux jonctions formées aux bornes du voltmètre portent le nom usuel de « soudures de référence » ou « soudures froides ».

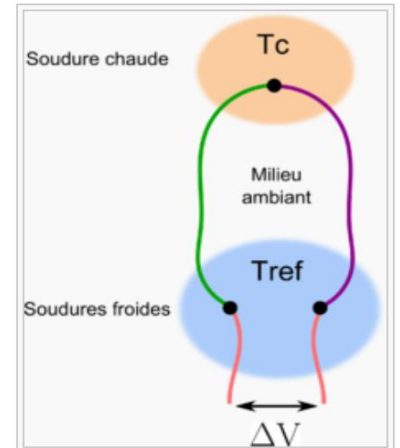


Figure 1 : schéma de montage d'un thermocouple

I.2. modélisation

Le capteur avec son module de conversion permettant l'affichage de la température est supposé parfaitement étalonné (gain = 1).

Il est initialement à la température de 0°C. Il est brusquement placé dans une enceinte à 100°C. On relève périodiquement les valeurs indiquées par le capteur. Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Temps (s)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	∞
Valeur lue (°C)	0	17.5	35	46	55	66	71	77	81	85	87.5	100

Le tracé de l'évolution de la température en fonction du temps est donné **figure 2**.

L'allure de la réponse à l'échelon de température de 100°C permet d'envisager un modèle du premier ordre pour la fonction de transfert

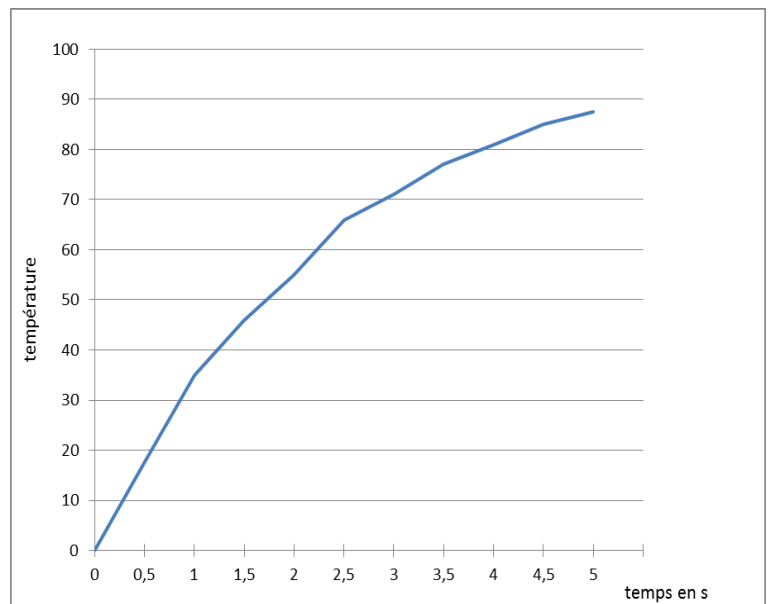


Figure 2 : évolution de la température en fonction du temps

Q1. Donner l'expression de la réponse indicielle d'un système du premier ordre. On notera $s(t)$ cette réponse, K le gain statique et τ la constante de temps de la fonction de transfert du premier ordre.

Q2. Déterminer l'expression de $\ln\left(1 - \frac{s(t)}{s(\infty)}\right)$ où $s(t)$ est la réponse indicielle, $s(\infty)$ sa valeur asymptotique et \ln la fonction logarithme népérien.

On procède à l'évaluation de cette fonction pour les données mesurées. Cela donne le tableau de valeurs suivant ainsi que la courbe représentative **figure 3**.

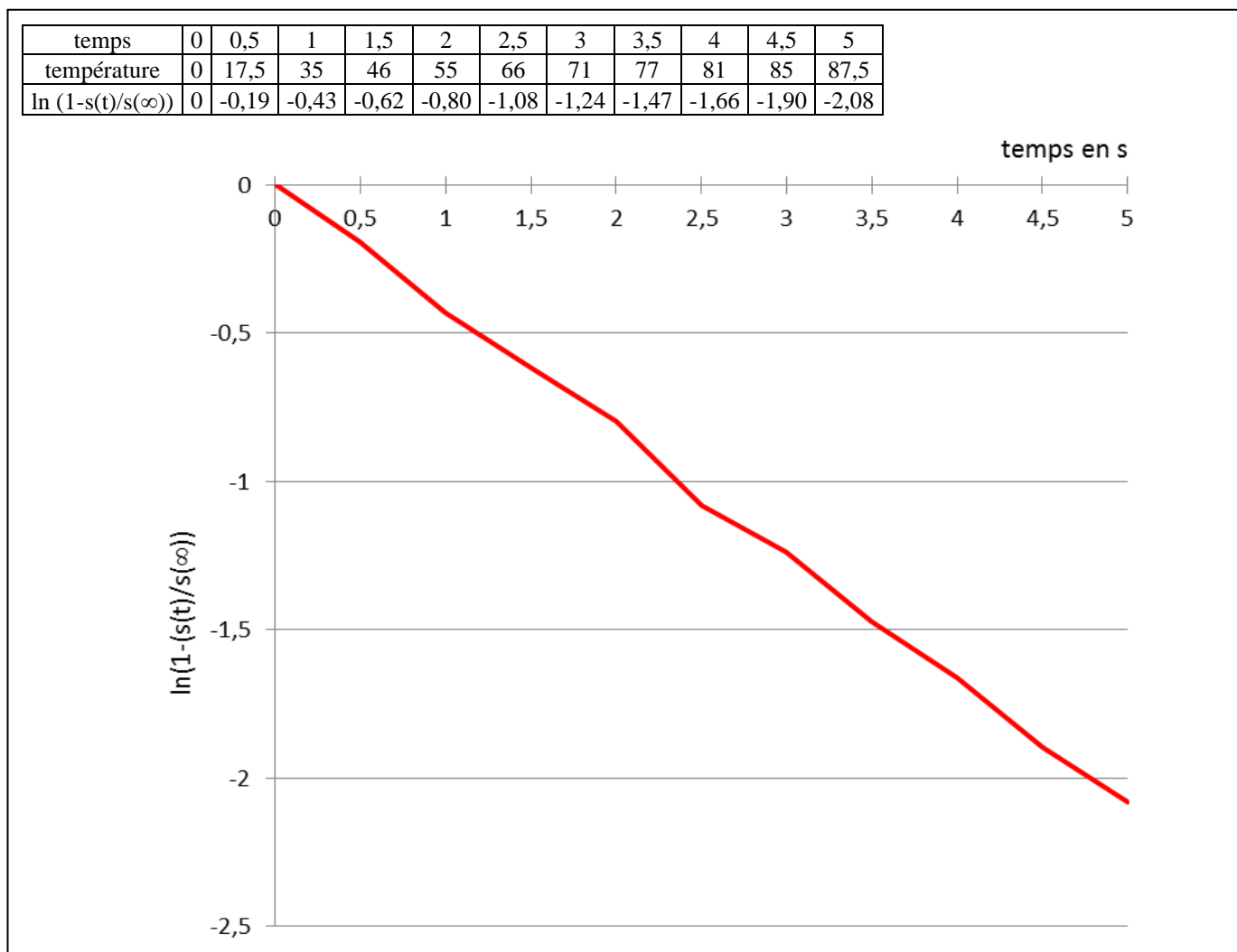


Figure 3 : tableau de mesures et tracé de $\ln(1-s(t)/s(\infty))$

Q3. A l'aide du tracé de la figure 3, déterminer numériquement la fonction de transfert du capteur.

II. Etude d'une chaudière à bois déchiqueté

II.1. Présentation générale

Dans le cadre du « Grenelle de l'environnement » et de la mise en place de la « taxe carbone », l'avenir du chauffage est conditionné au fait que la biomasse est neutre en dégagement de CO_2 . HARGASSNER développe la technologie du chauffage au bois déchiqueté et aux granulés de bois dans le but de concilier un chauffage à la fois écologique et confortable d'utilisation. L'entreprise est devenue un leader en matière de technique innovante, de développement, de service, de qualité et de longévité dans le domaine du chauffage au bois.

L'étude porte sur la chaudière HSV 30, alimentée en bois déchiqueté, qui développe une puissance de chauffe de 25 à 35 kW.

Figure 1 :

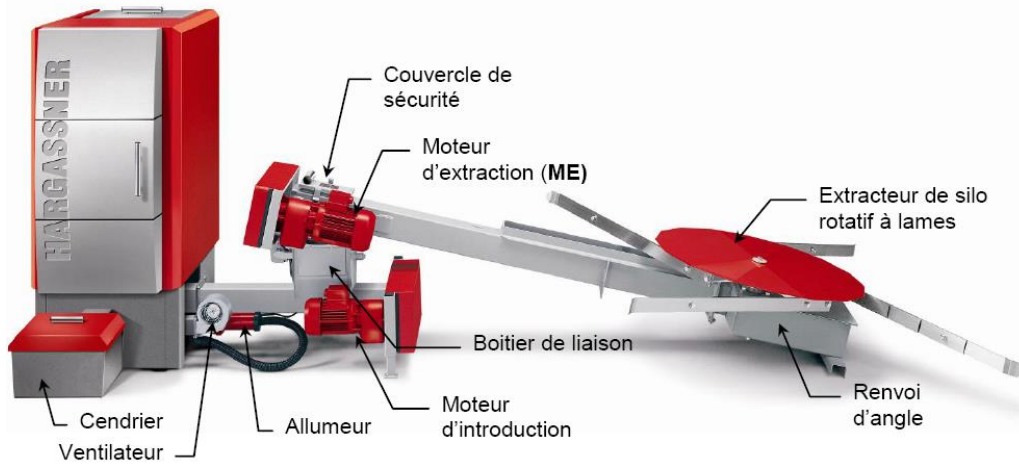


Figure 4 : photo de la chaudière à bois déchiqueté HSV30

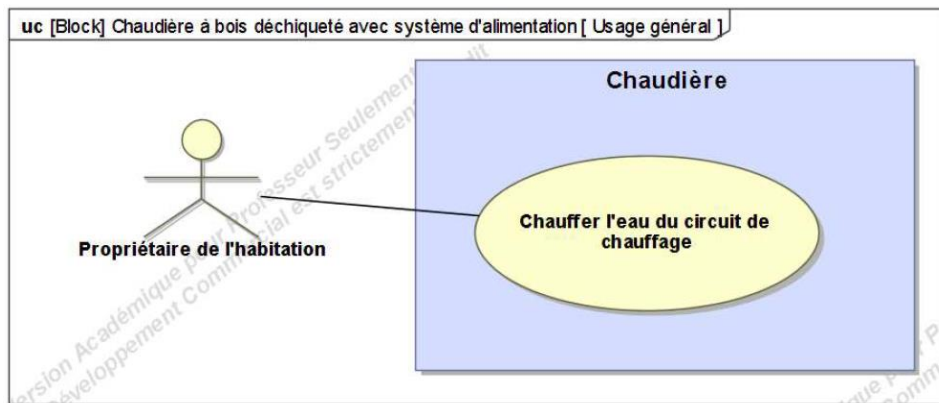


Figure 5 : diagramme de cas d'utilisation en phase de fonctionnement automatique pour un chauffage central domestique (usage général)

Le bois déchiqueté est amené jusqu'à la chaudière dans un premier temps à l'aide d'un extracteur à lames puis de la vis d'extraction et enfin par la vis d'introduction. Il est alors brûlé au sein d'un foyer réfractaire développant des gaz dans la chambre de combustion. Les gaz sont dépoussiérés dans la chambre de détente avant de passer dans un échangeur tubulaire équipé de turbulateurs. Ces turbulateurs augmentent l'efficacité de l'échangeur et permettent son nettoyage automatique. L'échangeur permet le chauffage de l'eau à partir des fumées. Une vis de dépoussiérage et une vis de décentrage, associées aux turbulateurs évacuent automatiquement les cendres et les suies dans un cendrier.

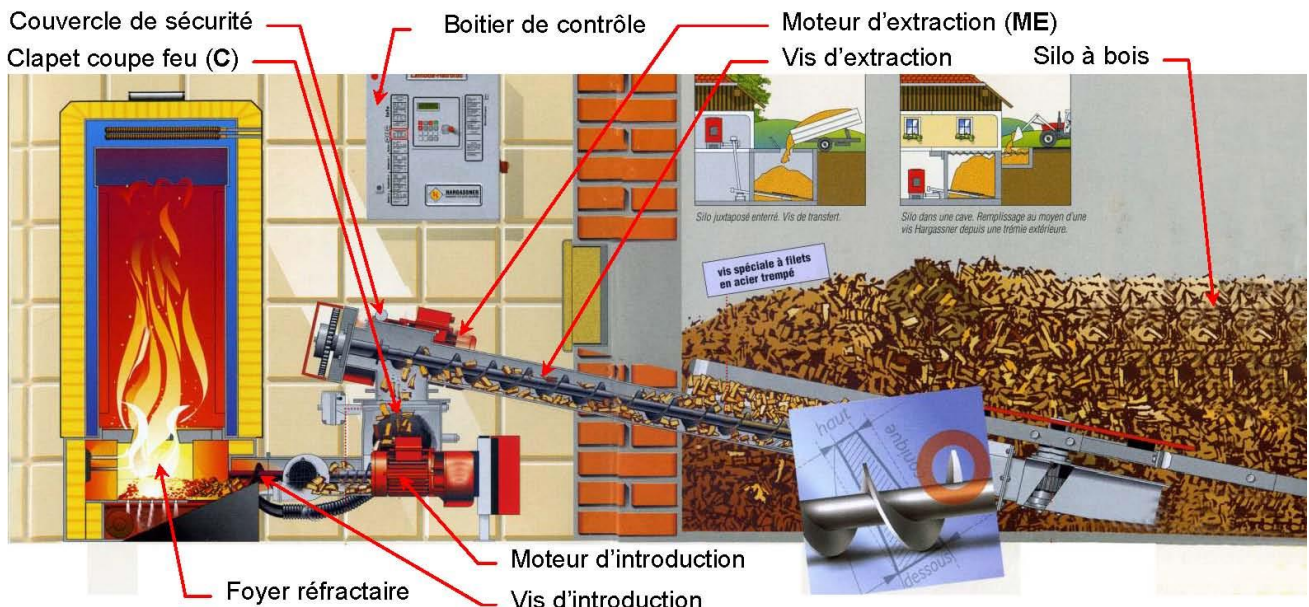


Figure 6 : Eléments constitutifs de la chaudière HSV30

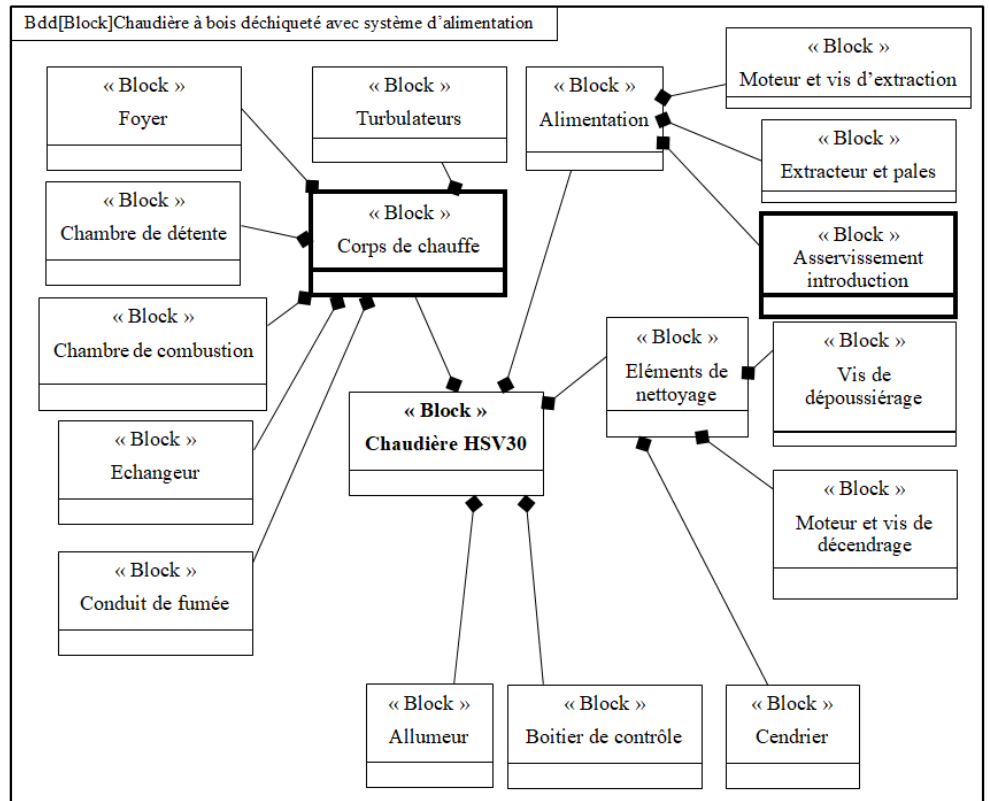


Figure 7 : Diagramme de Blocs de la chaudière

Extrait du cahier des charges concernant l'asservissement en température de la chaudière :

exigence	critères	niveaux
Augmenter la température d'eau du circuit de chauffage d'une installation à chauffage central	Valeurs de consigne	$75^{\circ}\text{C} < T_c < 85^{\circ}\text{C}$
	écart de température en régime permanent avec la température de consigne	nul
	Temps d'établissement à $\pm 5\%$ de la température stabilisée	10 min
	Dépassement relatif de la température en régime transitoire	$< 10\%$ de la température stabilisée

II.2. Modèle de connaissance du corps de chauffe de la chaudière

L'étude porte sur la montée en température de l'eau qui sert à chauffer les pièces au travers de radiateurs. Cette température est obtenue à partir d'une puissance calorifique fournie par le bois brûlé au niveau du foyer réfractaire de la chaudière.

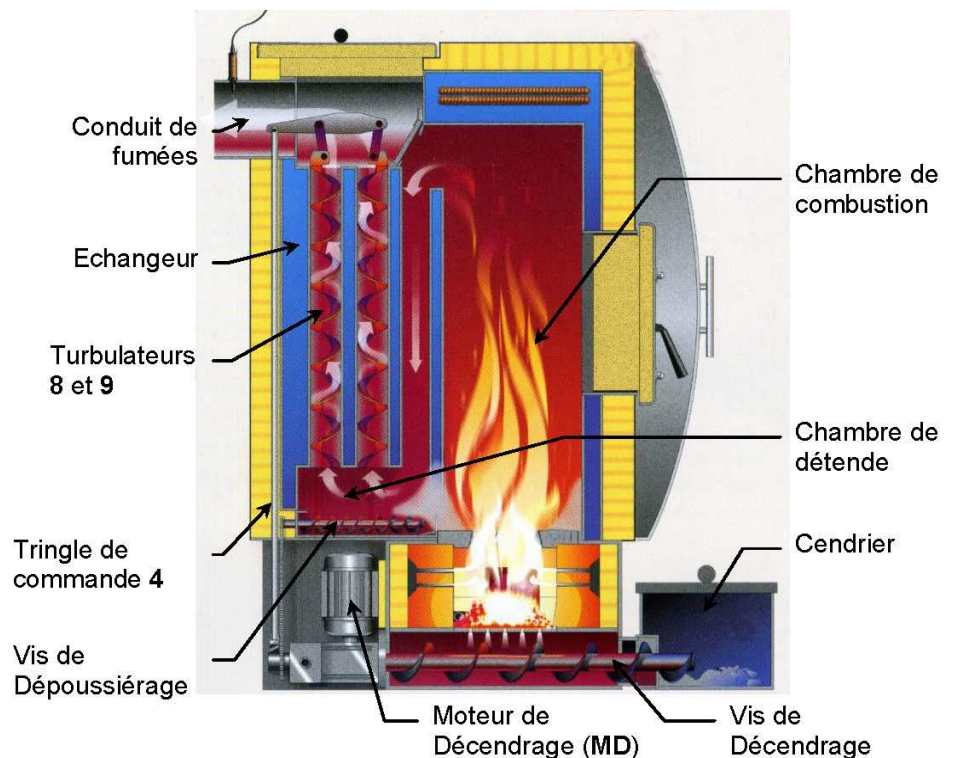


Figure 8 : Détail des constituants du corps de chauffe

II.2.1. Modélisation du corps de chauffe

On considère que :

- $p(t)$ est la puissance calorifique en Watt fournie par le bois brûlé au niveau du foyer réfractaire. Elle permet la montée en température du bâti de la chaudière.
- L'air situé dans la chambre de combustion permet de monter à la température $\theta_e(t)$ l'eau située dans l'échangeur.
- L'eau chaude, au travers des radiateurs permet de chauffer les pièces à une température $\theta_{ext}(t)$.

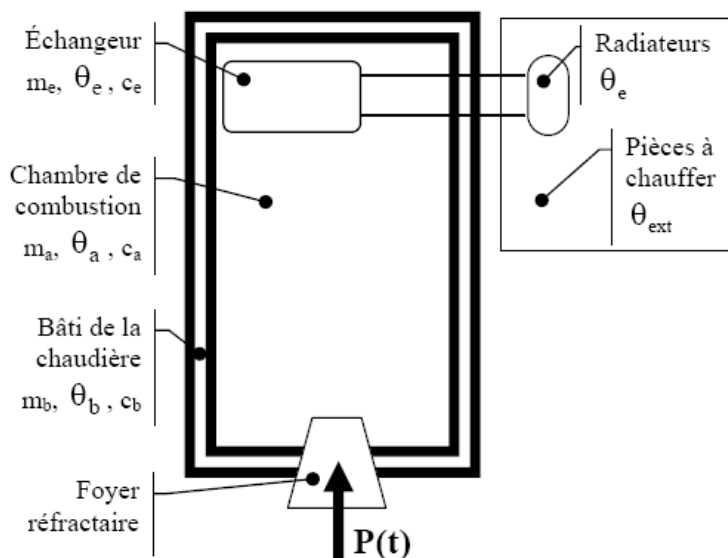


Figure 9 : Schéma thermodynamique du corps de chauffe

On note :

- $\theta_b(t)$ la température du bâti de la chaudière
- m_b la masse du bâti à monter en température $m_b = 200 \text{ kg}$
- c_b la capacité calorifique massique du bâti $c_b = 500 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $\theta_a(t)$ la température de l'air dans la chambre de combustion
- m_a la masse de l'air à monter en température $m_a = 2 \text{ kg}$
- c_a la capacité calorifique massique de l'air $c_a = 700 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $\theta_e(t)$ la température de l'eau dans l'échangeur et les radiateurs
- m_e la masse de l'eau à monter en température dans l'échangeur $m_e = 50 \text{ kg}$
- c_e la capacité calorifique massique de l'eau $c_e = 4000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $\theta_{ext}(t)$ la température ambiante des pièces à chauffer.

Le principe de conservation de l'énergie conduit à une modélisation par les équations différentielles suivantes :

$$\textcircled{1} : m_b c_b \frac{d\theta_b(t)}{dt} + K_{ab} [\theta_b(t) - \theta_a(t)] = p(t)$$

$$\textcircled{2} : m_a c_a \frac{d\theta_a(t)}{dt} + K_{ae} [\theta_a(t) - \theta_e(t)] = K_{ab} [\theta_b(t) - \theta_a(t)]$$

$$\textcircled{3} : m_e c_e \frac{d\theta_e(t)}{dt} + K_{ae} [\theta_e(t) - \theta_{ext}(t)] = K_{ae} [\theta_a(t) - \theta_e(t)]$$

Avec :

K_{ab} la conductance thermique entre le bâti et l'air dans la chambre de combustion : $K_{ab} = 40 \text{ J.s}^{-1}.\text{K}^{-1}$

K_{ae} la conductance thermique entre l'air et l'eau au travers de l'échangeur ou des radiateurs : $K_{ae} = 400 \text{ J.s}^{-1}.\text{K}^{-1}$

On suppose que le corps de chauffe est parfaitement isolé de l'extérieur.

