Exercice : Etude de l'asservissement de la centrifugeuse de poursuite

I- Fonction de transfert du moteur

Les équations différentielles caractérisant le comportement du moteur de la centrifugeuse de poursuite sont :

$$u(t)=R.i(t)+e(t) \qquad e(t)=K_e.\omega_m(t)$$

$$C_m(t)=J.\frac{d}{dt}\omega_m \qquad C_m(t)=K_t.i(t)$$

Tous les frottements mécaniques sont négligés.
Toutes les conditions initiales sont nulles.

Notations :

. ω_m vitesse de rotation du moteur
. J moment d'inertie total de l'équipage mobile par rapport à l'axe moteur ($J=85Kg.mm^2$)
. R résistance de l'induit du moteur (l'inductance L de l'induit est négligée)
. K_e et K_t les constantes du moteur (constante de FEM : $K_e=1{,}12V/1000tr/\min$)
. C_m couple exercé par le moteur
. e force contre-électromotrice du moteur

On appelle $\frac{R}{K_e.K_t}$ le facteur de régulation du moteur : il vaut $15000(Nms)^{-1}$

Q1- *On notera p la variable de Laplace. Montrer que le moteur est modélisable par une fonction de transfert* $\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ *du premier ordre de gain* $\frac{1}{K_e}$ *et de constante de temps* $T=\frac{R.J}{K_e.K_t}$.
Faire l'application numérique dans le système d'unité SI.

II- Asservissement en vitesse de la centrifugeuse

L'asservissement en vitesse est réalisé par :

. un amplificateur de signal d'écart entre la vitesse de consigne de la centrifugeuse ω_c et la vitesse mesurée ω. Cet amplificateur de gain K_1 fournit la tension U de commande du moteur.
. le moteur modélisé à la question précédente.
. un réducteur de rapport de réduction $r=\frac{\omega}{\omega_m}=\frac{1}{20}$.
. un capteur de vitesse. Pour simplifier le schéma-bloc, on choisit de modéliser le capteur de vitesse angulaire par un gain unitaire. On comparera ainsi directement la vitesse mesurée à la vitesse de consigne.

Q2- *Tracer le schéma bloc de l'asservissement de vitesse entre* ω_c *et* ω.

Q3- *Montrer que la fonction de transfert* $\frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ *est du premier ordre.*
Donner ses paramètres caractéristiques en fonction de K_1.

Q4- *L'étape correspondant à l'asservissement en vitesse de la centrifugeuse ne doit pas excéder 1,5s. Cette étape correspond à un échelon de vitesse* ω_c *; on considère que la vitesse est effectivement atteinte lorsque la vitesse mesurée vaut 95% de la vitesse de consigne. Calculer le gain minimal de l'amplificateur* K_1 *et préciser son unité.*

III- Asservissement en position de la centrifugeuse

L'asservissement en position est réalisé par :

. un amplificateur du signal d'écart entre la position de consigne de la centrifugeuse θ_c et la position mesurée θ. Ce correcteur de gain K_2 fournit la vitesse de consigne ω_c à la boucle de vitesse.

. l'asservissement de vitesse modélisé à la question précédente. Indépendamment des résultats obtenus, on prendra $\dfrac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}=\dfrac{0,6}{1+0,5.p}$.

. un capteur de position. Comme précédemment, pour simplifier la schématisation, on choisit de modéliser le capteur de position par un gain unitaire. On comparera ainsi directement la position mesurée à la position de consigne.

Q5- *Tracer le schéma bloc de l'asservissement de position entre* θ_c *et* θ.