Les transformées de Laplace seront notées : $L[\theta_i(t)] = T_i(p)$ et $L[p(t)] = P(p)$.

Q4. En supposant que les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), donner dans le domaine de Laplace, la transformée des 3 équations différentielles précédentes.

Q5. Exprimer $T_b(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $P(p)$ en faisant apparaître les variables m_b , c_b et K_{ab} et mettre $T_b(p)$ sous la forme $T_b(p) = H_1(p)T_a(p) + H_2(p)P(p)$.

Préciser l'ordre du système défini par la fonction de transfert $H_1(p)$, ainsi que, littéralement, ses caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_1 , la constante de temps de ce système. Donner le schéma bloc équivalent en n'utilisant que les variables K_{ab} et τ_1 .

- Q6.** Exprimer $T_a(p)$ en fonction de $T_e(p)$ et de $T_b(p)$ en faisant apparaître les variables m_a , c_a , K_{ae} et K_{ab} . Mettre $T_a(p)$ sous la forme $T_a(p) = H_3(p)T_e(p) + H_4(p)T_b(p)$. Préciser l'ordre des systèmes définis par les fonctions de transfert respectives $H_3(p)$ et $H_4(p)$, ainsi que, littéralement, leurs caractéristiques (gains statiques et constantes de temps). Donner les valeurs numériques des constantes de temps identifiées.

Dans la suite de l'étude, on suppose que K_{ae} est très grand devant K_{ab} , ainsi le schéma bloc ayant pour entrées $T_b(p)$ et $T_e(p)$ et pour sortie $T_a(p)$ peut se mettre sous la forme suivante :

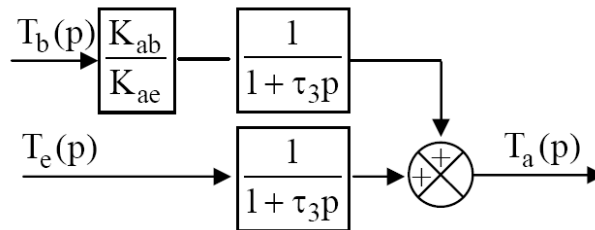


Figure 10 : schéma bloc partiel du modèle de connaissance du corps de chauffe

- Q7.** Exprimer $T_e(p)$ en fonction de $T_a(p)$ et de $T_{ext}(p)$. Préciser l'ordre du système défini ainsi que, littéralement, ses caractéristiques. Calculer la valeur numérique approchée de τ_5 , la constante de temps de ce système. Tracer le schéma bloc ayant pour entrées $T_a(p)$ et $T_{ext}(p)$ et pour sortie $T_e(p)$, en n'utilisant que la variable τ_5 .

- Q8.** Compléter le schéma bloc ci-dessous (document réponse). Il représente un modèle de connaissance du corps de chauffe ayant pour entrée $P(p)$, pour sortie $T_e(p)$ et comme perturbation $T_{ext}(p)$. A l'intérieur des blocs, on ne fera apparaître que les paramètres suivants : K_{ab} , K_{ae} , τ_1 , τ_3 et τ_5 .

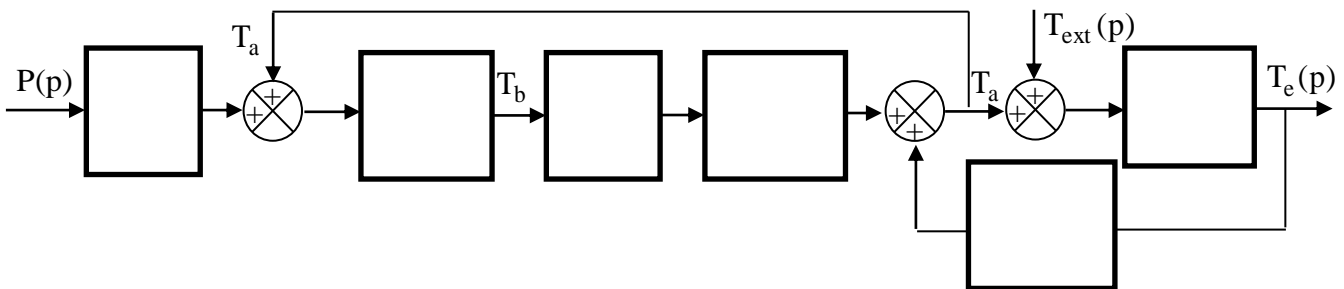


Figure 11 : schéma bloc complet du modèle de connaissance du corps de chauffe

II.2.2. Etude du système autour d'un point de fonctionnement

La suite de l'étude porte sur la dynamique du système autour d'un point de fonctionnement. Nous allons considérer le système non perturbé donc tel que $T_{ext}(p)=0$.

De plus comme la constante de temps τ_1 est grande devant τ_3 , le schéma bloc du système peut alors se représenter sous la forme suivante :

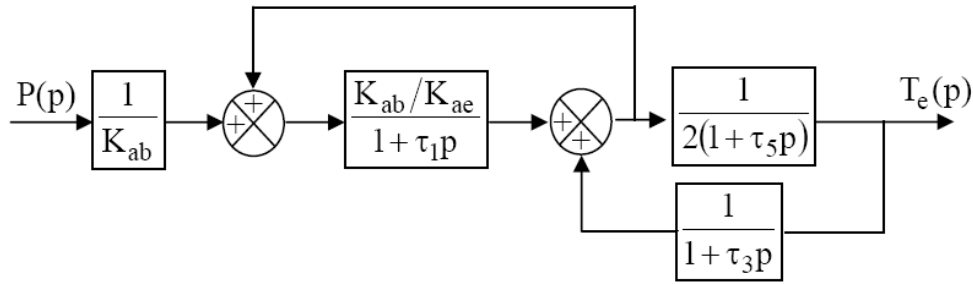


Figure 12 : schéma bloc réduit du modèle de connaissance du corps de chauffe

- Q9. Après avoir transformé le schéma bloc ci-dessus, donner la fonction de transfert $H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)}$. Il est demandé de ne pas développer les produits d'éléments de la forme $(1 + \tau_i p)$, mais de les conserver sous une forme factorisée la plus simple.

II.2.3. Réponse de la chaudière à partir d'un modèle simplifié

A partir des résultats obtenus précédemment, on peut considérer que : $K_{ab} \ll K_{ae}$, $\tau_3 \ll \tau_5$ et que $\tau_3 \ll \tau_1$. De ce fait, dans la suite de cette étude, on pourra utiliser la fonction de transfert simplifiée :

$$H(p) = \frac{T_e(p)}{P(p)} = \frac{1}{400(1 + 2500p)(1 + 500p)}$$

On considère que le corps de chauffe de la chaudière est soumis à un échelon de puissance de chauffe $p(t) = P_0 \cdot u(t)$ où $u(t)$ est la fonction causale (échelon unitaire), avec $P_0 = 10$ kW.

- Q10. Calculer, à partir de ce modèle simplifié et par application des théorèmes de la valeur initiale et de la valeur finale, les valeurs initiales ($\theta_e(0^+)$) et finales prévisibles ($\theta_e(\infty)$) pour les températures de l'eau $\theta_e(t)$, préciser les pentes à l'origine ($\dot{\theta}_e(0^+)$) et en régime permanent ($\dot{\theta}_e(\infty)$).
- Q11. Tracer l'allure de la réponse $\theta_e(t)$ à une entrée échelon de puissance de 10 kW. Faire figurer sur le graphique tous les éléments remarquables de la réponse.

II.3. Modèle de l'asservissement en température

II.3.1. Modèle de la structure de commande

- Une température de consigne $\theta_c(t)$ est donnée au système. Un dispositif électronique appelé **convertisseur** convertit celle-ci en une tension $v_c(t)$ telle que $V_c(p) = K_c \cdot T_c(p)$, K_c étant la constante de conversion que l'on cherche à déterminer.
- Cette tension $v_c(t)$ est comparée à la tension $v_e(t)$ fournie par un **capteur** de type thermocouple (celui de la première partie) mesurant la température de l'eau au sein de l'échangeur : $\theta_e(t)$ telle que $V_e(p) = K_e \cdot T_e(p)$, avec $K_e = 0,2 \text{ Volt}/^\circ\text{C}$.
- Cette différence de tension est amplifiée par un **correcteur** proportionnel de gain constant noté C . sa valeur sera obtenue par simulation du modèle de l'asservissement (partie II.3.2).
- La tension obtenue permet au **moteur** électrique de tourner à une vitesse de rotation Ω_m (en rad/s).

- Le moteur entraîne la **vis** d'introduction (vis d'Archimède) qui fournit un débit massique de bois (en Kg/s) au foyer où a lieu la combustion.
- Ce bois au sein du **foyer** dégage une puissance de chauffe $p(t)$ (en W).

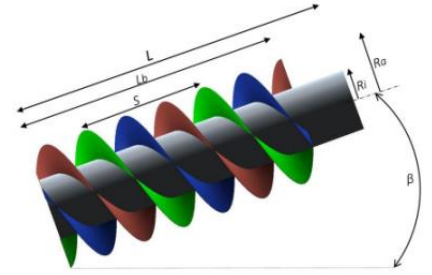
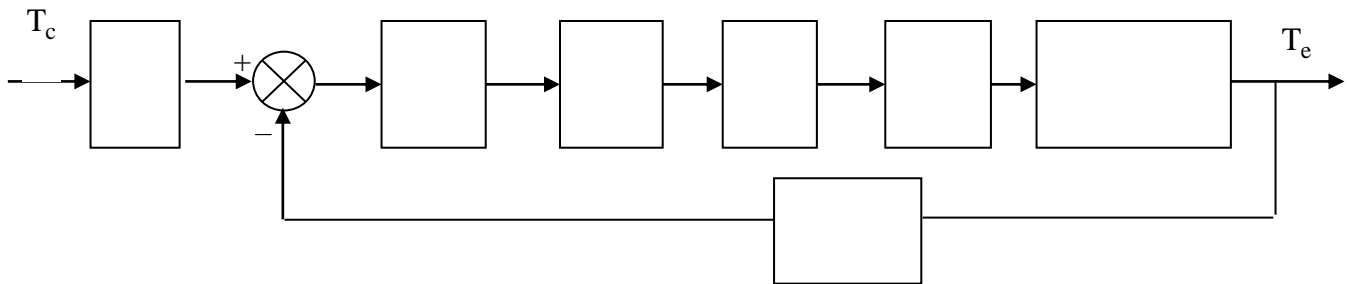


Figure 13 : vis d'Archimède pour introduire le bois dans le foyer

Q12. En utilisant les résultats de la première partie sur l'étude du capteur thermocouple, justifier le modèle gain pur de la fonction de transfert du capteur adopté ici.

Q13. Compléter le schéma-bloc fonctionnel global ci-dessous (document réponses). Préciser les grandeurs physiques véhiculées, ainsi que leurs unités. Les blocs seront définis par leur nom (On notera : une température T , une puissance P , une tension V , un débit massique D , une vitesse de rotation Ω).



L'ensemble Moteur, Vis, Foyer et Corps de chauffe de la chaudière a été soumis à une entrée du type indicielle a On a relevé sa réponse pour définir un modèle comportemental. Cette expérience permet d'établir un modèle (une fonction de transfert) issu de la mise en équation précédente mais dont les valeurs numériques sont au plus près de la réalité. Ce modèle est donné sous la forme de la fonction de transfert suivante :

$$H_{MC}(p) = \frac{T_e(p)}{V_M(p)} = \frac{K_{MC}}{(1 + \tau_A p)(1 + \tau_B p)}$$

Applications numériques : $K_{MC} = 0.3^\circ\text{C/V}$ $\tau_A = 120 \text{ s}$ $\tau_B = 360 \text{ s}$

Q14. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement : $H_G(p) = \frac{T_e(p)}{T_c(p)}$ en fonction des différentes constantes définies. La mettre sous forme littérale canonique.

II.3.2. Réglage du convertisseur

La fonction de transfert $H_{MC}(p)$ étant de classe nulle, il convient de régler le convertisseur de consigne (gain K_C) pour assurer la précision du système.

Q15. Par application du théorème de la valeur finale, déterminer la valeur en régime permanent de $\theta_e(t)$ quand on soumet l'ensemble à une consigne d'entrée de type échelon d'amplitude θ_{co} constante de type $\theta_c(t) = \theta_{co} u(t)$. $u(t)$ est la fonction d'Heaviside ou échelon unitaire.

Q16. En déduire la valeur de l'écart statique soit l'écart $\epsilon(t) = \theta_{co} u(t) - \theta_e(t)$ quand $t \rightarrow \infty$.

Q17. Déterminer l'expression de K_c en fonction de C , K_{MC} et K_e , pour respecter le cahier des charges en termes de précision statique ou précision en régime permanent ?

II.3.3. Simulation de l'asservissement

Afin de déterminer la valeur adéquate de la correction proportionnelle choisie (valeur de C), une simulation du modèle de l'asservissement étudié a été faite sur le logiciel multiphysique Scilab (voir figure 14)

- La variable de Laplace notée p dans l'énoncé est notée s (pour variable symbolique) dans ce logiciel.
- Les blocs associés à des gains purs sont représentés par des triangles
- La consigne a été fixée à une valeur moyenne de 80°C en supposant une chaudière à température nulle initialement.

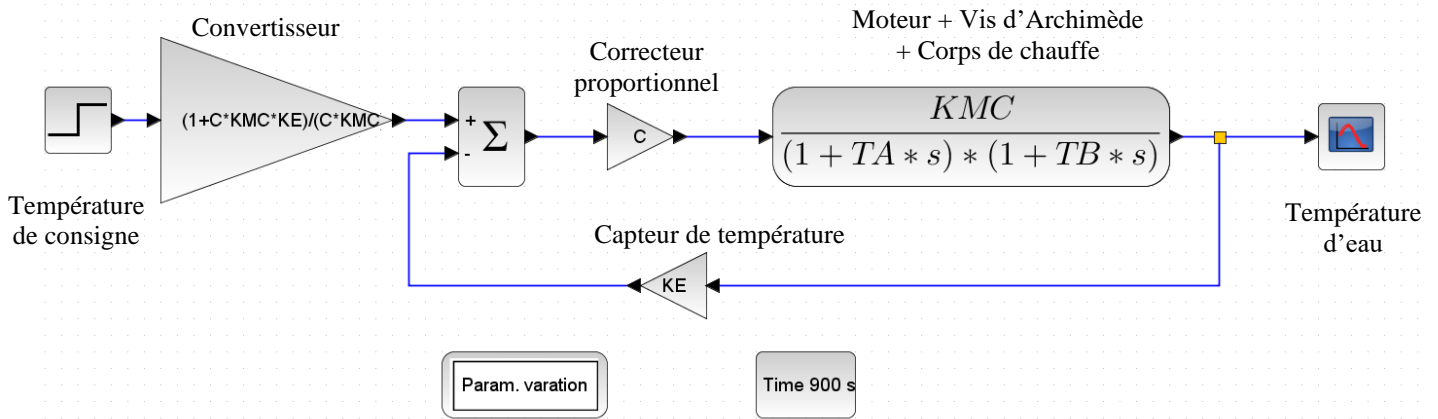


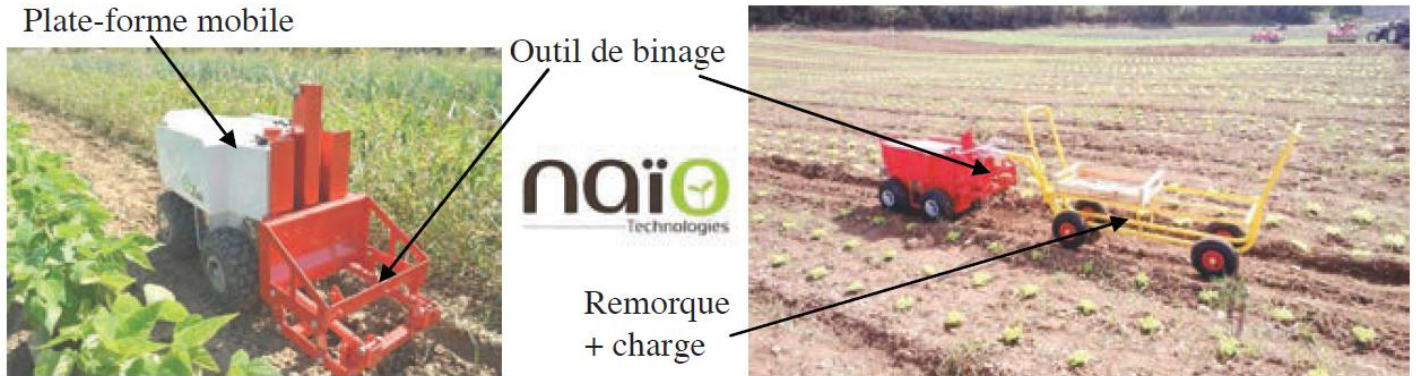
Figure 14 : Modèle de l'asservissement de température avec correction proportionnelle

La simulation donne les réponses suivantes (figure 15 et zoom figure 16 sur le document réponses) lorsque l'on teste plusieurs valeurs de la constante C .

Q18. Choisir parmi les valeurs testées de la correction proportionnelle C , celle qui permet d'assurer les contraintes fixées par le cahier des charges. Justifier votre réponse vis-à-vis de l'extrait de cahier des charges donné.

Problème N°3 : robot de maraîchage (inspiré de Ccinp MP 2016)

Le robot de maraîchage Oz 440 développé par la société Naïo Technologies est un outil autonome agricole, alliant robustesse et écologie, capable d'assister les maraîchers dans les tâches les plus pénibles comme le transport de charges lors des récoltes et le désherbage mécanique à l'aide d'un outil de binage.



Ce robot est constitué d'une plate-forme mobile électrique à **4 roues motrices** sur laquelle sont fixés divers outils et capteurs. La **figure 1** donne la structure du robot sous la forme d'un diagramme de définition de blocs (BDD) avec les propriétés principales de chaque constituant, utiles pour la résolution du problème.

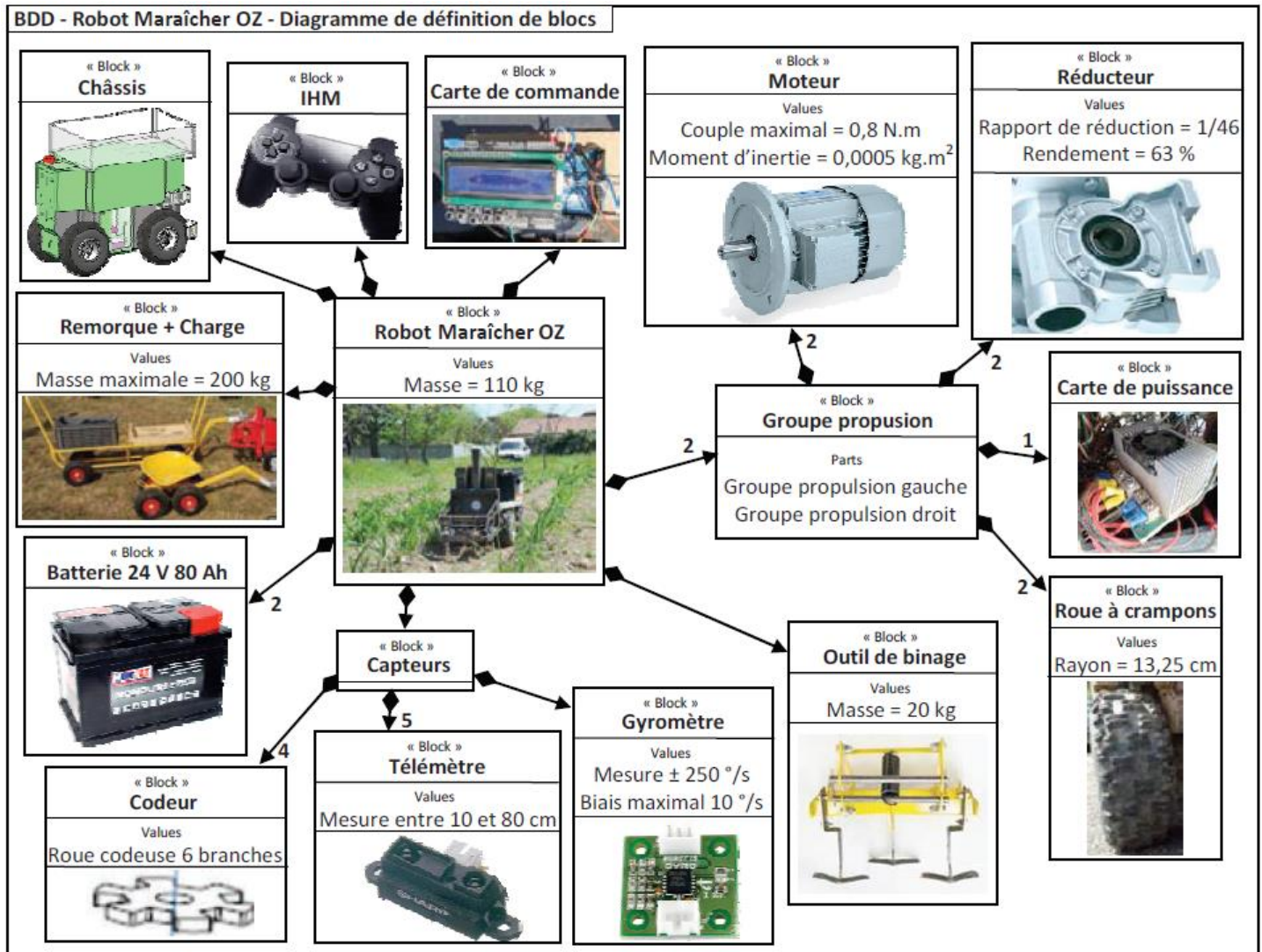


Figure 10 - diagramme de définition de blocs

Ce robot de petite taille évolue directement entre les rangées de cultures pour un travail de précision. Il peut, par exemple, désherber et aussi suivre des personnes lors de la récolte tout en transportant des charges.

Bien plus petit qu'un tracteur classique, il ne casse pas la structure naturelle du sol et évite ainsi le phénomène de compaction des sols provoqué habituellement par les tracteurs ou le piétinement de l'homme. Il roule lentement et passe au plus près des cultures sans risquer de les abîmer. Selon le vieil adage « un binage vaut deux arrosages », le fait de pouvoir utiliser ce robot régulièrement, sans perte de temps, permet de toujours avoir un sol parfaitement biné et ainsi de diminuer les effets d'évaporation de l'eau.

La **figure 2** donne le diagramme partiel des exigences du robot. Les exigences étudiées dans chaque partie du sujet d'origine y sont repérées.

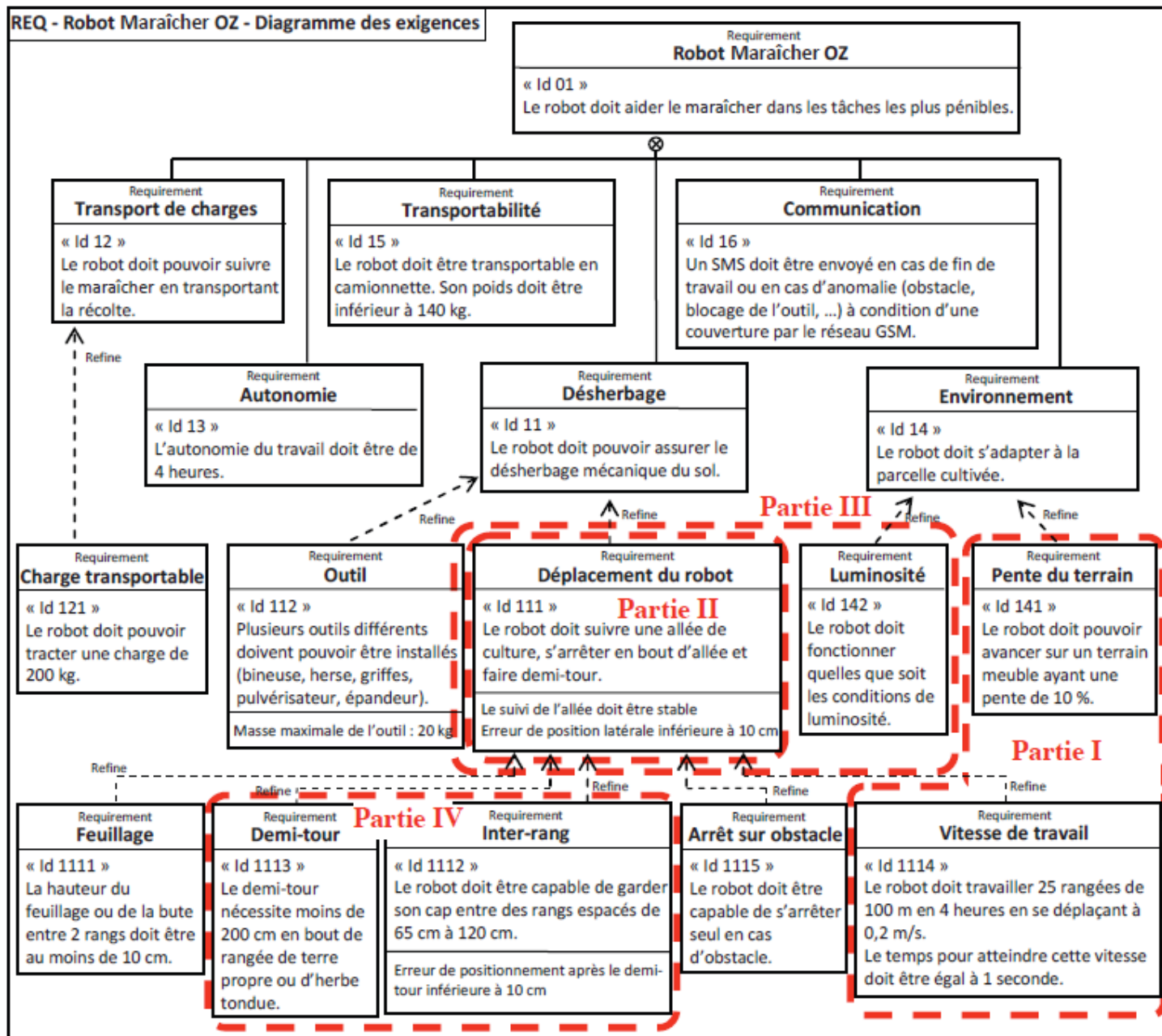


Figure 2 - Diagramme partiel des exigences.

Objectif

L'objectif du sujet, qui comporte à l'origine 4 parties, sera d'analyser si les solutions techniques retenues sur le système permettent de vérifier ou non les exigences du cahier des charges identifiées sur le diagramme des exigences donné **figure 2**. On se limite dans cet exercice à la partie II qui traite de la validation du suivi d'une allée d'un champ cultivé.

Question 1. A l'aide du diagramme de définition de blocs disponible (**figure 1**), compléter sur le document réponse le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'ensemble groupe propulsion droit du robot. Pour cela, préciser sur le diagramme, les fonctions génériques (dans chaque bloc) ainsi que les constituants réalisant ces fonctions (sous les blocs).

Partie II - Validation du déplacement du robot dans la rangée de culture

Objectif

Dans cette partie, on souhaite valider le comportement du robot vis-à-vis du critère de précision lorsqu'il suit une allée de culture. On s'intéresse donc à l'asservissement de position du robot suivant la ligne moyenne à suivre dans l'allée (**figure 3**).

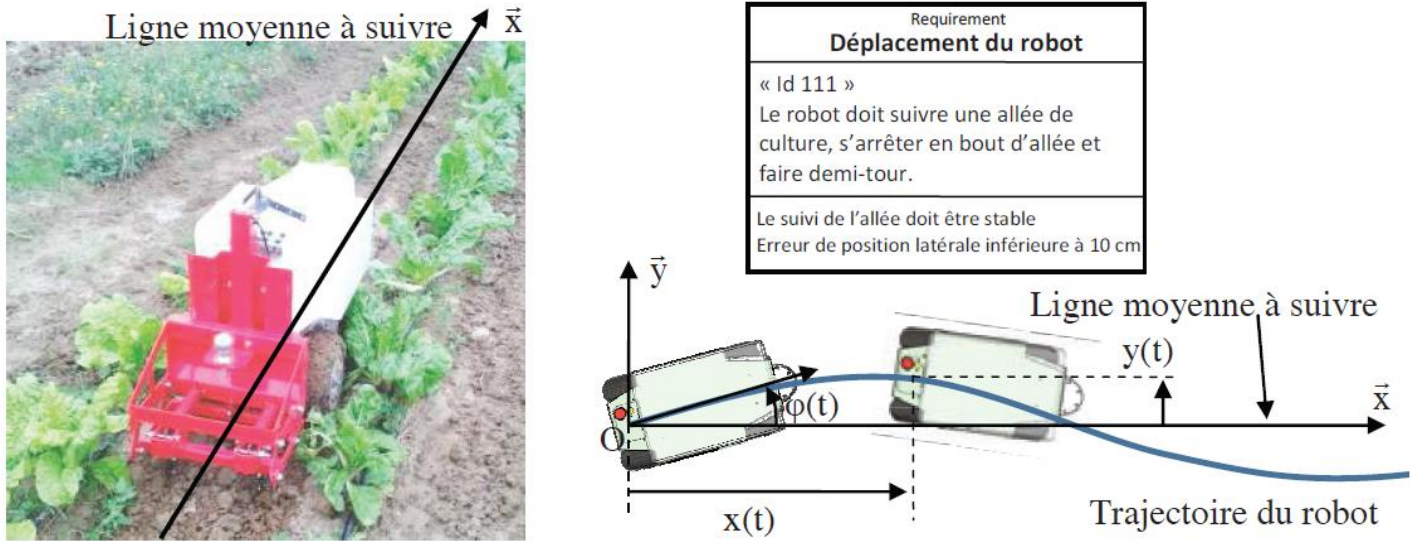


Figure 3 : ligne moyenne à suivre dans une allée

La variable $y(t)$ correspond à la distance d'un point particulier du robot par rapport à la ligne moyenne dans le rang de culture.

Le modèle de l'asservissement de suivi de l'allée du robot est donné par le schéma-bloc **figure 4**.

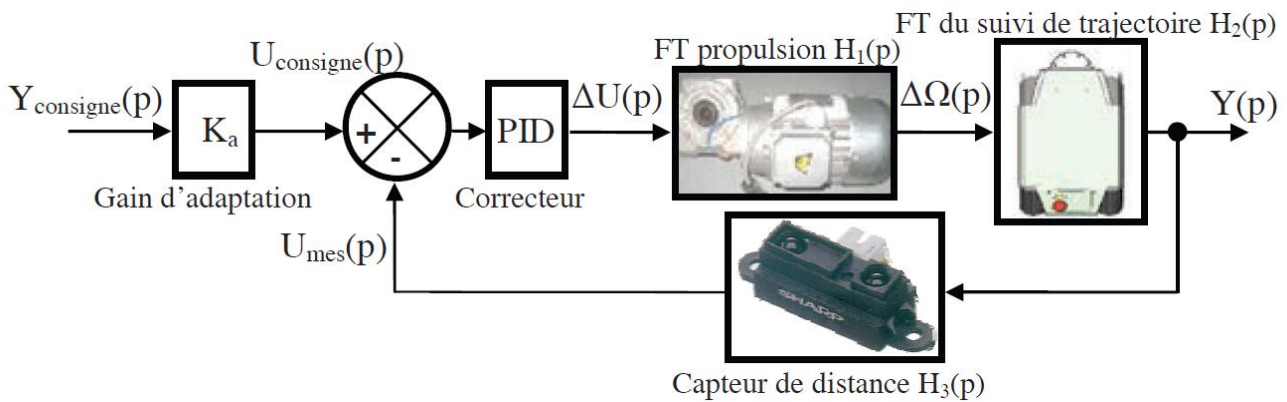


Figure 4 : Schéma-bloc de l'asservissement de suivi de l'allée.

On se propose dans cette partie de déterminer successivement les 3 fonctions de transfert $H_1(p)$ du groupe de propulsion, $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire et $H_3(p)$ du bloc « capteur de distance », puis de vérifier le respect de l'exigence « id 111 ».

II-1 Identification de la fonction de transfert $H_1(p)$ de l'ensemble groupe propulsion

Les 4 moteurs (**figure 5**) du robot sont commandés par paire : les 2 roues droites ensemble et les 2 roues gauches ensemble, de façon à reproduire un comportement de type « chenilles ».

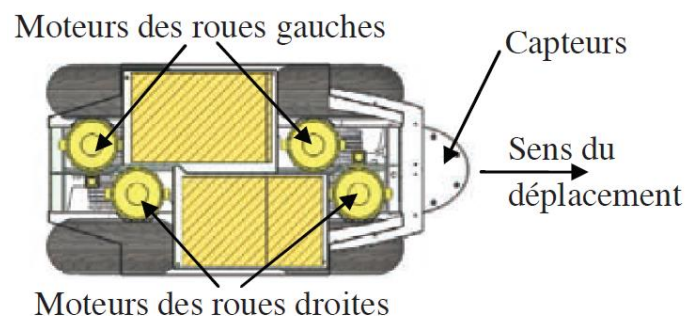


Figure 5 : localisation des moteurs

Notations

- Vitesse angulaire (en rad/s) moyenne de rotation des roues : ω_r .
- Différence de vitesse de rotation angulaire (en rad/s) entre roues droites et roues gauches : $\Delta\omega = \omega_d - \omega_g$.
- Vitesse de rotation (en rad/s) des roues gauches et droites : ω_g et ω_d
avec $\omega_g = \omega_r - \Delta\omega/2$ et $\omega_d = \omega_r + \Delta\omega/2$.
- La différence de vitesse de rotation entre roues droites et roues gauches, représentée par $\Delta\omega$, permet de contrôler l'orientation du robot, alors que la vitesse moyenne de rotation des roues ω_r permet de contrôler la vitesse V de déplacement du robot.
- Tension d'alimentation (en Volt) moyenne des 4 moteurs : U_m .
- Tension de consigne (en Volt) utile pour la rotation : $\Delta U = U_d - U_g$.
- Tension de consigne (en Volt) des moteurs gauches et droits : $U_g = U_m - \Delta U/2$ et $U_d = U_m + \Delta U/2$.
- Transformées de Laplace des tensions : $U_g(p)$, $U_d(p)$ et $\Delta U(p)$.
- Transformées de Laplace des vitesses de rotation : $\Omega_g(p)$, $\Omega_d(p)$ et $\Delta\Omega(p)$.

On donne (**figure 6**) le tracé de la réponse à un échelon de 15V de la chaîne de propulsion gauche.

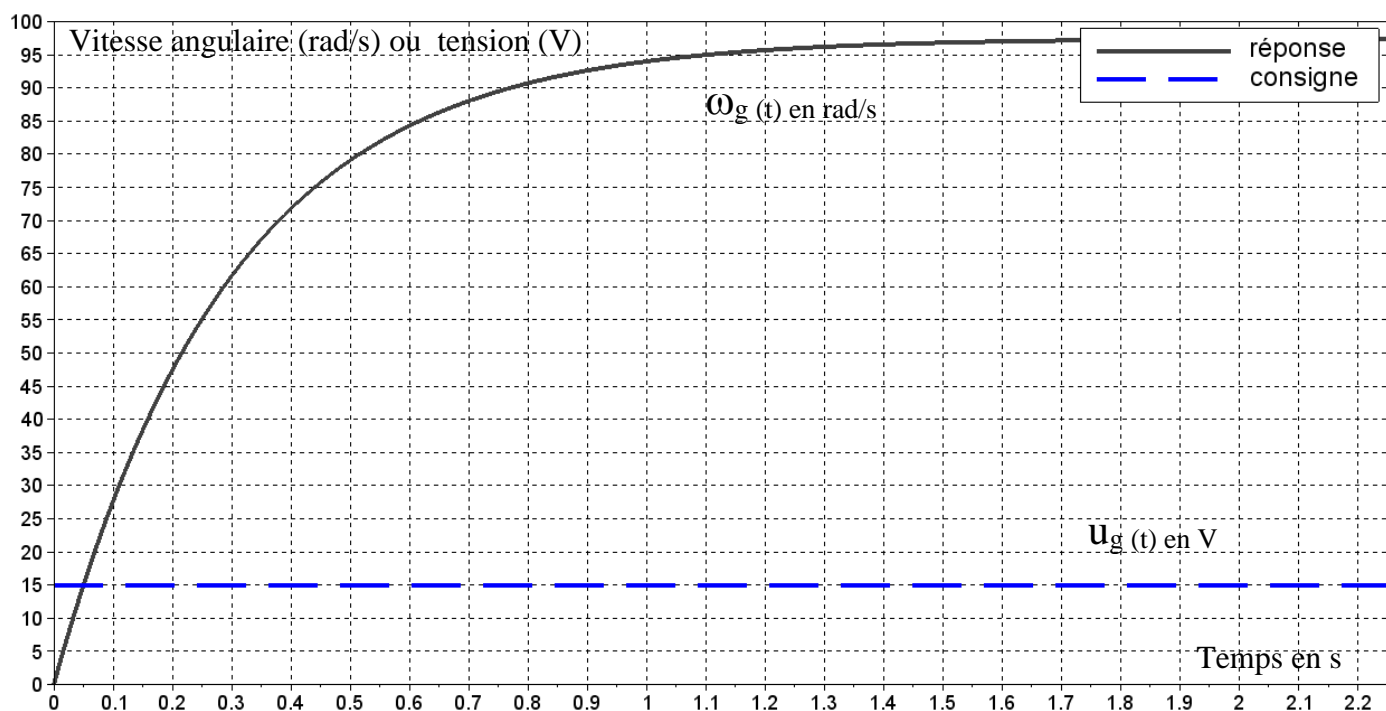


Figure 6 : Réponse temporelle de la chaîne de propulsion gauche

On cherche à modéliser les fonctions de transfert $H_g(p) = \frac{\Omega_g(p)}{U_g(p)}$ et $H_d(p) = \frac{\Omega_d(p)}{U_d(p)}$ des motoréducteurs de propulsion gauche et droit (identiques). On utilise l'essai réalisé (**figure 6**) pour proposer un modèle de comportement des chaînes de propulsion.

Question 2. Identifier les expressions des fonctions de transfert $H_g(p)$ et $H_d(p)$ sous la forme d'un système du 1^{er} ordre. Donner les valeurs numériques des coefficients (gain statique et constante de temps) de ces fonctions de transfert. En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta U(p)}$

II-2 Détermination de la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire

La modélisation par schéma bloc du suivi de la trajectoire est donnée **figure 7**.

Conformément à la **figure 3**, la position du robot est repérée dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) par ses coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ainsi que par l'angle du robot avec la ligne moyenne $\varphi(t)$.

Le paramétrage complet du robot est donné **figure 8**.

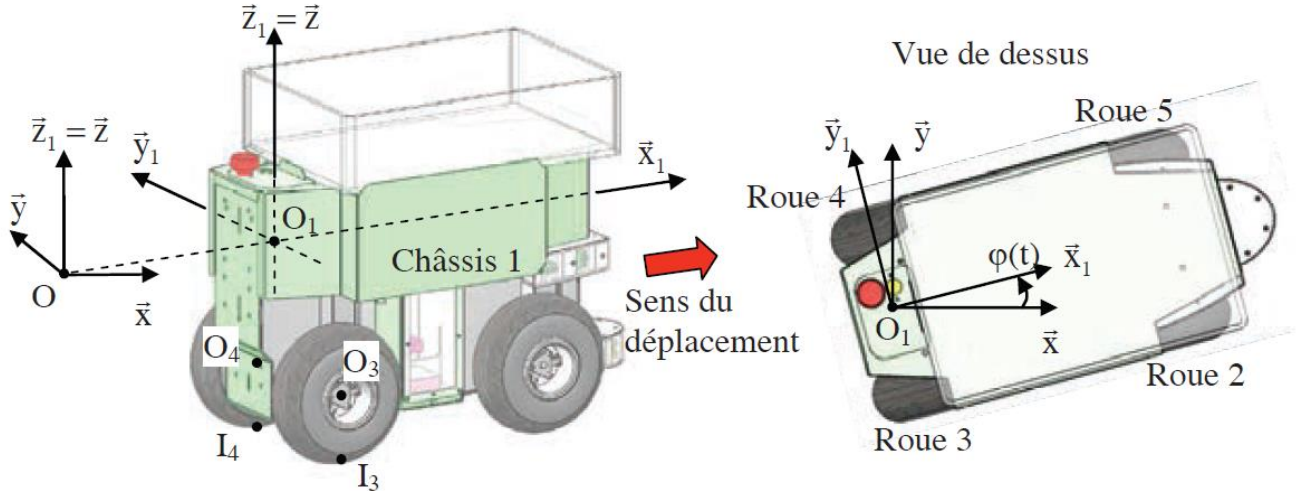


Figure 8 : Repérage et paramétrage du robot

La fixation de l'outil à l'arrière du robot apporte une charge supplémentaire sur les roues arrières, ce qui permet de considérer que les roues arrières **roulent sans glisser** sur le sol.

la condition de roulement sans glissement des roues sur le sol permet d'établir les relations suivantes :

$$-r\omega_d + V + e\dot{\varphi} = 0 \quad \text{et} \quad -r\omega_g + V - e\dot{\varphi} = 0$$

Où :

- r est le rayon d'une roue
- V la vitesse de translation suivant l'axe \vec{x}_1 du robot
- e la distance valent 0.15m telle que : $\vec{O}_3\vec{O}_1 = e\vec{y}_1 + h\vec{z}$ et $\vec{O}_4\vec{O}_1 = -e\vec{y}_1 + h\vec{z}$
- $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ la vitesse angulaire donnant les variations de changement de direction du robot

Question 3. A partir des équations précédentes, déterminer la relation liant $\Delta\omega$ et $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, puis la fonction de transfert $H_{21}(p) = \frac{\Phi(p)}{\Delta\Omega(p)}$ où $\Phi(p)$ représente la transformée de Laplace de l'angle $\varphi(t)$ (on supposera par ailleurs la condition initiale nulle $\varphi(0) = 0$).

Pendant une petite variation de temps dt , le déplacement longitudinal du robot est noté $dx(t)$ et le déplacement latéral $dy(t)$. De plus, on suppose que l'angle du robot avec la ligne moyenne $\varphi(t)$ ne varie pas pendant l'intervalle de temps dt et que sa valeur reste faible ce qui permet d'écrire : $\tan\varphi \approx \varphi$

Question 4. Montrer alors la relation suivante : $\frac{dy(t)}{dt} = \varphi(t) \frac{dx(t)}{dt}$ ce qui s'écrit aussi $\dot{y}(t) = \varphi(t)\dot{x}(t) = \varphi(t)V$

Question 5. En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_{22}(p) = \frac{Y(p)}{\Phi(p)}$ où $Y(p)$ représente la transformée de Laplace du déplacement latéral du robot $y(t)$ (on supposera toujours, par ailleurs, la condition initiale nulle $y(0) = 0$). En déduire la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de trajectoire à partir des résultats trouvés précédemment.

II-3 Détermination de la fonction de transfert $H_3(p)$ correspondant au « capteur de distance »

Les 5 capteurs utilisés (**figure 9**) pour le guidage dans le rang de culture sont installés sur un demi-cercle à l'avant du robot :

- capteur avant pour la détection des obstacles,
- capteurs latéraux pour la mesure de distance avec les cultures,
- capteurs à 45° pour la mesure de distance avec anticipation.

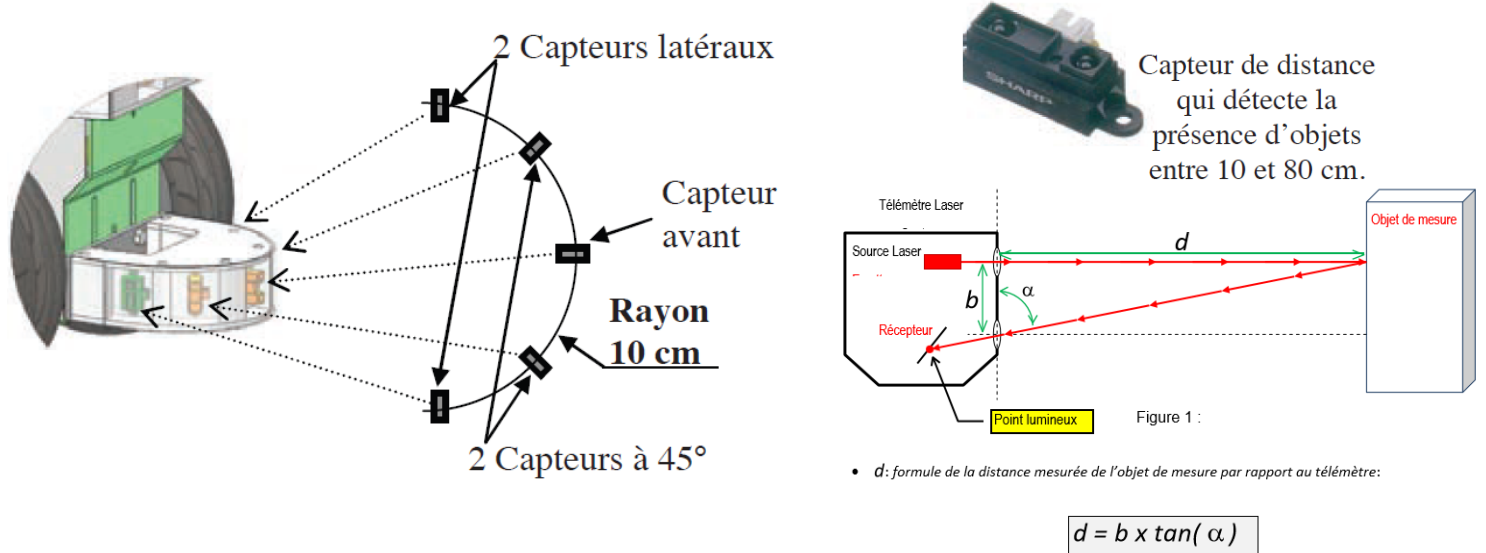


Figure 9 : Localisation et principe de fonctionnement des capteurs de distance de type télémètre.

Ils ont une courbe de réponse $u_{cap}(t) = f(L)$ non linéaire donnée **figure 10**

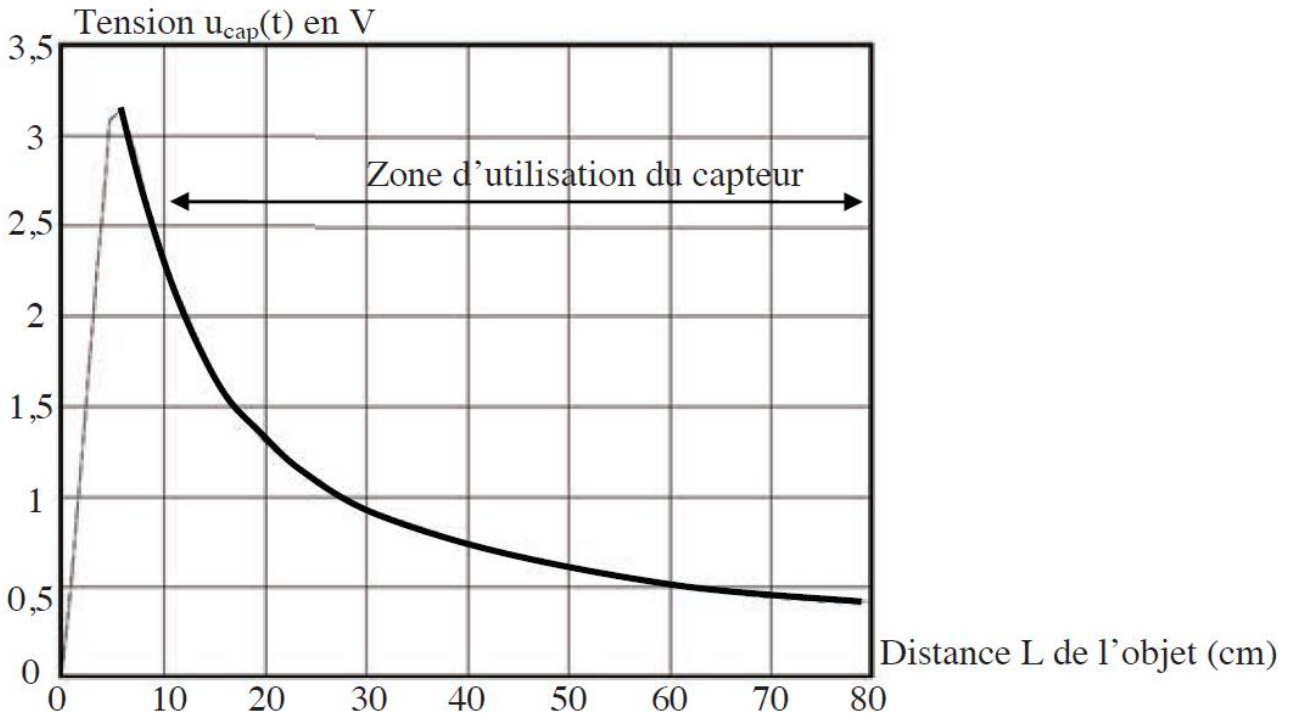


Figure 10 : Courbe de réponse $u_{cap}(t) = f(L)$.

On suppose que seuls les 2 capteurs latéraux sont utilisés pendant le déplacement en ligne droite. Ils sont utilisés en différentiel tel que : $u_{mes}(t) = u_{capt_gauche}(t) - u_{capt_droit}(t)$.

Notation : transformée de Laplace de la tension $u_{mes}(t)$: $U_{mes}(p)$

La fonction de transfert $H_3(p) = \frac{U_{mes}(p)}{Y(p)}$ du bloc « capteur de distance » est supposée réduite à un gain pur noté K_c .

On note u_{capt-0} la tension fournie par les 2 capteurs latéraux lorsque le robot est centré entre les 2 rangs de culture distants de 70 cm. On rappelle que la largeur du robot vaut $2.e = 30$ cm

Question 6. *Quelle est la valeur de la tension u_{capt-0} à 0,1 V près ? Quelle est la tension $u_{capt_droit}(t)$ lorsque le robot est décalé de $y = 5$ cm entre ces 2 rangs de culture ? Quelle est la tension $u_{capt_gauche}(t)$ à ce même instant ?*

Question 7. *En déduire le gain K_c du bloc « capteur de distance » autour de ce point de fonctionnement et préciser son unité.*

II-4 Réglage du correcteur proportionnel et conclusion vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges

On considère que le correcteur correspondant au bloc noté PID sur la **figure 4** est un correcteur proportionnel pur de gain K_{cor} .

Au lieu de définir une fonction de transfert complexe pour le correcteur, les concepteurs du robot ont choisi d'utiliser les 2 capteurs situés à 45° vers l'avant pour mesurer la distance avec anticipation plutôt que les 2 capteurs latéraux.

Question 8. *Expliquer en 2 lignes et sans calcul comment l'utilisation de ces 2 capteurs à 45° permettra d'améliorer la stabilité de la boucle d'asservissement.*

Question 9. *A partir du schéma proposé **figure 11**, donner une estimation du temps d'avance procuré par ces capteurs à 45° lorsque le robot se déplace à vitesse constante $V = 0,2$ m/s en étant centré sur la ligne inter-rang.*

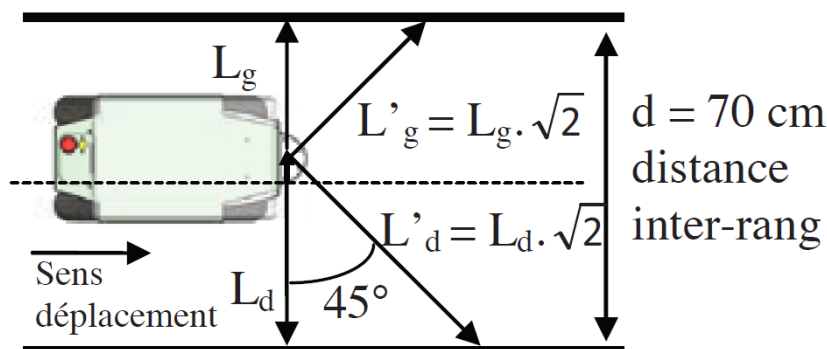


Figure 11 : Position robot question 9.

Pour prendre en compte le temps d'avance introduit par l'information des capteurs à 45° et limiter son influence en haute fréquence, on retient le nouveau modèle suivant pour le bloc « capteur de distance » :

$$H'_3(p) = K_c \frac{(1 + 1.75.p)}{(1 + 0.1.p)^2}$$

Le schéma-bloc de l'asservissement de suivi de trajectoire peut alors être simulé à partir des modèles de fonction de transfert étudiés. On considère le schéma **figure 12** dans lequel on stimule le modèle de suivi de trajectoire par un échelon de déplacement latéral $y(t)$ de 5 cm. Ceci correspond à une trajectoire présentant une « cassure » (le maraîcher avait un « petit coup dans le nez » en réalisant son allée...).

Pour différents réglage du gain K_{cor} du correcteur ($K_{cor} = 0.05, 0.2, 0.5$), la réponse du modèle à cette sollicitation est donnée **figure 13**.

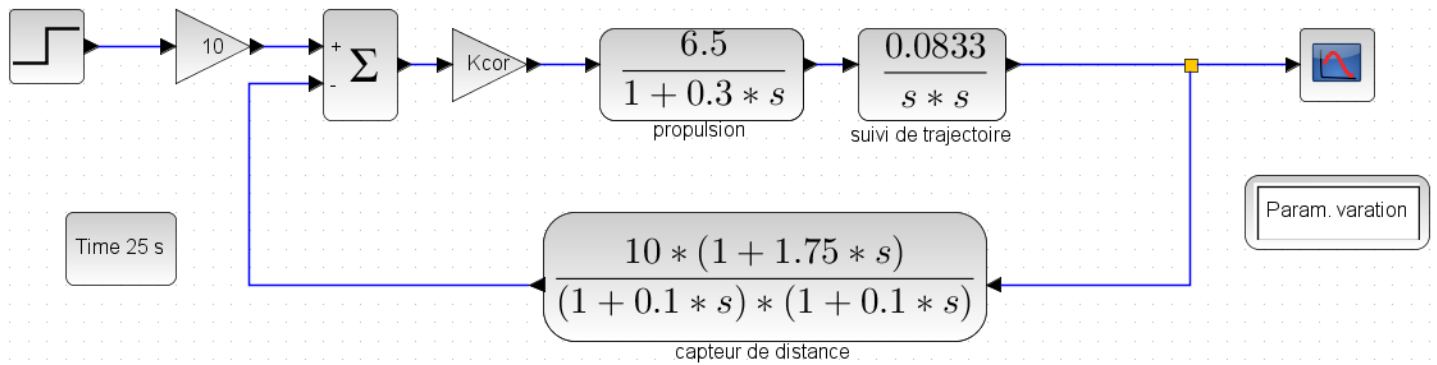


Figure 12 : schéma bloc causal du suivi de trajectoire

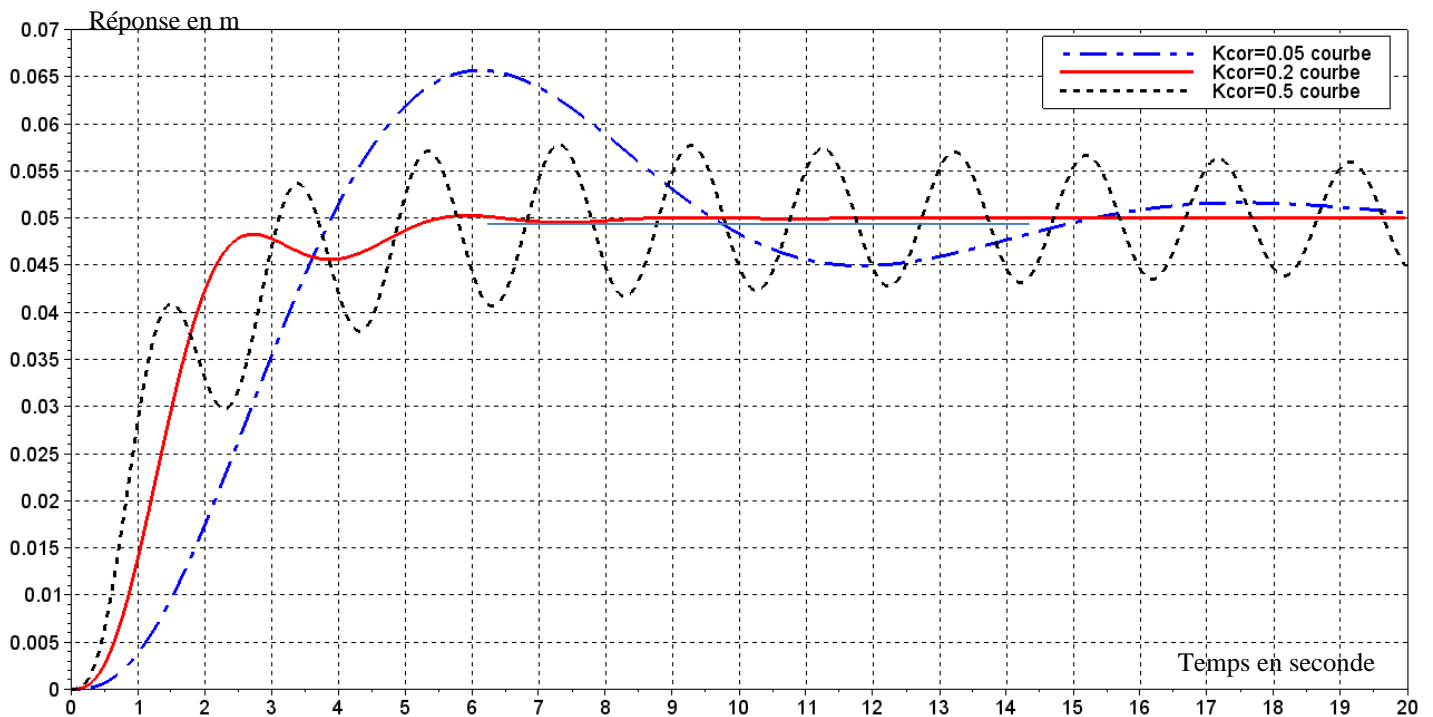


Figure 13 : réponse à un déplacement latéral de 5 cm

Question 10. Discuter des performances de cet asservissement (stabilité, précision, rapidité) et choisir parmi les 3 valeurs de K_{cor} testées, celle qui doit être choisie pour respecter l'exigence Id 111. Justifier.

Problème N°4: Stabilisateur gyroscopique de bateau (extrait Mines MP 2022)

1. Présentation

1.1. Mouvement de roulis

Le système étudié est un dispositif de stabilisation gyroscopique pour bateau permettant de neutraliser le mouvement de roulis (voir **Figure 11**). Cette rotation suivant l'axe longitudinal du navire est la première cause du mal de mer. Dans tout le sujet, seul ce mouvement de roulis, rotation autour de l'axe (O, \vec{x}_0) , sera considéré. Si l'idée d'utiliser un gyroscope pour stabiliser un bateau remonte à plus d'un siècle, sa mise en œuvre n'est que très récente notamment grâce à la société Seakeeper. Les principaux verrous technologiques étaient la capacité à mettre et maintenir en rotation un volant d'inertie à des vitesses très élevées ainsi qu'à développer des moyens de contrôle actif afin de s'adapter à toutes les conditions de houle. La demande concerne en particulier la navigation de plaisance avec une exigence de performance forte lors de la phase de fonctionnement bateau à l'arrêt, ancre descendue.

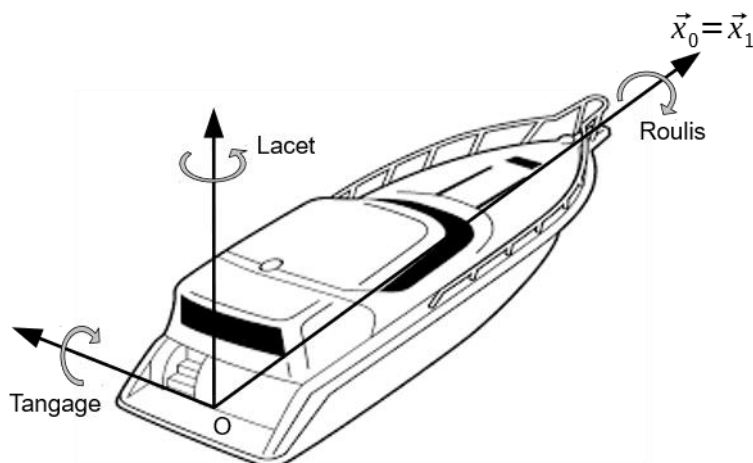


Figure 11 : Définition des 3 rotations orientant le bateau par rapport au référentiel terrestre

1.2. Le stabilisateur gyroscopique

Les stabilisateurs gyroscopiques peuvent être adaptés à tous les types d'embarcation grâce à un encombrement réduit et une masse limitée par rapport aux caractéristiques des navires. Le maintien de leur efficacité est assuré pour une grande variété de positionnement sur le bateau. Ainsi, leur installation peut être envisagée directement lors de la construction du navire aussi bien que par une intégration en cours de cycle de vie de l'embarcation. La **Figure 12** représente l'installation d'un stabilisateur dans le plan de symétrie du bateau $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$, configuration retenue par la suite de l'étude.

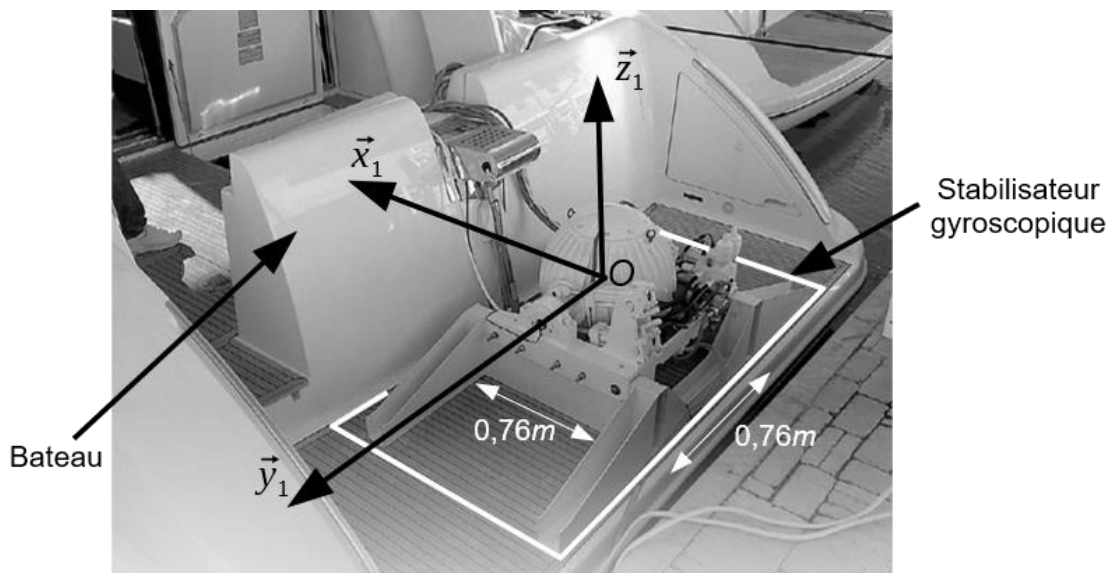


Figure 12 : Stabilisateur gyroscopique monté sur un bateau

Le stabilisateur (voir **Figure 13**) est constitué d'une enceinte **2** en liaison pivot selon l'axe de Cardan (O, \vec{y}_1) par rapport au bateau **1**. Un volant d'inertie **3**, en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_2) par rapport à l'enceinte **2**, est maintenu en rotation grâce à un moteur électrique.

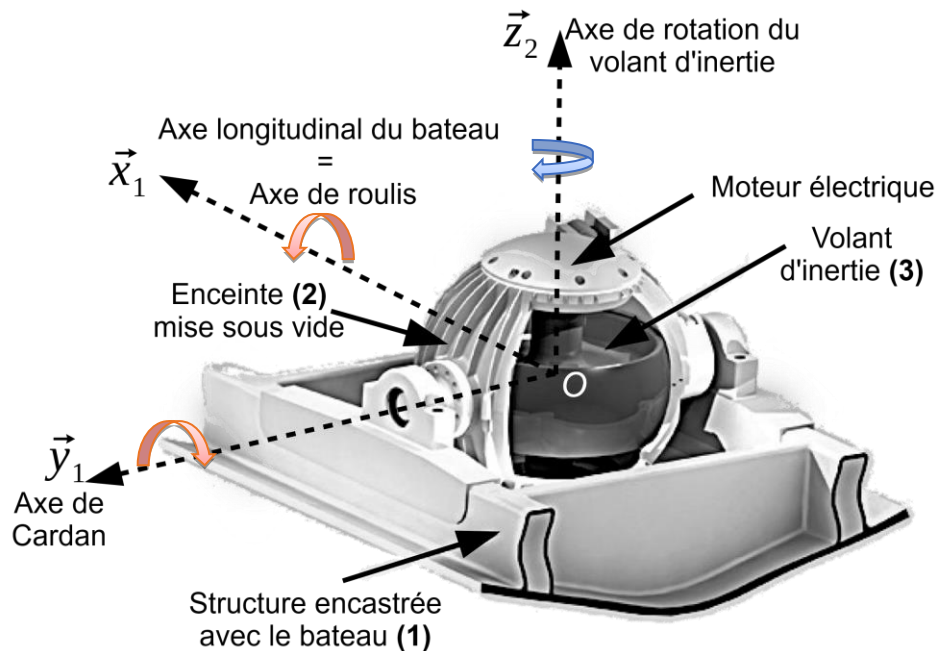


Figure 13 : Structure interne du stabilisateur gyroscopique

Les vitesses angulaires très élevées (de l'ordre de $10000 \text{ tr. min}^{-1}$ au maximum) du volant nécessitent :

- la mise sous vide de l'enceinte **2** afin de limiter les actions mécaniques aérodynamiques qui s'exercent sur le volant d'inertie **3** lors de son mouvement de rotation et ainsi minimiser la consommation électrique ;
- le développement d'une motorisation spécifique avec entraînement direct ;
- un guidage de haute précision (de l'ordre du micromètre) réalisé par des roulements à billes en céramique.

Si la compréhension de la dynamique du stabilisateur nécessite la mise en équation du système, le découpage séquentiel du fonctionnement peut être décrit de la manière suivante :

- l'initiation d'un mouvement de roulis du bateau **1** engendre un basculement de l'ensemble {enceinte **2**, volant d'inertie **3**} autour de l'axe de Cardan (effet gyroscopique) ;
- la combinaison de la rotation du volant et de celle de l'axe de Cardan génère alors un couple gyroscopique suivant la direction de roulis ;
- ce couple tend à s'opposer au mouvement du bateau **1** et ainsi à lui assurer une stabilisation suivant la direction de roulis ;
- il apparaît ainsi que les mouvements de roulis et de tangage sont couplés. En contrôlant le mouvement de rotation de l'axe de Cardan de façon active par un système hydraulique, les performances de stabilisation de roulis sont optimisées.

Le diagramme des exigences techniques du système Seakeeper est donné sur la **Figure 14**.

L'objectif des activités proposées dans cet extrait de sujet est d'analyser les solutions techniques qui rendent efficace le stabilisateur gyroscopique et notamment quantifier l'atténuation de l'amplitude des oscillations du bateau en roulis comme indiqué sur la **Figure 15**.

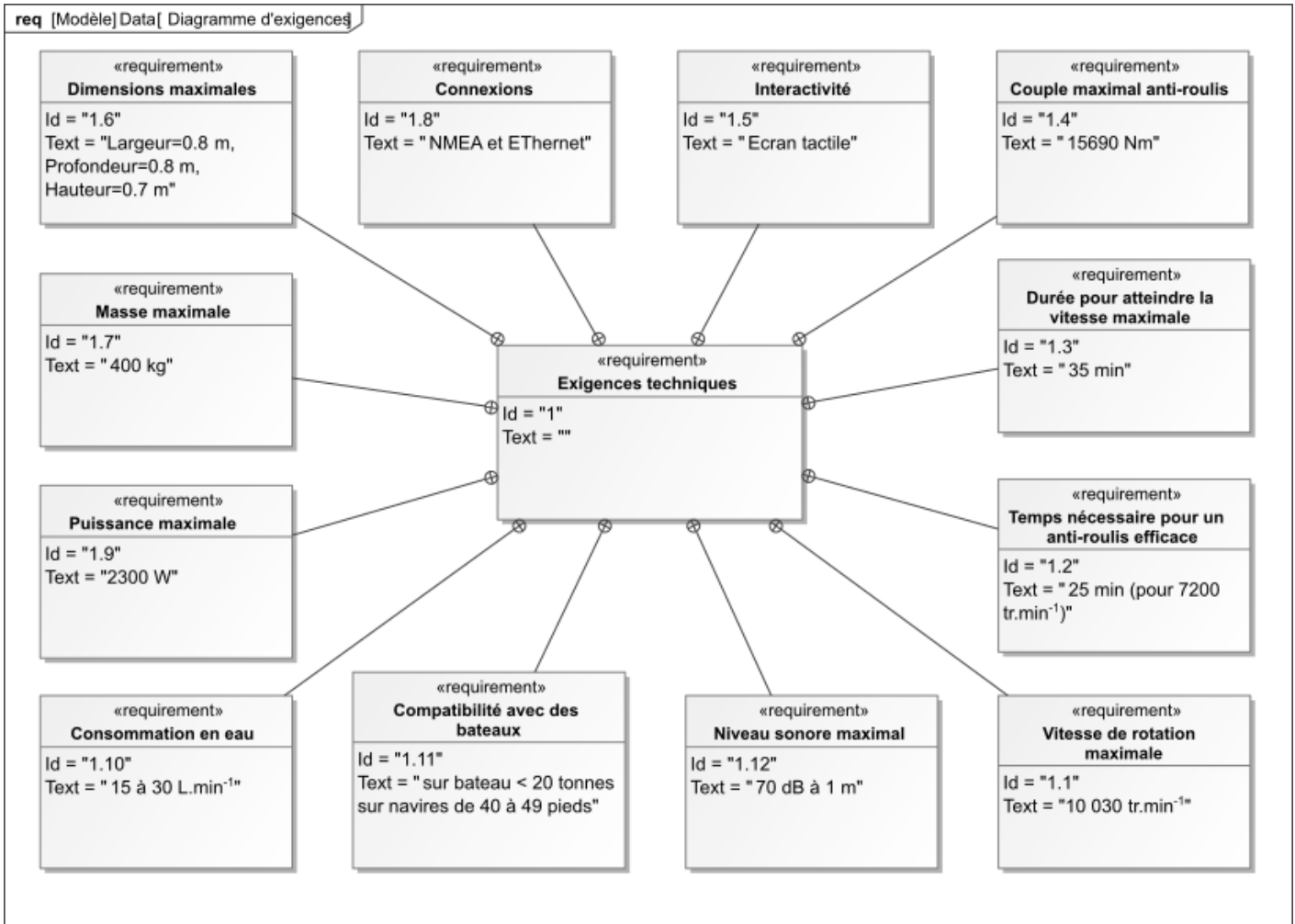


Figure 14 : Diagramme des exigences



Angle du bateau en roulis (°)

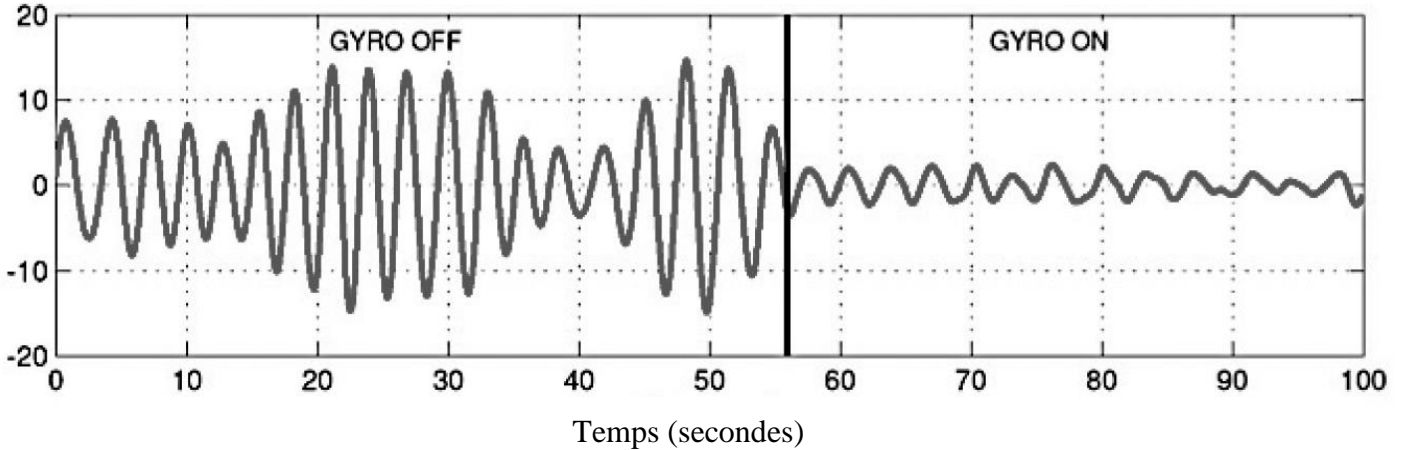


Figure 15 : Mesure des oscillations du bateau en roulis sans, puis avec, stabilisateur gyroscopique

2. Gestion du système

Le Seakeeper est équipé d'un écran tactile permettant de contrôler le fonctionnement du système. Il est nécessaire de mettre en rotation le volant d'inertie **3** et de pouvoir contrôler le système de stabilisation qui ne sera efficace que si la vitesse du volant d'inertie **3** est suffisante. La mise en place de la stabilisation prend du temps et il est indispensable d'informer l'utilisateur de l'état du système.

L'**annexe 1** présente une vue de cet écran en précisant les fonctions de chaque bouton.

L'écran tactile possède un menu d'accueil qui regroupe un certain nombre d'éléments pour gérer le fonctionnement du système. Un autre menu délivre des informations sur le fonctionnement du système par l'intermédiaire des capteurs qui équipent le Seakeeper (capteurs de température, de vitesse angulaire du volant d'inertie ω_m , d'angle de roulis α , de courant électrique...).

La zone d'affichage peut être de type *courbe* ou *cadran* pour observer l'évolution de l'angle de roulis.

3. Modélisation du système de contrôle

La compréhension de l'architecture du stabilisateur gyroscopique et sa mise en équation permet dans cette partie d'aboutir à un modèle de la chaîne d'énergie.

3.1. Architecture du système

La figure de l'**annexe 2** présente l'architecture du régulateur hydraulique.

L'inclinaison suivant l'axe de Cardan du stabilisateur gyroscopique est commandée par un contrôleur électronique et un dispositif hydraulique de manière à optimiser le couple fourni pour diminuer le roulis du bateau.

Ce régulateur hydraulique est constitué d'un servo-distributeur commandé par le contrôleur électronique. Le servo-distributeur module le débit d'alimentation des deux vérins. La translation des vérins est transformée par la structure articulée en une rotation de l'ensemble enceinte **2** et volant d'inertie **3** autour de l'axe de Cardan. Un couple gyroscopique est alors généré sur l'axe de roulis du bateau afin de le stabiliser.

On réalise un asservissement en mesurant l'angle de roulis $\alpha(t)$ du bateau à l'aide d'une centrale inertielle. L'écart $\varepsilon(t)$ entre la consigne d'angle $\alpha_c(t)$ et la mesure de l'angle $\alpha(t)$ est traité par le contrôleur électronique qui délivre le courant de commande $i(t)$ au servo-distributeur.

Question 1. *A l'aide du texte descriptif, compléter le tableau du document-réponse associé aux constituants du schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement en position du bateau.*

3.2. Modélisation de la chaîne d'énergie

3.2.1. Stabilisateur gyroscopique et bateau

Un schéma cinématique partiel du stabilisateur gyroscopique est fourni **Figure 16**.

On définit :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, repère supposé galiléen lié à la terre ;
- $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, repère lié au bateau **1**. La configuration cinématique retenue est un bateau **1** soumis à un unique mouvement de roulis d'axe (O, \vec{x}_0) par rapport à R_0 . Par souci de simplicité, on modélise la liaison entre le bateau et le repère terrestre par une liaison pivot d'axe (O, \vec{x}_0) paramétrée par $\alpha(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.
- $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, repère lié à l'enceinte **2**. L'enceinte **2** est en liaison pivot d'axe (O, \vec{y}_1) avec le bateau **1**, paramétrée par $\beta(t) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$.
- $R_3(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, repère lié au volant d'inertie **3**. Le volant **3** est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_2) avec l'enceinte **2**, paramétrée par $\gamma(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$. $\frac{d\gamma(t)}{dt} = \omega_m$ avec ω_m la vitesse angulaire du volant **3** par rapport à **2** supposée connue et constante.

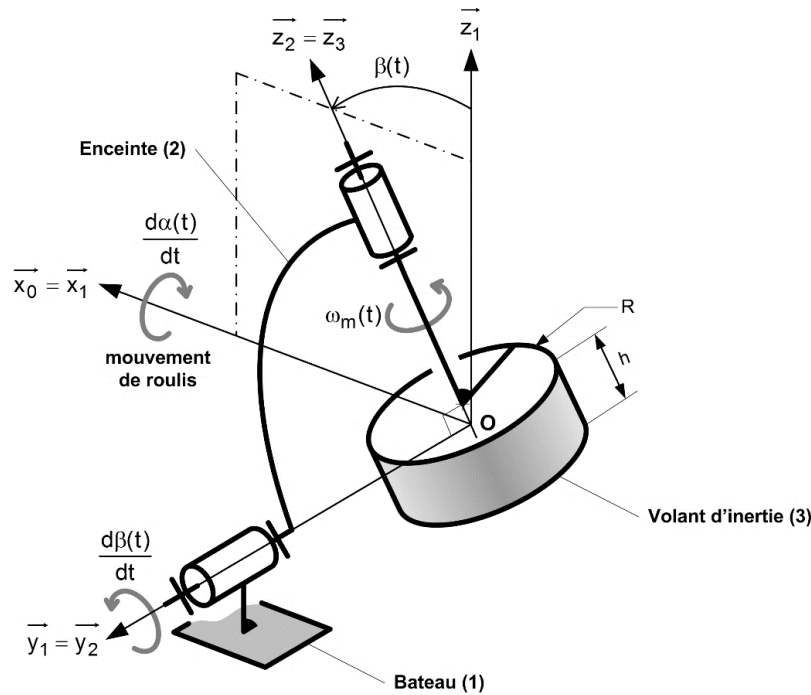


Figure 16 : Schéma cinématique partiel du stabilisateur gyroscopique (motorisation non représentée)

La Figure 17 ci-dessous représente le volant d'inertie à l'intérieur de l'enceinte.

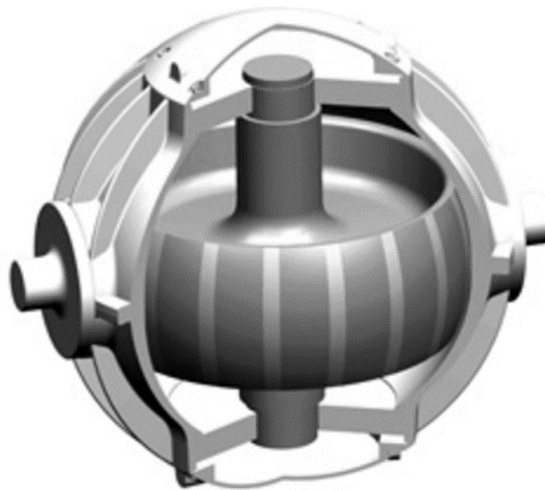


Figure 17 : Représentation du volant d'inertie

Le Principe Fondamental de la Dynamique (voir programme 2^{ième} année) appliqué à l'ensemble $\{2, 3\}$ permet de déterminer l'équation de mouvement donnant l'évolution du paramètre $\beta(t)$:

$$C_h(t) = A_3 \cdot \ddot{\beta} + (A_3 - C_3) \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos\beta \cdot \sin\beta - C_3 \dot{\gamma} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos\beta$$

Où

- $C_h(t)$ est un couple (action mécanique permettant la rotation autour de (O, \vec{y}_1)) généré par un système nommé « modulateur hydraulique » monté entre 1 et 2.
- A_3 et C_3 sont des caractéristiques d'inertie du solide 3 (constantes liées à la difficulté de mettre en rotation ce solide autour de certains axes dans l'espace).
- $\dot{\alpha}$ et $\dot{\gamma}$ sont les dérivées temporelles de α et γ représentant les vitesses de rotation du bateau 1 par rapport au repère terrestre $\mathbf{0}$ ($\dot{\alpha}$) et du volant 3 par rapport à l'enceinte ($\dot{\gamma}$).
- $\ddot{\beta}$ est l'accélération angulaire de l'enceinte 2 par rapport au bateau 1.

Pour simplifier l'étude du système, il est nécessaire de linéariser l'équation de mouvement autour du point de fonctionnement défini par $\beta \approx 0$ et $\alpha \approx 0$. On considère également que $\omega_m \gg \frac{d\alpha}{dt}$.

Question 2. Linéariser l'équation de mouvement donnée ci-dessus en tenant compte des hypothèses formulées précédemment. L'équation sera mise sous la forme suivante, où vous préciserez l'expression de la constante I_g :

$$I_g \frac{d^2\beta(t)}{dt^2} = C_h(t) + C_3\omega_m \frac{d\alpha(t)}{dt} \quad (\text{eq 1})$$

L'équation associée au comportement dynamique en roulis du bateau **1** par rapport au repère R_0 est admise :

$$I_b \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} = C_{mer}(t) - f_b \frac{d\alpha(t)}{dt} - k_b\alpha(t) - C_3\omega_m \frac{d\beta(t)}{dt} \quad (\text{eq 2})$$

- I_b est le moment d'inertie du bateau autour de l'axe de roulis ;
- $C_{mer}(t)$ représente le moment induit par les vagues entretenant le mouvement de roulis ;
- $-f_b \frac{d\alpha(t)}{dt}$ caractérise le moment des actions mécaniques dissipatives liées au mouvement relatif entre l'eau et la coque (f_b : coefficient de frottement visqueux) ;
- $-k_b\alpha(t)$ caractérise le moment de redressement lié à l'action combinée de la pesanteur et de la pression de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède) ;
- le terme $C_3\omega_m \frac{d\beta(t)}{dt}$ provient du couplage gyroscopique et sera détaillé dans la suite.

Question 3. A partir des deux équations de dynamique (eq1, eq2), déterminer la fonction de transfert $H(p)$ telle que $\alpha(p) = H(p) \cdot C_{mer}(p)$ (avec $C_h = 0$) et la mettre sous la forme $\frac{1}{K+Ap+Bp^2}$ où les expressions des constantes K , A et B seront précisées. Indiquer en le justifiant si le système, de fonction de transfert $H(p)$, est stable (à une entrée constante est associée une sortie constante en régime permanent).

3.2.2. Modélisation de la structure articulée « modulateur hydraulique »

Pour compléter le modèle de la chaîne d'action globale, il est nécessaire d'avoir les équations qui caractérisent le système hydraulique. Le système est modélisé par le schéma cinématique de la **Figure 18**. Les translations de sens opposés de chacune des tiges (**3a** et **3b**) des vérins obtenues par les forces de pression permettent de générer une rotation (β) de l'enceinte **2** donc le couple C_h .

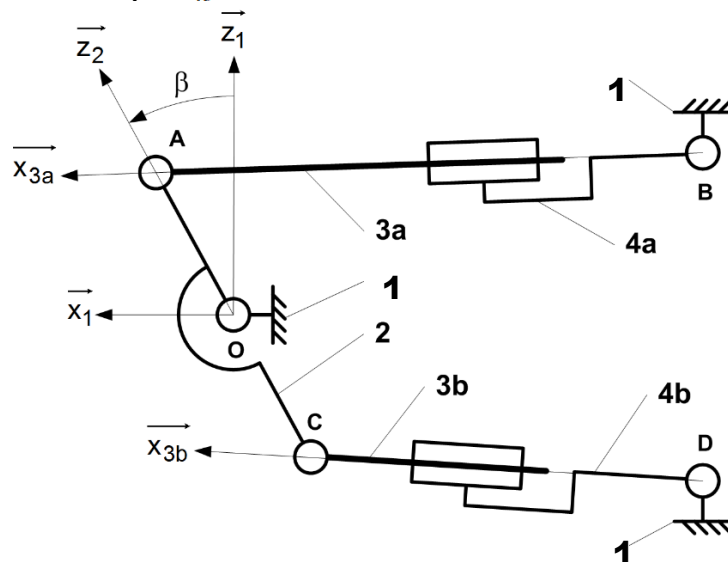


Figure 18 : Schéma cinématique de la structure articulée

On associe :

- le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ au carter du système lié au bateau **1** ;
- le repère $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$ lié à l'enceinte **2**. On note $\beta = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ l'angle de l'enceinte **2** par rapport à **1** selon \vec{y}_1 ;
- le repère $R_{3a}(A, \vec{x}_{3a}, \vec{y}_1, \vec{z}_{3a})$ au vérin **a** (constitué d'une tige notée **3a** et d'un corps noté **4a**)
- et le repère $R_{3b}(C, \vec{x}_{3b}, \vec{y}_1, \vec{z}_{3b})$ au vérin **b** (tige **3b** et corps **4b**).

Les angles formés par ces vérins avec \vec{x}_1 sont notés :

$$\gamma_a = (\vec{z}_1, \vec{z}_{3a}) = (\vec{x}_1, \vec{x}_{3a}) \text{ et } \gamma_b = (\vec{z}_1, \vec{z}_{3b}) = (\vec{x}_1, \vec{x}_{3b}).$$

On donne :

$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{CO} = e \vec{z}_2 & \vec{BA} &= \lambda_a(t) \vec{x}_{3a} & \vec{DC} &= \lambda_b(t) \vec{x}_{3b} \\ \vec{OB} &= -L\vec{x}_1 + d\vec{z}_1 & \text{et } \vec{OD} &= -L\vec{x}_1 - d\vec{z}_1. \end{aligned}$$

Une hypothèse de modélisation plane des actions mécaniques est faite, dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$.

On note \vec{F}_a (respectivement \vec{F}_b) la résultante de l'action mécanique exercée par la tige du vérin **3a** (respectivement **3b**) sur l'enceinte **2** (action mécanique de type glisseur en modélisation plane). L'action mécanique exercée par le bâti sur le corps du vérin **4a** (respectivement **4b**) est également un glisseur (une force en physique). Le moment global exercé par les deux vérins sur l'enceinte **2** au point O en projection sur \vec{y}_1 est noté C_h . Les quantités dynamiques associées aux vérins sont supposées négligeables devant les autres actions mécaniques mises en jeu.

Le théorème du moment statique (voir programme 1^{ière} année) appliqué à l'enceinte 2 permet d'obtenir l'expression du couple généré par le système « modulateur hydraulique » monté entre 1 et 2 :

$$C_h(t) = e(F_a \cdot \cos(\gamma_a - \beta) - F_b \cdot \cos(\gamma_b - \beta))$$

l'évolution de l'angle γ_a en fonction de β est tracée ci-dessous.

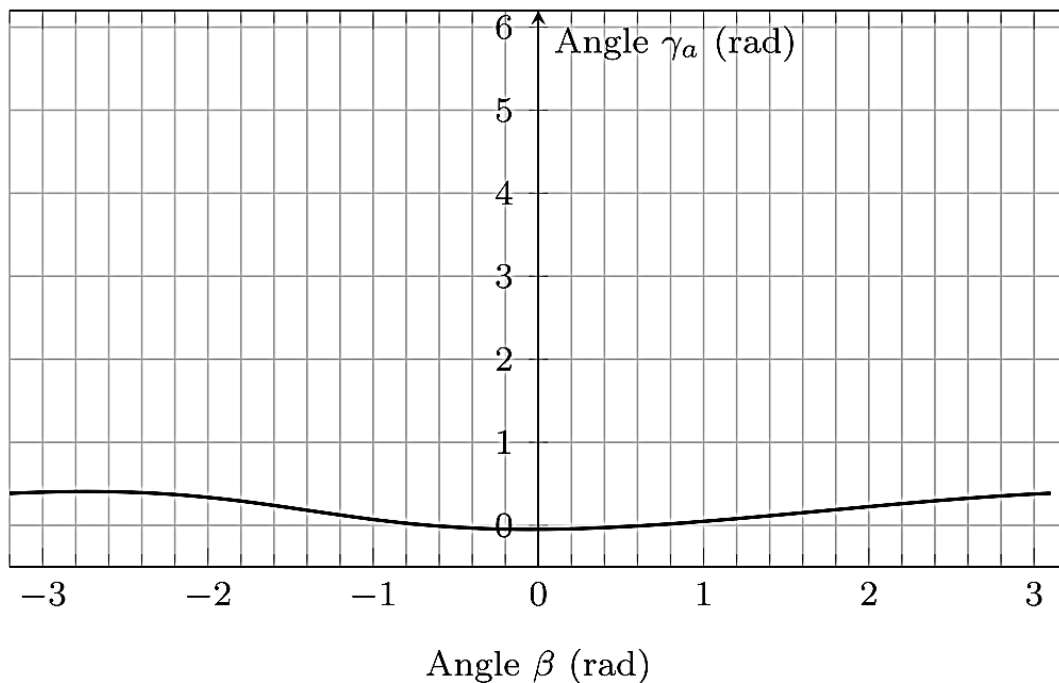


Figure 19 : Evolution de l'angle γ_a en fonction de β

Question 4. A partir de la courbe Figure 19, formuler une hypothèse sur les angles γ_a et γ_b sachant que l'angle β varie entre $\pm 45^\circ = \pm 0,7 \text{ rad}$. En déduire une relation approchée sur le moment C_h tenant compte de l'hypothèse formulée.

On adopte les notations suivantes $\Omega_\alpha(p)$ et $\Omega_\beta(p)$ transformées de Laplace respectives des vitesses angulaires :

$$\omega_\alpha(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt} \text{ et } \omega_\beta(t) = \frac{d\beta(t)}{dt}.$$

En utilisant les équations simplifiées obtenues par l'étude géométrique (3.2.2) et le principe de conservation de la masse pour un fluide compressible, on peut établir l'équation suivante reliant le débit volumique total $q(t)$, la vitesse angulaire $\omega_\beta(t)$ et le couple $C_h(t)$:

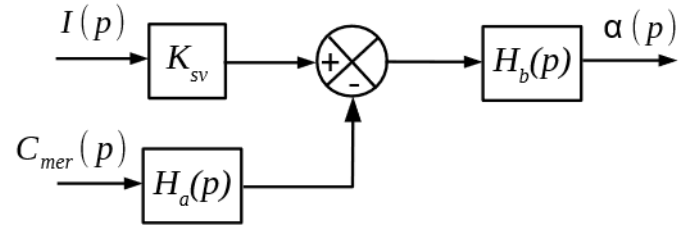
$$q(t) = S \cdot e \frac{d\beta(t)}{dt} + \frac{V_0}{2.B.S.e} \frac{dC_h(t)}{dt} \quad (\text{eq 3})$$

où S représente la section utile équivalente, aux 2 vérins identiques **a** et **b**, sur laquelle s'exercent les actions mécaniques de pression du fluide, V_0 est le demi volume équivalent aux 2 vérins et B le coefficient de compressibilité isotherme de l'huile.

Le servo-distributeur fournit un débit $q(t)$ proportionnel au courant $i(t)$ tel que $q(t) = K_{sv} i(t)$.

Question 5. A l'aide des équations (eq 1, eq 2, eq 3) et en supposant les conditions initiales nulles, donner les fonctions de transfert H_1 à H_6 du schéma-blocs du document-réponse.

Question 6. Montrer que ce schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante où l'on précisera l'expression de H_a et H_b en fonction de H_1 à H_6 uniquement. (Ne surtout pas remplacer par les expressions trouvées à la question précédente).



On donne, dans le document-réponse, la réponse indicielle $\alpha(t)$ pour une entrée de $i(t) = 1 A$ avec $C_{mer} = 0$.

Question 7. Proposer un modèle de comportement de la chaîne d'action (fonction de transfert $G(p) = K_{sv}H_b(p)$) à partir de la réponse indicielle. Identifier les valeurs numériques des paramètres caractéristiques intervenant dans la fonction de transfert. Vous justifierez votre réponse en reportant les tracés nécessaires sur le document-réponse. On pourra utiliser les abaques donnés en annexe 3.

4. Performances du système de contrôle

Dans cette partie, un modèle complet de l'asservissement en roulis du bateau est construit afin d'en étudier les performances. Le choix des correcteurs et l'optimisation de leurs paramètres de réglage vis-à-vis des performances attendues permettent de conclure sur les capacités de stabilisation du dispositif.

L'asservissement de position peut être représenté par le schéma-blocs suivant :

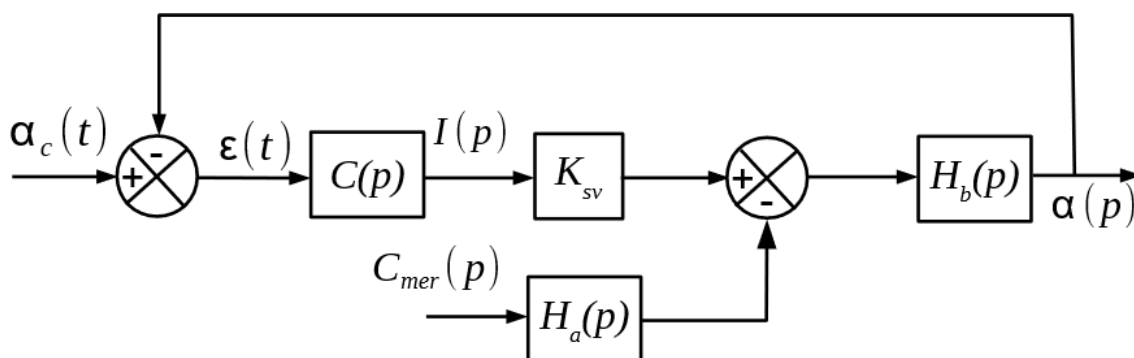


Figure 20 : Schéma-blocs de l'asservissement en roulis du bateau

Les performances attendues de l'asservissement sont les suivantes :

Performances	Critères
Stabilité	Marge de phase = 60° Marge de gain $> 0dB$
Précision	Erreur statique (régime stationnaire) nulle pour une consigne α_c en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5% $< 5 s$ Bande passante à $0dB$ de la FTBO : $]0 ; \omega_{0dB} = 10 \text{ rad. s}^{-1}]$
Amortissement	Premier dépassement $D_1(\%) < 20\%$

La fonction de transfert $H_a(p)$ s'écrit sous la forme $H_a(p) = K_a \left(1 + \frac{p^2}{\omega_2^2}\right)$. Quelles que soient les valeurs trouvées à la question précédente, on adopte pour fonction de transfert :

$$G(p) = K_{sv} \cdot H_b(p) = K_{sv} \cdot \frac{K_b}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \text{ avec } K_{sv} \cdot K_b = 2 \text{ rad. A}^{-1}.$$

Dans un premier temps, un correcteur proportionnel $C(p) = K_p$ est envisagé.

On appelle μ_s l'erreur statique de position vis-à-vis d'une entrée en consigne en échelon telle que :

$$\mu_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_c(t) - \alpha(t))$$

Question 8. Déterminer l'expression de l'erreur statique en position associée à une entrée $\alpha_c(t)$ en échelon d'amplitude α_{c0} (avec $C_{mer} = 0$). En déduire la valeur de K_p permettant d'assurer le critère de précision.

Ce résultat nécessite un retour sur le cahier des charges trop exigeant quant à la précision (ce qui ne paraît pas pertinent). On se limite donc à une erreur statique en position inférieure à 5% de la valeur de consigne en échelon.

Question 9. Déterminer la valeur minimale de K_p permettant d'assurer ce nouveau critère de précision.

Question 10. Donner l'expression de la fonction de transfert du système suiveur $\frac{\alpha(p)}{\alpha_c(p)} \Big|_{C_{mer}=0}$ puis estimer la valeur du 1^{er} dépassement en utilisant le résultat de la question précédente pour K_p . Le cahier des charges est-il respecté concernant ce critère de stabilité ?

Par une étude temporelle obtenue avec un correcteur proportionnel, on observe que la rapidité et l'amortissement ne sont pas conformes aux valeurs définies par le cahier des charges.

On choisit d'utiliser alors un correcteur proportionnel à avance de phase de la forme :

$$C(p) = \frac{K_p(1+a\tau p)}{1+\tau p} \text{ avec } a > 1.$$

Une fois réglé, ce correcteur (étudié en 2^{ème} année) amène une action dérivatrice permettant d'améliorer la stabilité et de diminuer le dépassement du système bouclé.

Le moment exercé par la mer sur le bateau peut être modélisé par une somme de fonctions sinusoïdales de différentes pulsations comprises généralement entre 0 et $10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. On suppose donc pour simplifier, des vagues régulières dont le couple exercé sur le bateau est de la forme : $C_{mer}(t) = C_0 \sin(\omega t)$.

On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert du système bouclé en régulation $H_r(p) = \frac{\alpha(p)}{C_{mer}(p)}$ après réglage du correcteur.

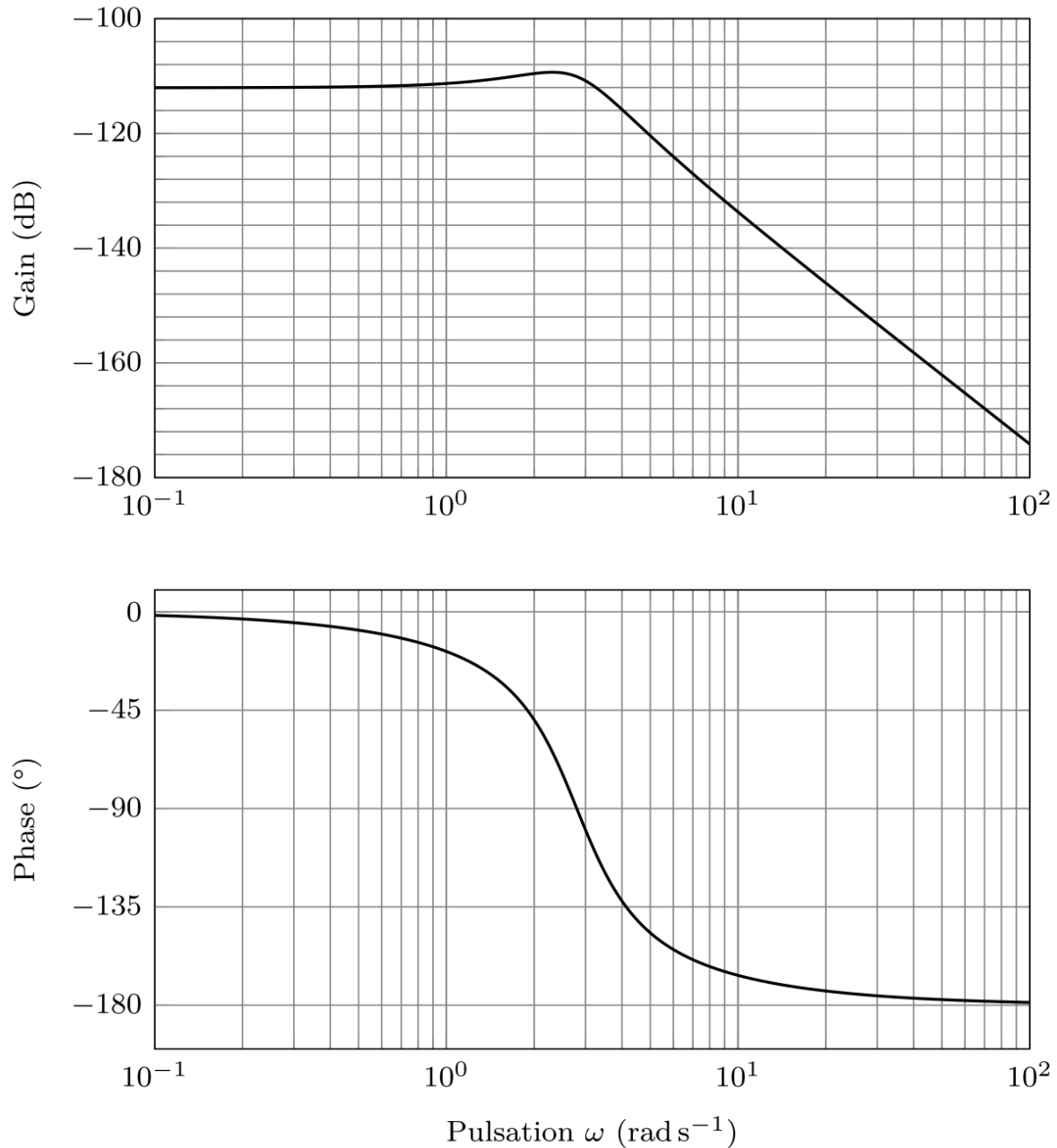


Figure 11 : Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_r(p)$
Le module $|H_r(j\omega)|$ est en $\text{rad} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Question 11. Donner la forme de l'expression de l'angle en régime établi $\alpha(t)$ en réponse à cette entrée sinusoïdale $C_{mer}(t)$. Compléter le tableau du document-réponse en précisant les valeurs numériques du rapport d'amplitudes α/C_{mer} (sous la forme 10^x) et du déphasage dans le cas d'un bateau avec stabilisation gyroscopique pour $\omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Conclure sur l'intérêt de ce système avec stabilisation gyroscopique.

La réponse temporelle du système est obtenue pour une entrée sinusoïdale de moment C_{mer} . Au bout de 40 s, le système de stabilisation est activé.

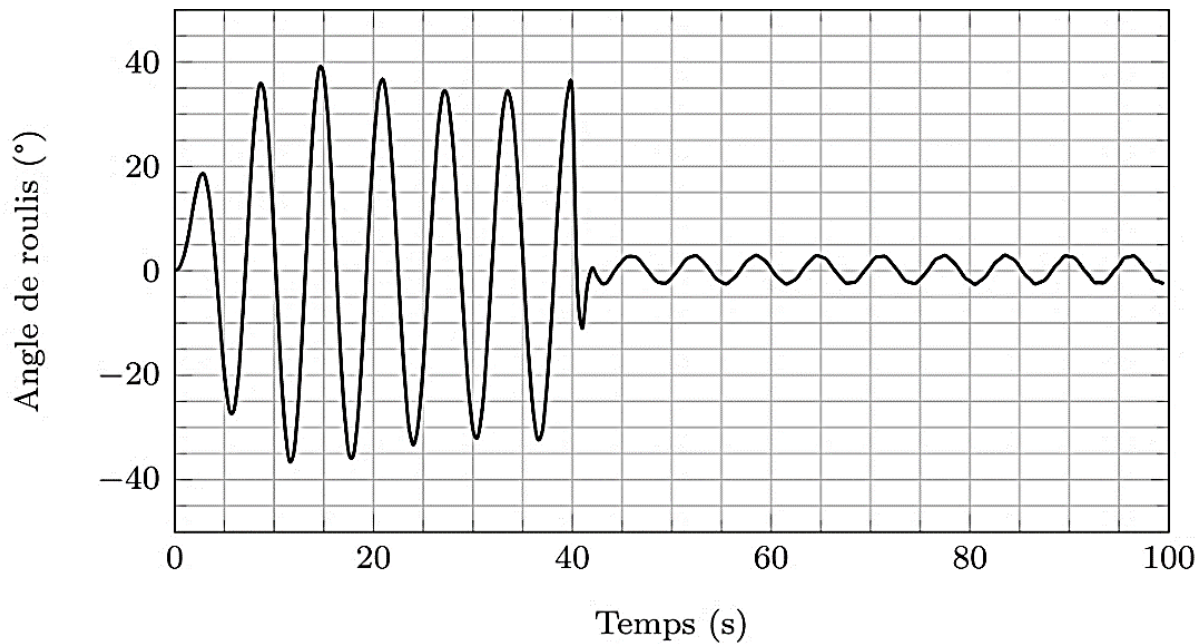
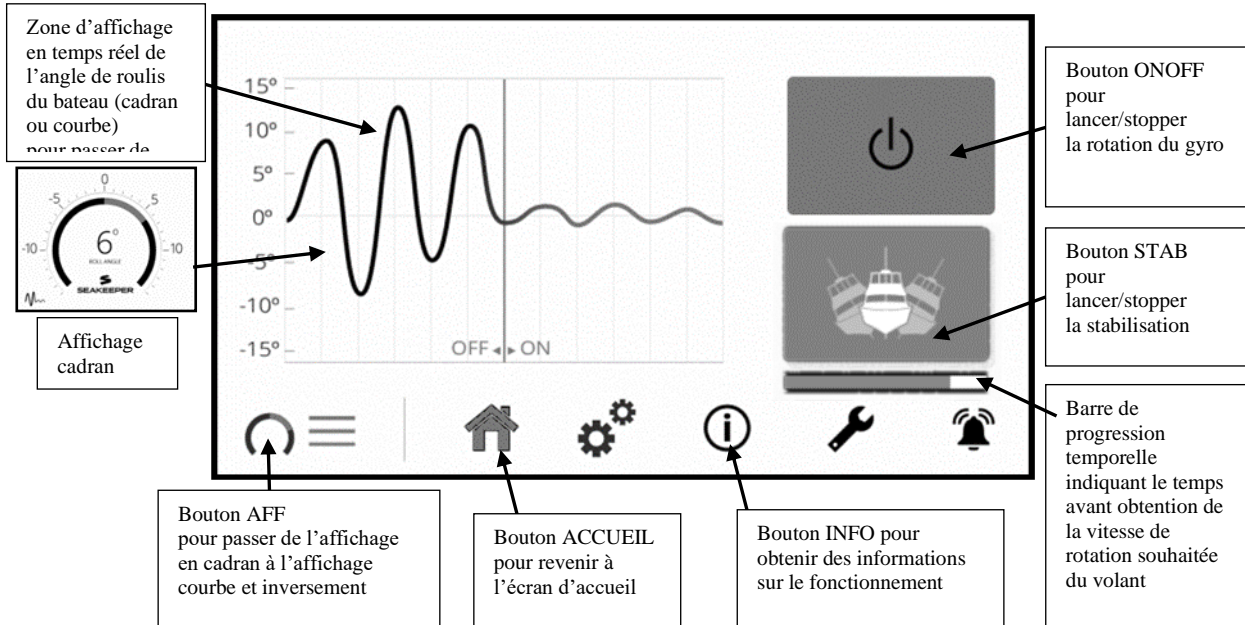


Figure 21 : Angle de roulis (en °) en fonction du temps (en s)

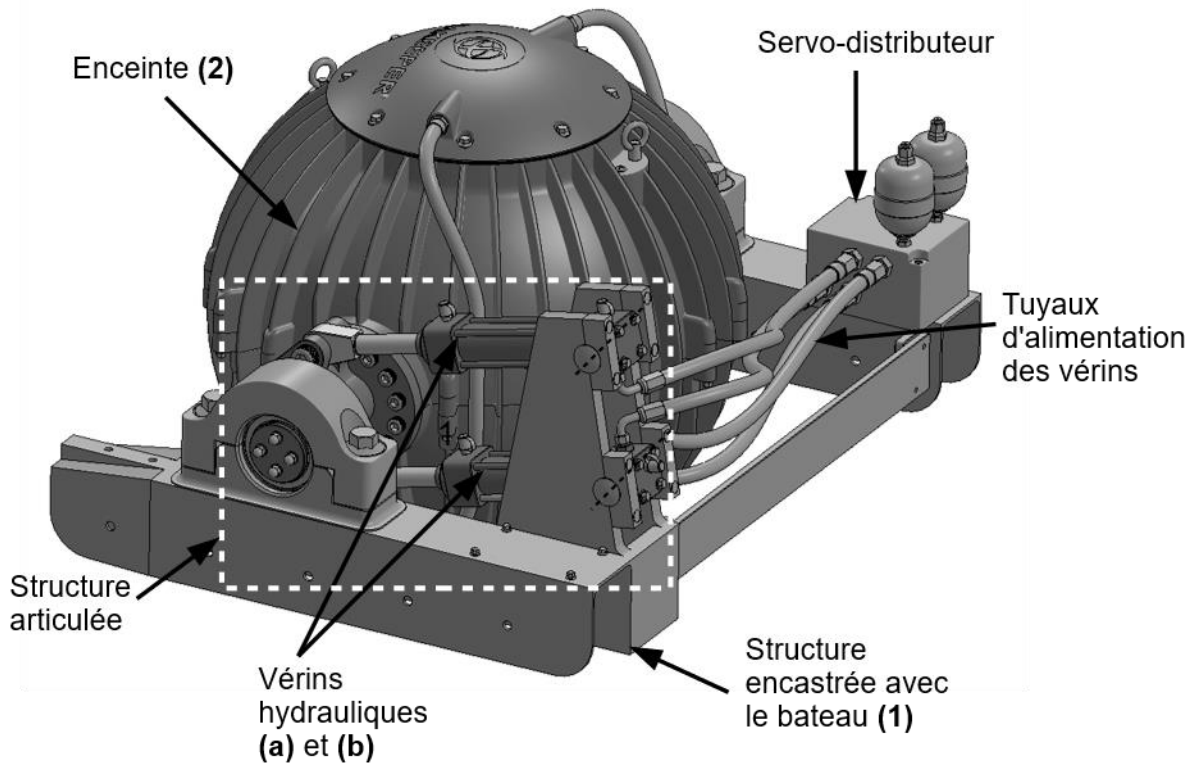
Question 12. Préciser la pulsation du moment C_{mer} notée ω_{mer} utilisée dans la simulation temporelle. Préciser l'atténuation apportée par le système de stabilisation (rapport de l'amplitude de l'angle de roulis avec stabilisation sur l'amplitude sans stabilisation) à partir de la réponse temporelle (cf. Figure 21).

Annexes

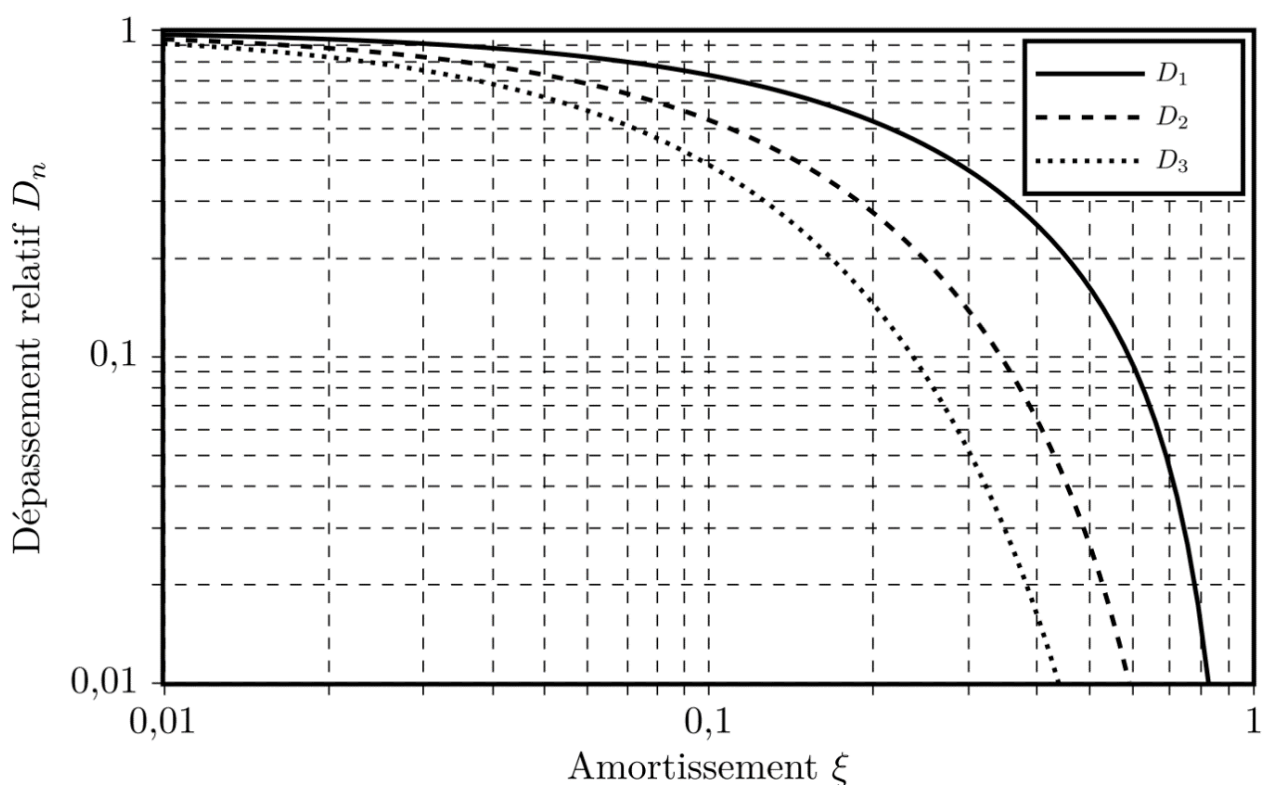
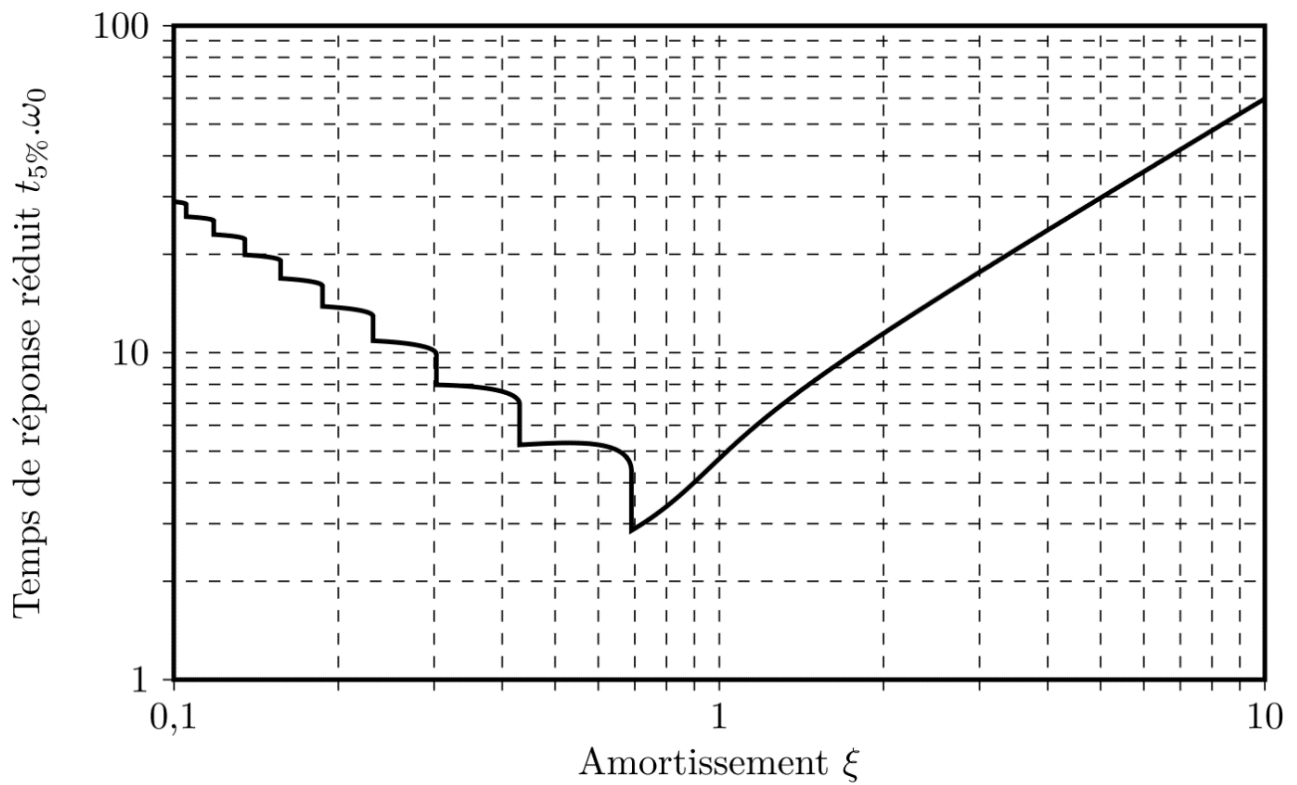
Annexe 1 : Ecran du pupitre de contrôle



Annexe 2 : Principaux constituants du régulateur hydraulique



Annexe 3 : Abaques d'identification d'un système du second ordre



Problème N°5: Analyse harmonique de la Ducati 620 Monster (inspiré de X ENS PSI 2007)

Extrait du cahier des charges de la Ducati Monster 620 en phase de roulage.

Exigence fonctionnelle	Critères	Niveaux
Ex1 : Permettre au conducteur de se déplacer sur la route	Stabilité	Autonome pour $V > 40 \text{ km.h}^{-1}$
	Vitesse	$0 - 130 \text{ km.h}^{-1}$
	Accélération	De 0 à 100 km.h^{-1} en 5 s.
	Distance de freinage	70 m à 100 km.h^{-1} .
	Autonomie avec un plein d'essence, sur autoroute.	200 km
	Dérapiage	Aucun
	Oscillation perçue	Fréquence $f < 5 \text{ Hz}$ à haute vitesse Temps d'oscillation $t < 3 \text{ s}$ à basse vitesse

Validation du critère d'oscillation perçue de l'exigence Ex1



Suspension avant, avec une fourche télescopique contenant un ressort et un amortisseur.

La moto, supposée se déplacer en ligne droite est soumise aux perturbations géométriques de la route, reprises par les suspensions avant et arrière. Sur la Ducati Monster 620 (voir photos), la suspension avant est constituée d'une fourche contenant un ressort et un amortisseur. La suspension arrière, quant à elle, est de type bras oscillant avec un ressort et un amortisseur.

L'étude menée est plane. Le modèle d'étude retenu pour cette partie est représenté ci-dessous. Un zoom sur la suspension arrière, avec son paramétrage, est également représenté.

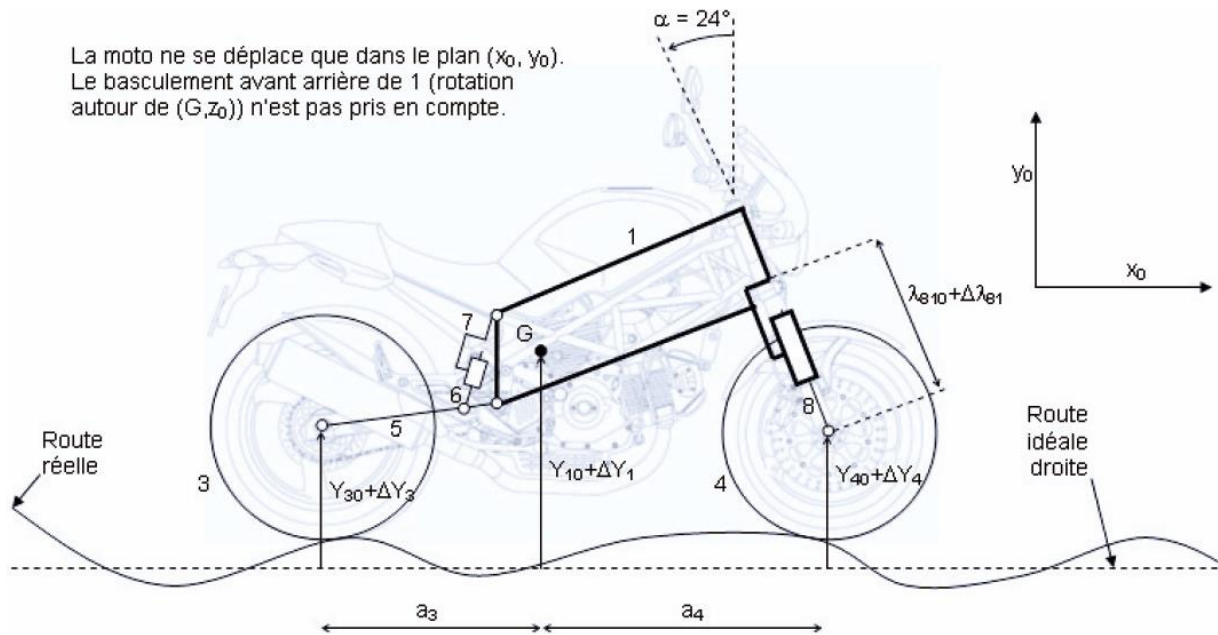
Un système ressort – amortisseur est placé entre les pièces 6 et 7 (raideur k_{67} , amortissement b_{67}) et entre les pièces 1 et 8 (raideur k_{18} , amortissement b_{18}).



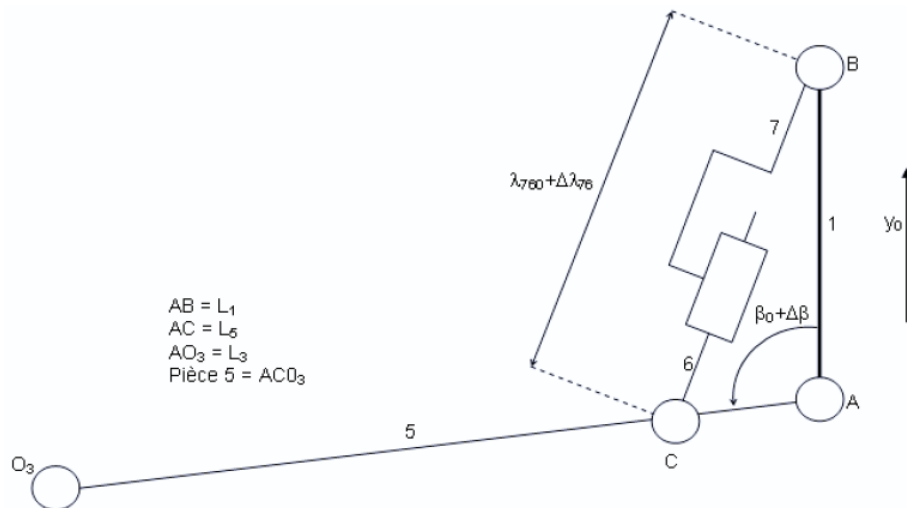
Suspension arrière de type bras oscillant, contenant un ressort et un amortisseur.

Amortisseur

Ressort



Chaque longueur variable X est notée $X_0 + \Delta X$, X_0 étant la longueur initiale lorsque la moto est sur une route idéalement droite, et ΔX la variation de longueur lorsque la moto passe sur une route réelle avec des défauts.

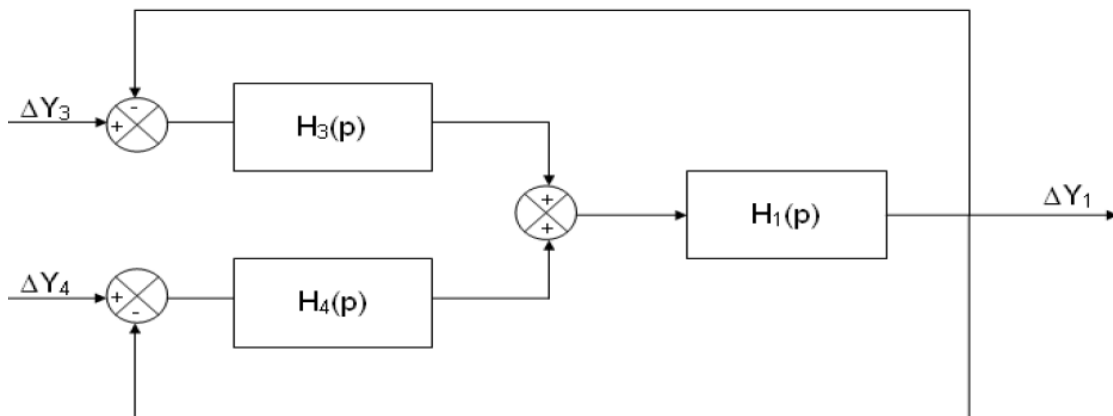


Une étude de dynamique permet de montrer que l'équation de mouvement de la moto est :

$$m_1 \frac{d^2 \Delta Y_1}{dt^2} = -\frac{k_{18}}{\cos^2 \alpha} (\Delta Y_1 - \Delta Y_4) - k_{67} \left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3} \right)^2 (\Delta Y_1 - \Delta Y_3) - \frac{b_{18}}{\cos^2 \alpha} \left(\frac{d \Delta Y_1}{dt} - \frac{d \Delta Y_4}{dt} \right) - b_{67} \left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3} \right)^2 \left(\frac{d \Delta Y_1}{dt} - \frac{d \Delta Y_3}{dt} \right)$$

ΔY_1 est la variation « d'altitude » du cadre de la moto par rapport au repère fixe (indice 0). ΔY_3 et ΔY_4 celles des roues arrière et avant.

Cette équation peut se mettre sous la forme du schéma bloc ci-dessous :



Q1 Déterminer l'expression des fonctions $H_1(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ (p est la variable de Laplace).

On suppose que les roues arrière et avant sont toujours en contact avec le sol (pas perte de contact) et que la moto se déplace à la vitesse constante V . De plus, le basculement avant/arrière de la moto n'est pas pris en compte. Dans ce cas, la roue arrière va simplement subir les mêmes oscillations du sol que la roue avant, mais avec un retard. On a donc la relation suivante :

$$\Delta Y_3(t) = \Delta Y_4(t - t_{\text{retard}})$$

Q2 Exprimer t_{retard} en fonction de a_3 , a_4 et V . Déterminer alors la relation entre $\Delta Y_3(p)$ et $\Delta Y_4(p)$.

Q3 Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Delta Y_1(p)}{\Delta Y_4(p)}$, sans chercher à remplacer les fonctions $H_i(p)$ par leurs expressions.

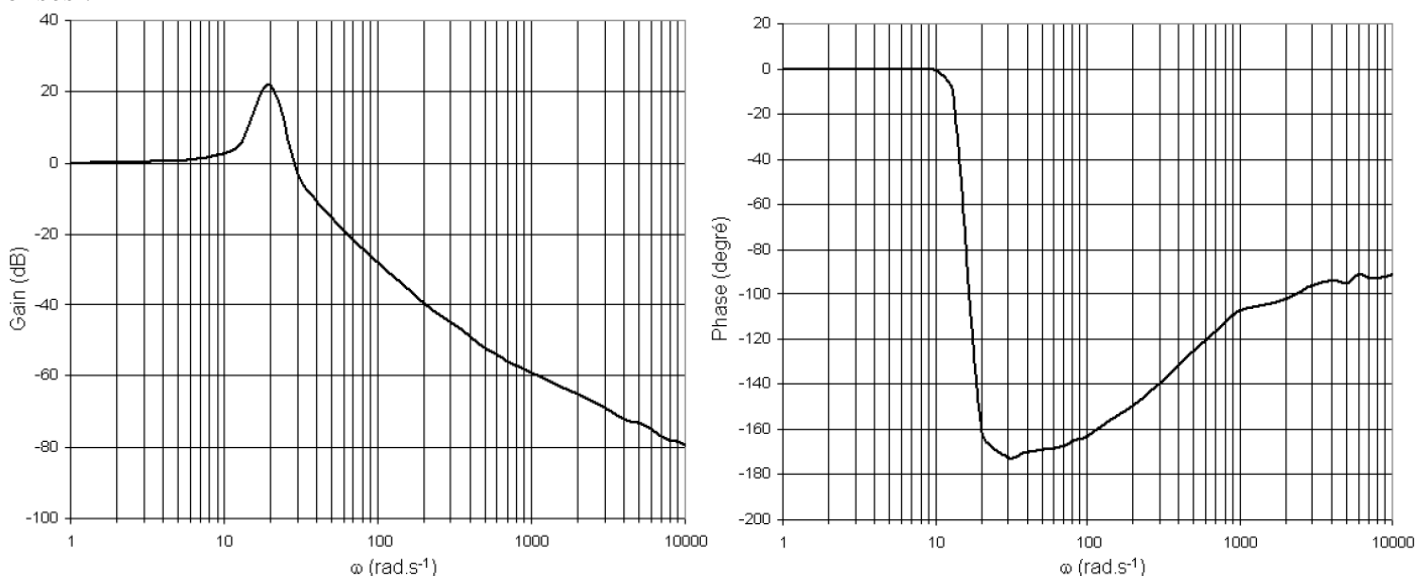
On suppose maintenant que la moto roule sur un profil de route sinusoïdal de pulsation ω en rad/s. Grâce à la relation précédente et à l'équation de mouvement on peut établir la fonction de transfert harmonique (fréquentielle) $\underline{H}(j\omega) = \frac{\Delta Y_1}{\Delta Y_4}$ pour laquelle l'entrée est la variation d'altitude de la roue avant et la sortie, la variation d'altitude de l'ensemble {cadre + pilote + direction}.

On admet que sur la Ducati Monster 620, $b_{67} \left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3} \right)^2 \ll \frac{b_{18}}{\cos^2 \alpha}$

Q4 Montrer qu'asymptotiquement sur les diagrammes de Bode de $H(p)$, lorsque les pulsations sont élevées, le gain décroît de 20 dB par décade, et la phase converge vers -90° .

La fonction $H(p)$ dépend de plusieurs paramètres, dont certains évoluent pendant une phase de roulage : masse, vitesse, raideurs des amortisseurs à progressivité variable, ... Il est donc impossible de l'étudier directement pour tous les cas possibles. La suite de ce problème ne s'intéresse qu'aux deux cas extrêmes $V=130 \text{ km.h}^{-1}$ (comportement sur autoroute) et $V \approx 0 \text{ km.h}^{-1}$ (comportement en quasi statique à l'équilibre).

Pour $V=130 \text{ km.h}^{-1}$, les diagrammes de Bode de $H(p)$ sont représentés ci-dessous ainsi que sur le document réponses :



Q5 Quel est le comportement de la moto pour des oscillations perçues de pulsations voisines de 20 rad/s ?

Q6 Par combien serait multipliée l'amplitude d'entrée d'un signal sinusoïdal de pulsation $\omega = \{2 \text{ rad/s}, 20 \text{ rad/s}, 200 \text{ rad/s}\}$ pour obtenir l'amplitude de signal de sortie ?

Q7 Déterminer la pulsation de coupure ω_{c0} à partir de laquelle une diminution des amplitudes des oscillations perçues apparaît. On parle de bande passante à 0dB.

On retient le modèle simplifié suivant pour caractériser $H(p)$: $H(p) = \frac{K.(1+Tp)}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec $m < 0,7$.

Q8 En examinant les diagrammes de Bode ci-dessus, justifier le modèle choisi et proposer des valeurs numériques pour les paramètres K , T et ω_0 .

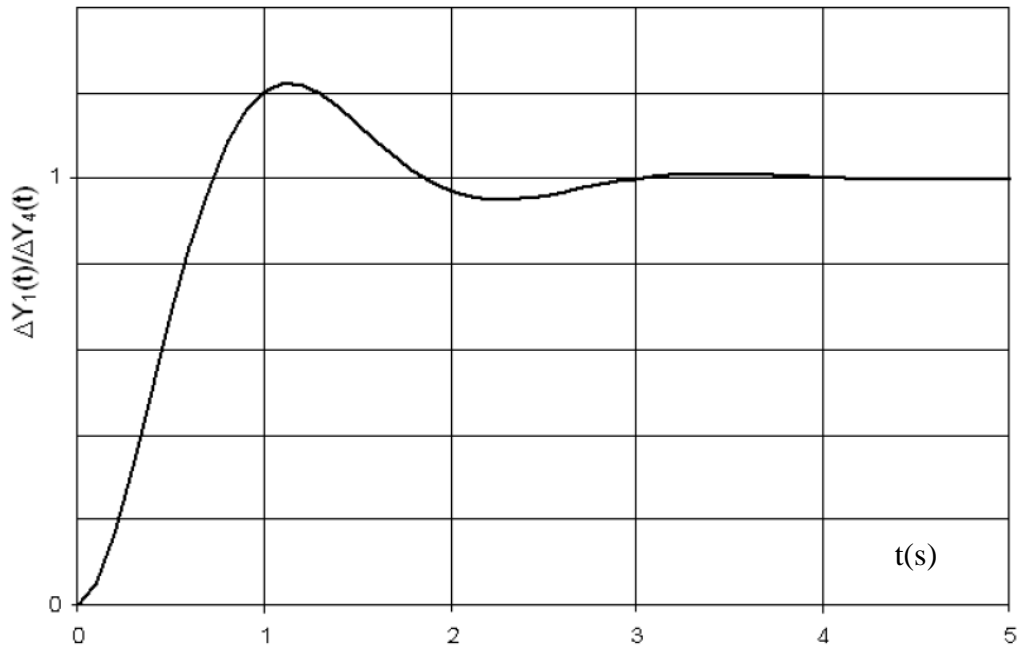
Q9 Tracer, en superposition des diagrammes de Bode réels du document réponses, les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction identifiée dans la question précédente.

Q10 Déterminer l'expression analytique de la réponse impulsionnelle (réponse à un Dirac) de la Ducati Monster 620, en fonction de K , T , m et ω_0 .

On donne : $L(e^{-at} \sin(\omega t)) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$ et $L(e^{-at} \cos(\omega t)) = \frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$

Q11 À partir des valeurs numériques proposées auparavant, conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère de la fréquence d'oscillation perçue de l'exigence Ex1.

Pour $V \simeq 0 \text{ km.h}^{-1}$, la réponse à un échelon est représentée ci-contre :



À l'aide des abaques du temps de réponse réduit et des différents dépassements,

Q12 Proposer un modèle pour la fonction $H(p)$, et identifier les valeurs numériques de ses paramètres.

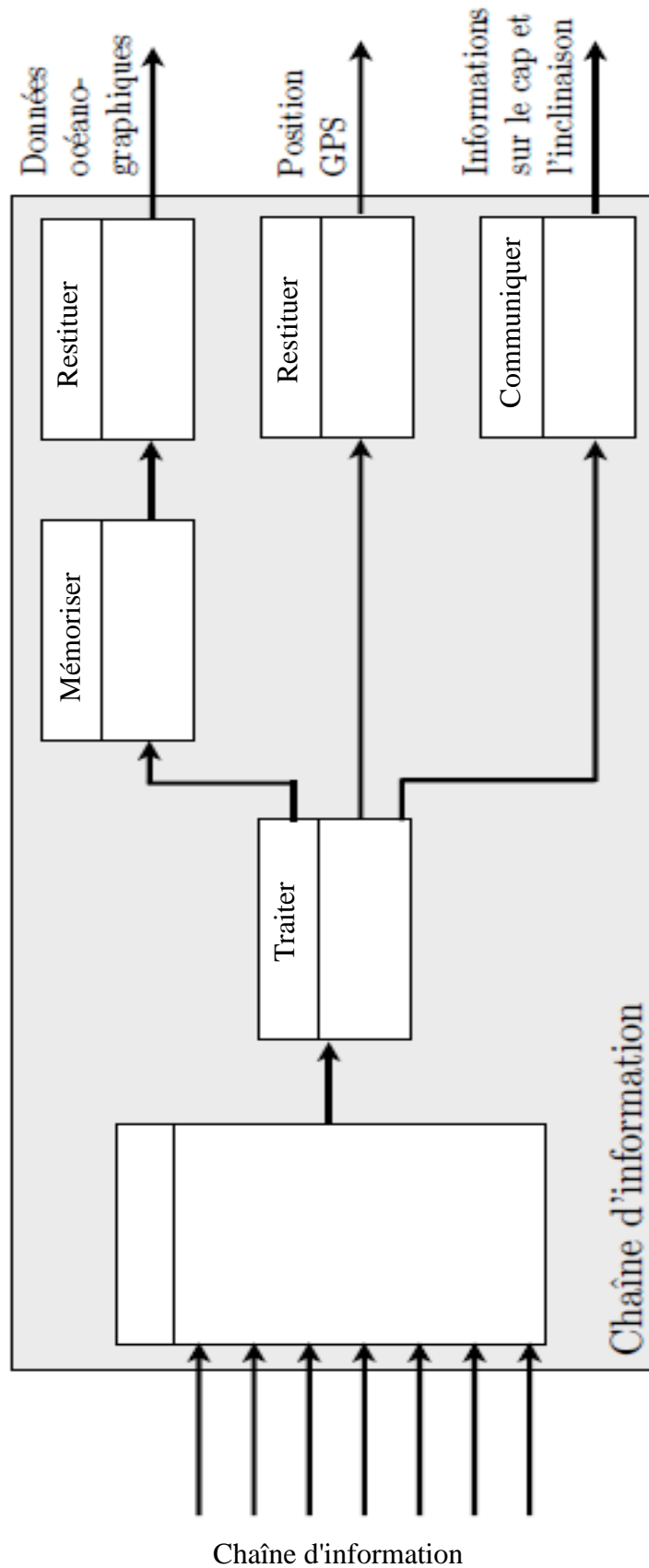
Si besoin, on rappelle la valeur du 1^{er} dépassement relatif d'un 2nd ordre : $d_1 = e^{\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}}$ et de la pseudopériode : $T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}}$

Q13 Déterminer le temps au bout duquel la moto s'arrêtera d'osciller (ce temps sera confondu avec le temps de réponse à 5% d'une fonction), et conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère du temps d'oscillation perçue de l'exigence Ex1.

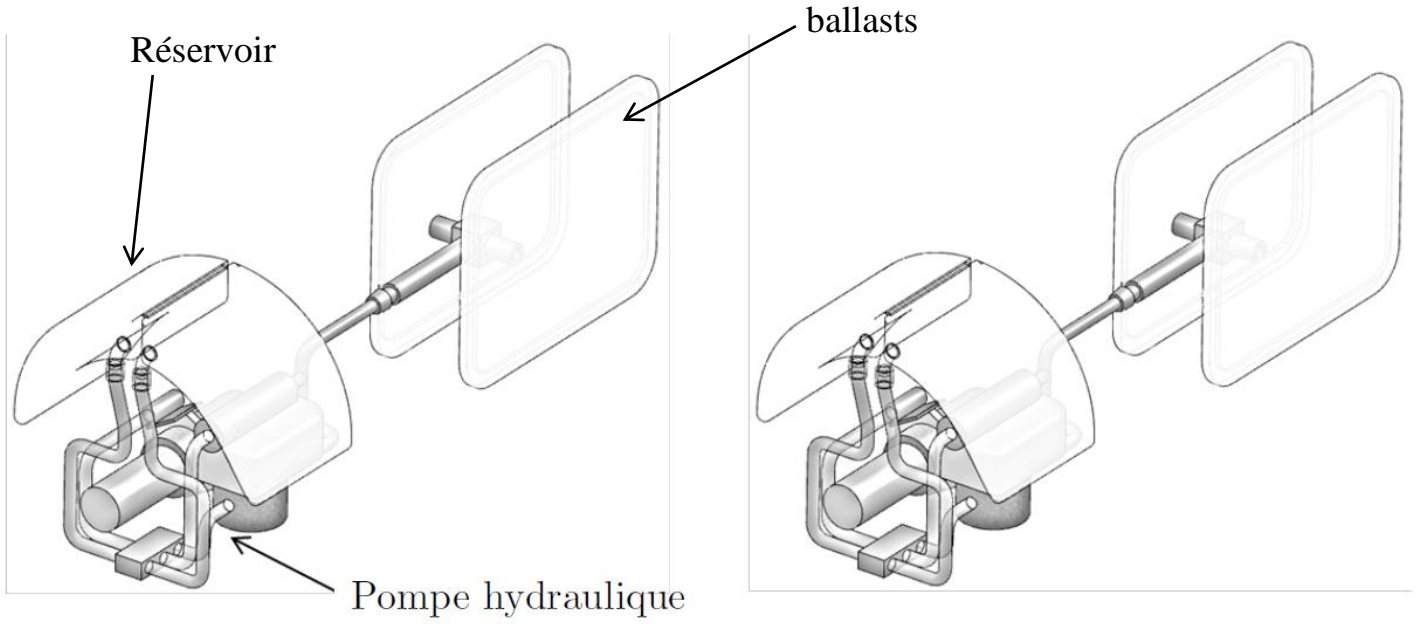
DOCUMENTS REPONSE

Problème 1

Q1 :



Q3

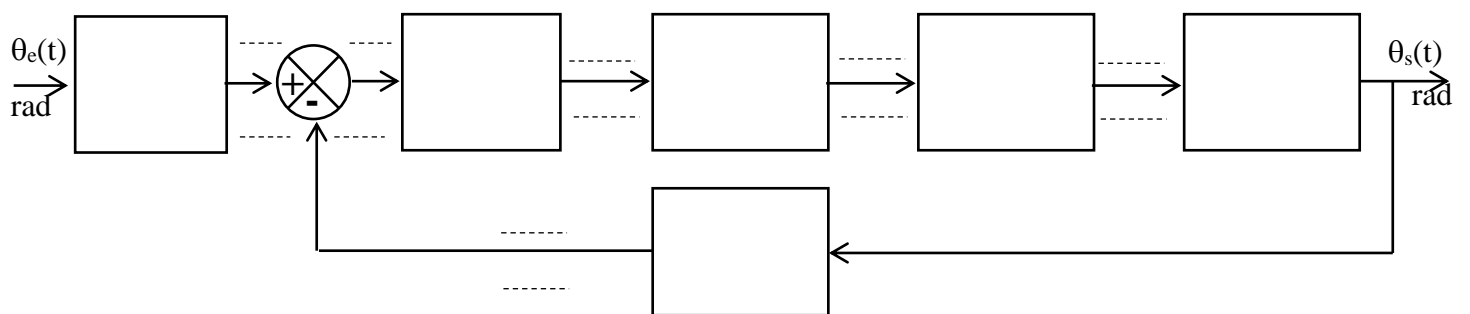


Phase de descente (plongée)

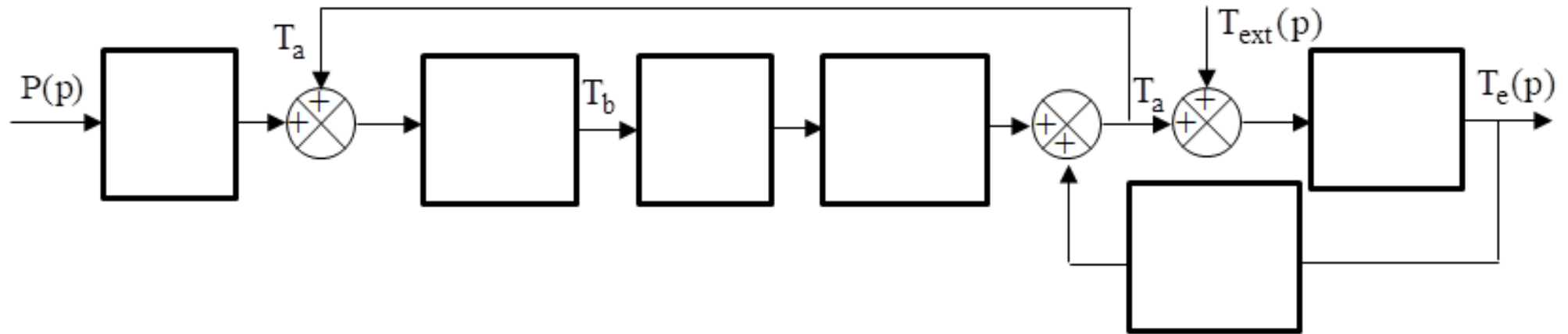
Phase de remontée (surface)

Identification des éléments remplis d'huile lors des différentes phases

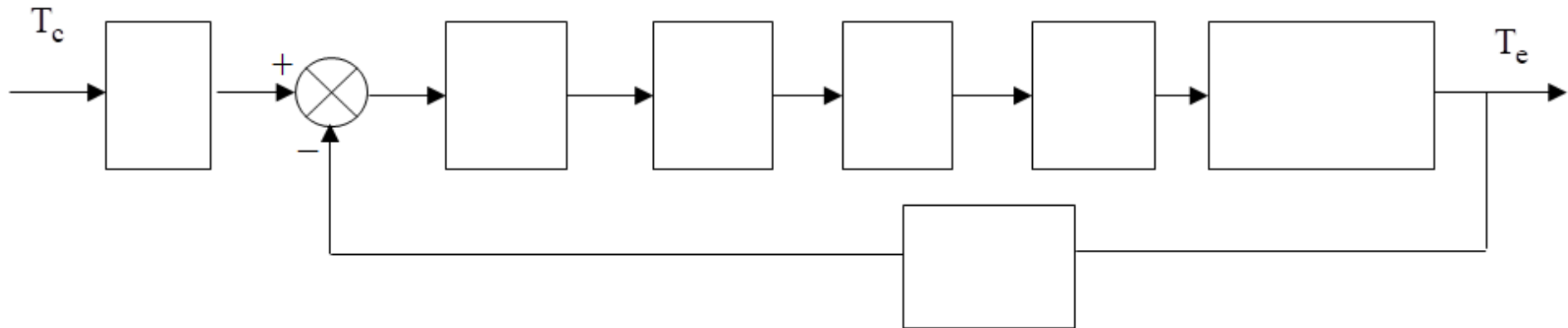
Q7



Problème 2
Q8 :



Q13 :



Q18 :

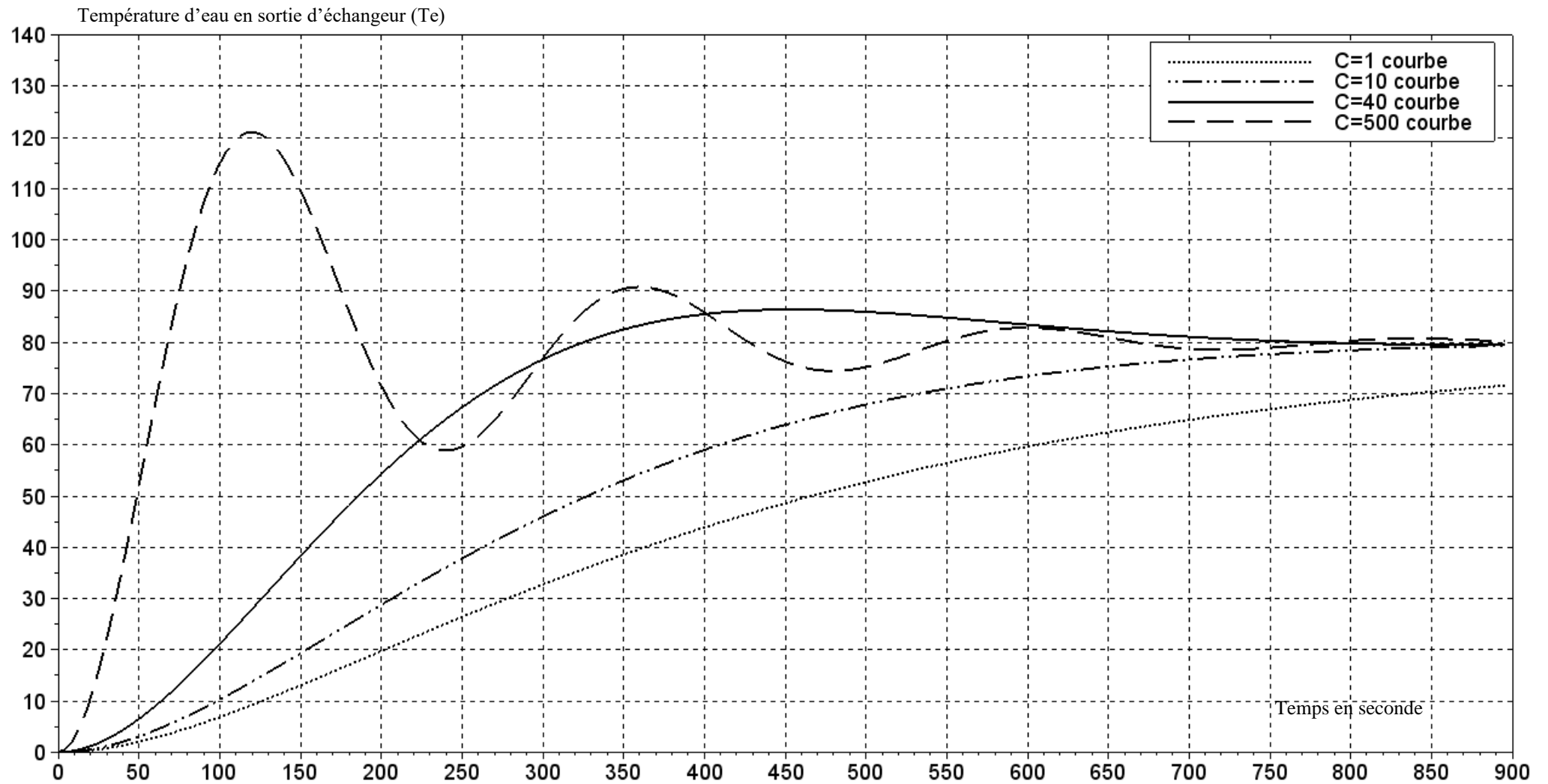


Figure 15

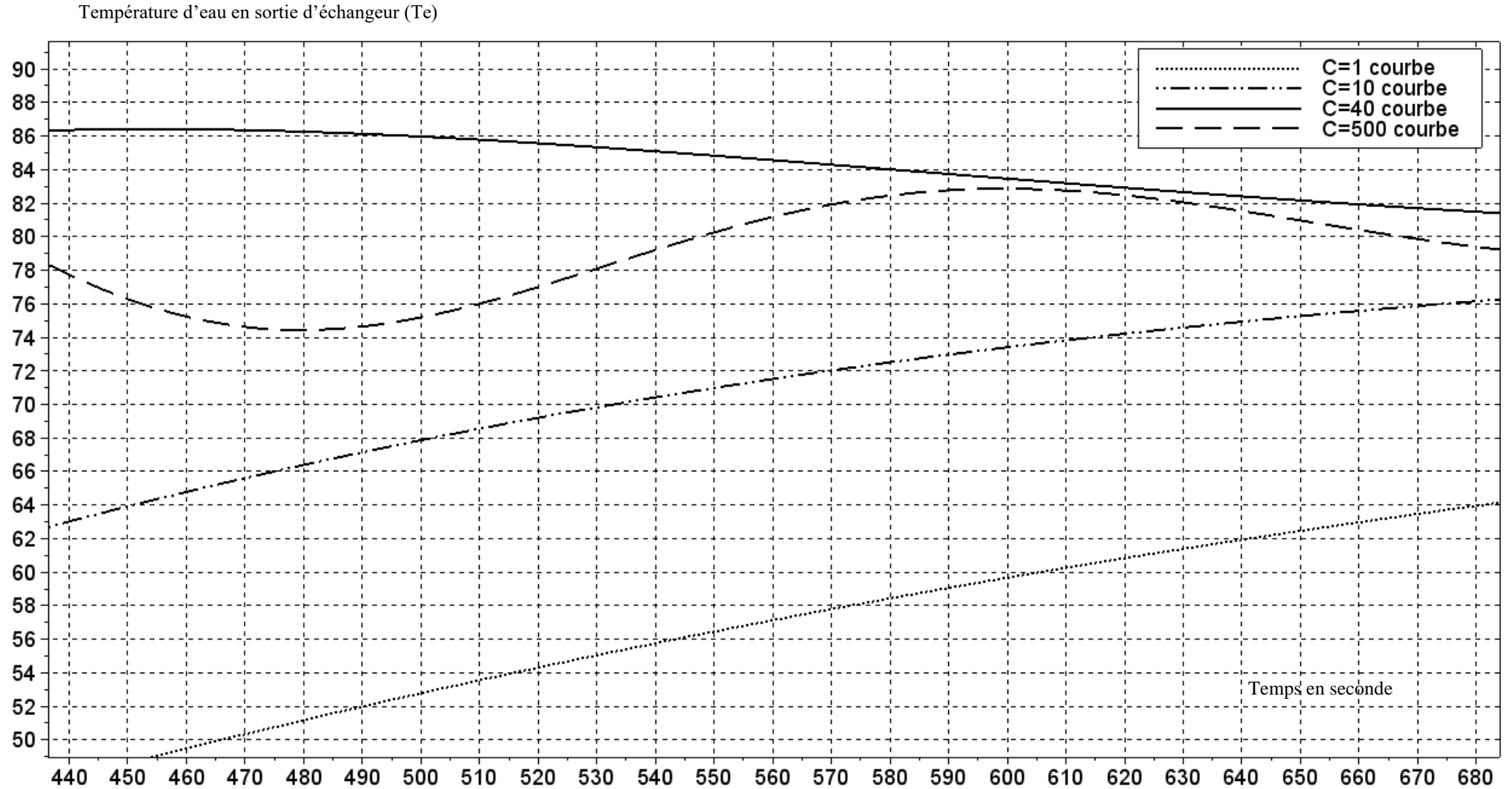
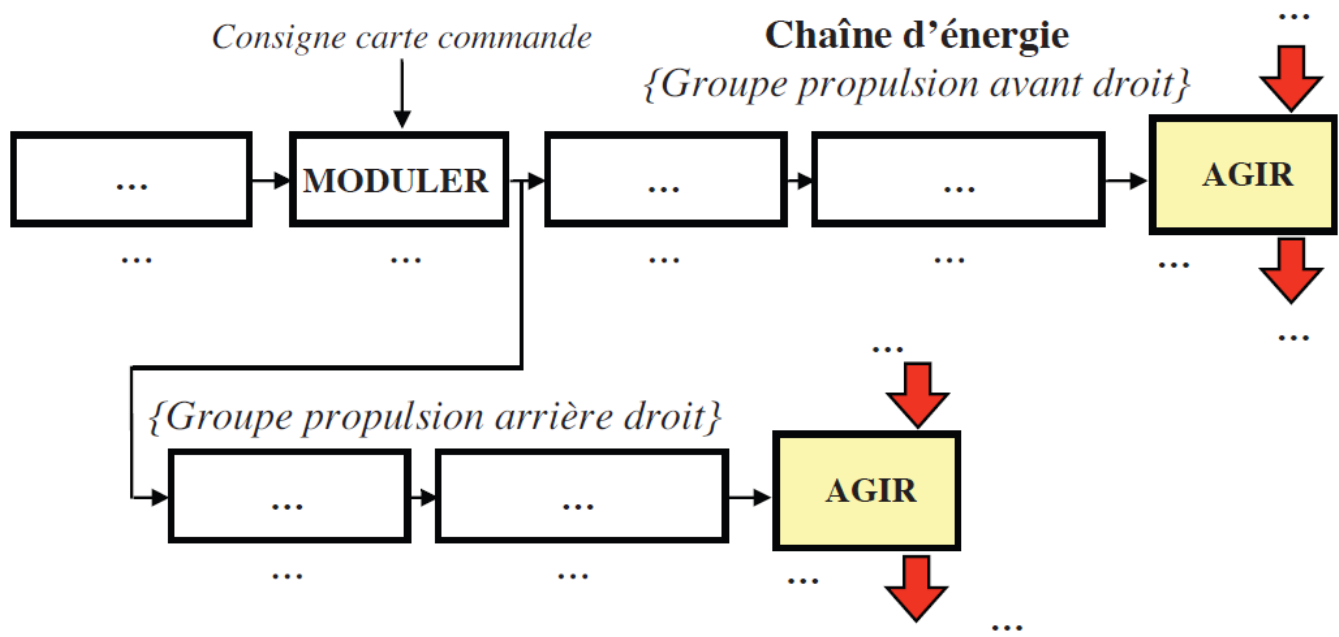


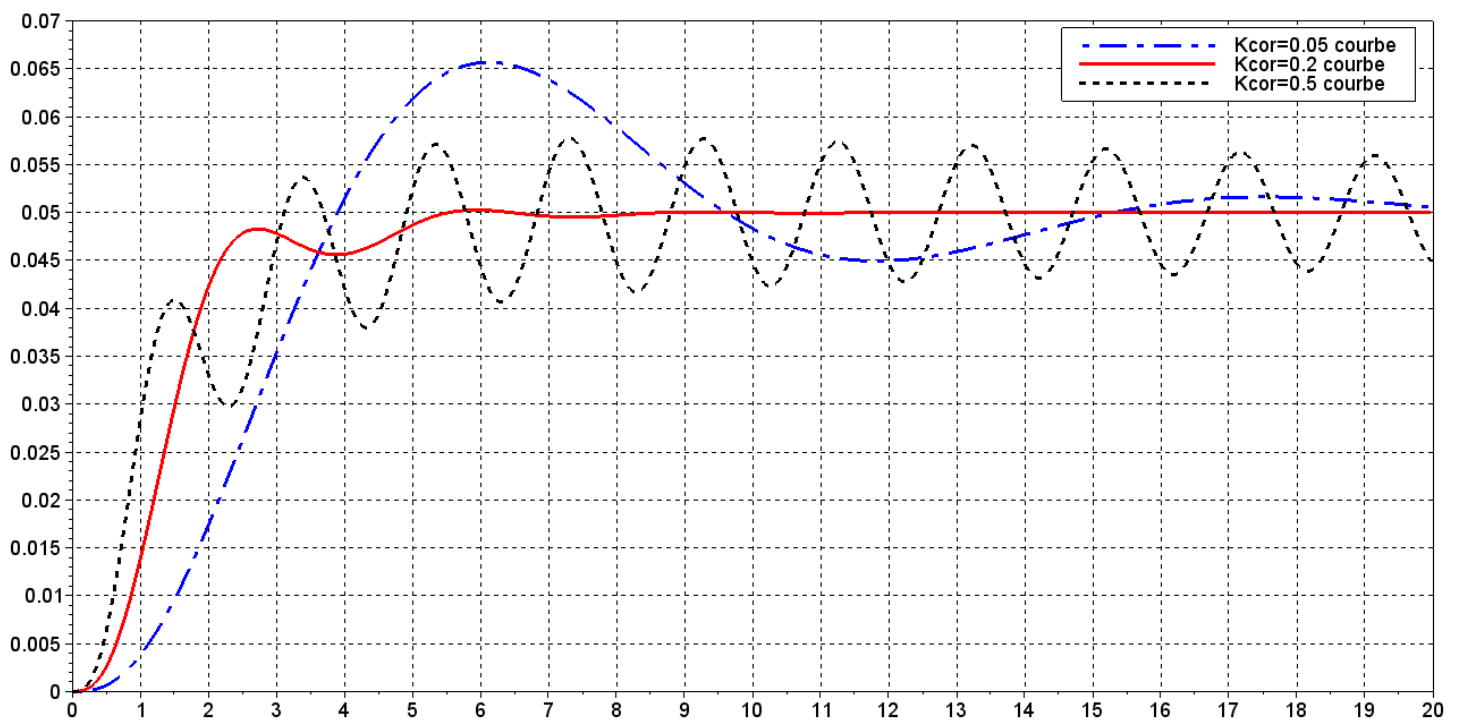
Figure 16

Problème 3

Q1 :

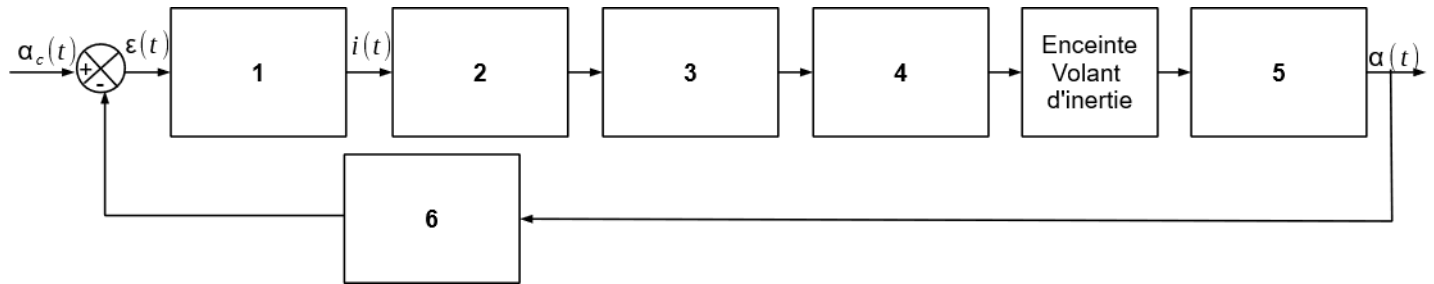


Q10 :



Problème 4

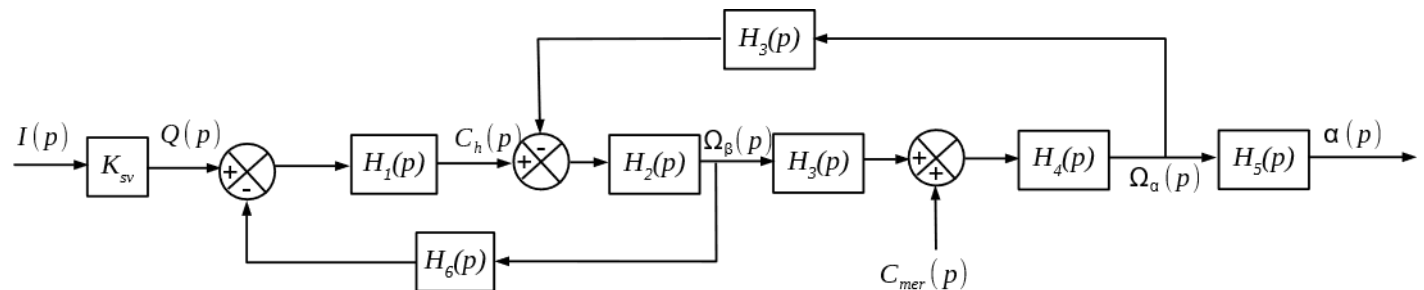
Q1 : Schéma-blocs fonctionnel



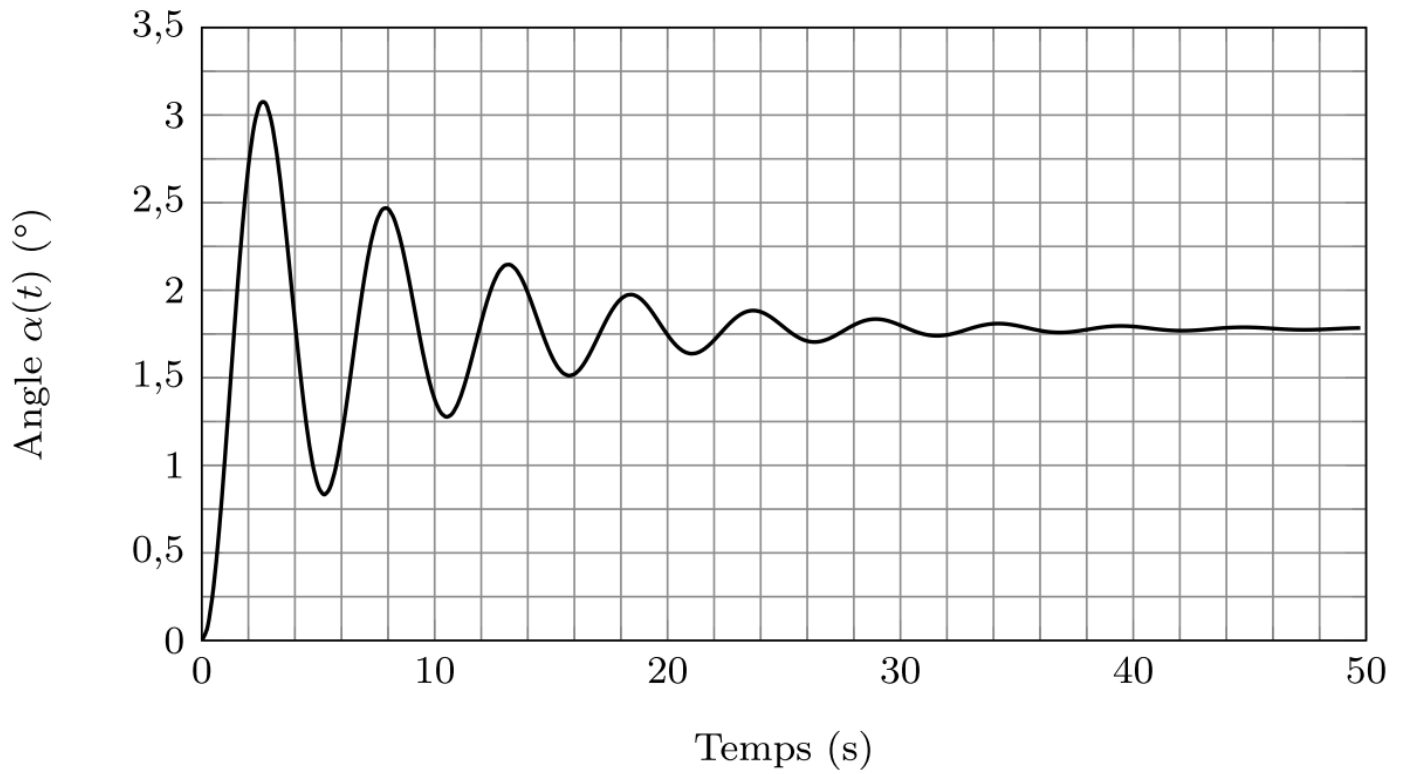
Repères	Constituants du schéma-blocs
1	
2	
3	

Repères	Constituants du schéma-blocs
4	
5	
6	

Q5 : Schéma-blocs



$H_1(p) =$	$H_4(p) =$
$H_2(p) =$	$H_5(p) =$
$H_3(p) = -C_3 \omega_m$	$H_6(p) =$

Q7 : Identification**Q11 : Influence d'une perturbation**

Pulsation	Rapport d'amplitude		Déphasage	
	Sans stabilisation	Avec stabilisation	Sans stabilisation	Avec stabilisation
1 rad/s	$10^{-\frac{90}{20}}$		-20°	
10 rad/s	$10^{-\frac{135}{20}}$		-180°	

Problème 5

Q9 :