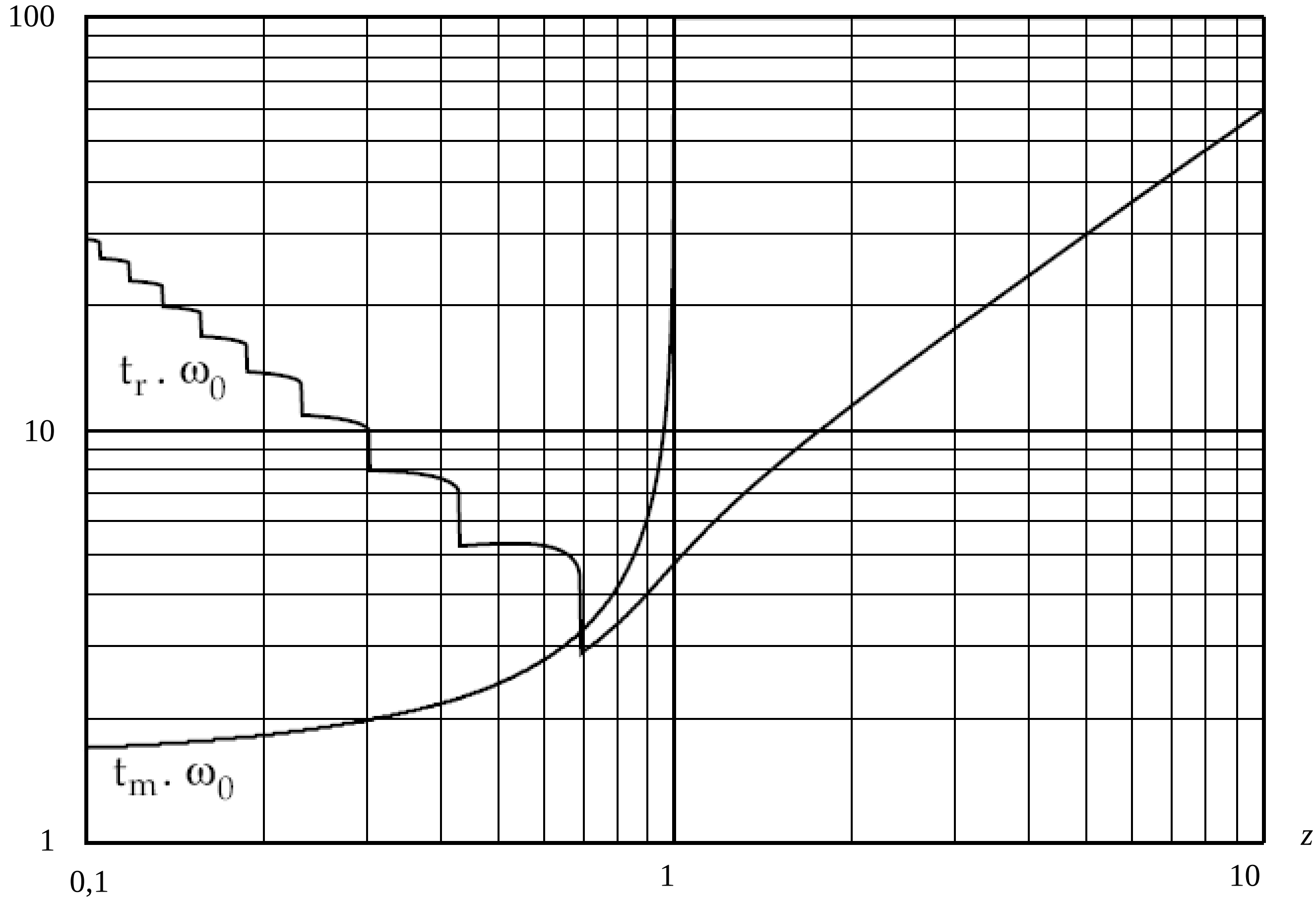
Q6- *Déterminer la fonction de transfert* $\dfrac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}$ *, la mettre sous la forme canonique et donner ses paramètres caractéristiques.*

Nota : Θ *est la majuscule de* θ.

Q7- *Déterminer le gain* K_2 *pour que le coefficient d'amortissement soit égal à 0,7.*

La courbe de la figure 7-3 donne la valeur de $t_{r5\%}.\omega_0$ en fonction de z pour un système du second ordre.

Q8- *Déterminer la durée de l'étape asservissement en position correspondant à un échelon de position de 10°.*



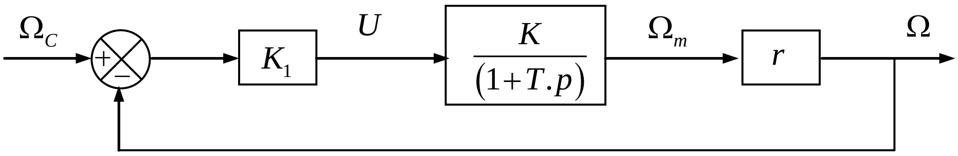
Corrigé

Q1- $U = R.I + E \qquad E = K_e.\Omega_m \qquad C_m = J.p.\Omega_m \quad C_m = K_t.I$ *donc*

$$U = R.\frac{J.p.\Omega_m}{K_t} + K_e.\Omega_m \text{ et } \frac{\Omega_m}{U} = \frac{\frac{1}{K_e}}{\left(1+\frac{J.R}{K_t.K_e}.p\right)} = \frac{K}{(1+T.p)}$$

avec $K = \frac{1}{K_e} = 93,5\,U.S.I.$ *et* $T = \frac{R.J}{K_e.K_t} = 1,275\,U.S.I.$

Q2-

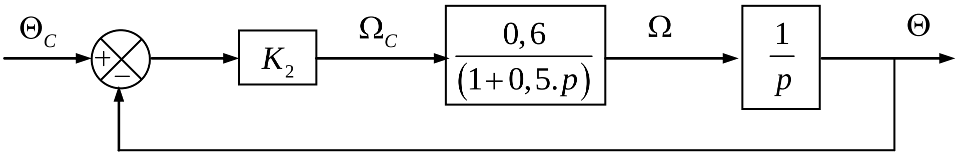


Q3- $\frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K.K_1.r}{K.K_1.r+1+T.p} = \frac{\frac{K.K_1.r}{K.K_1.r+1}}{1+\frac{T}{K.K_1.r+1}.p}$. *La fonction de transfert est bien du premier ordre avec un gain* $\frac{K.K_1.r}{K.K_1.r+1}$ *et une constante de temps* $\frac{T}{K.K_1.r+1}$.

Q4- *Pour un système du premier ordre et un échelon, le temps de réponse est atteint pour* $t = 3.\tau$ *donc pour* $t = 3.\frac{T}{K.K_1.r+1}$

On cherche donc K_1 *pour que* $3.\frac{T}{K.K_1.r+1} \leq 1,5$. *i.e.* $K_1 \geq \frac{2.T-1}{K.r} = 0,33\frac{V.s}{rad}$

Q5-



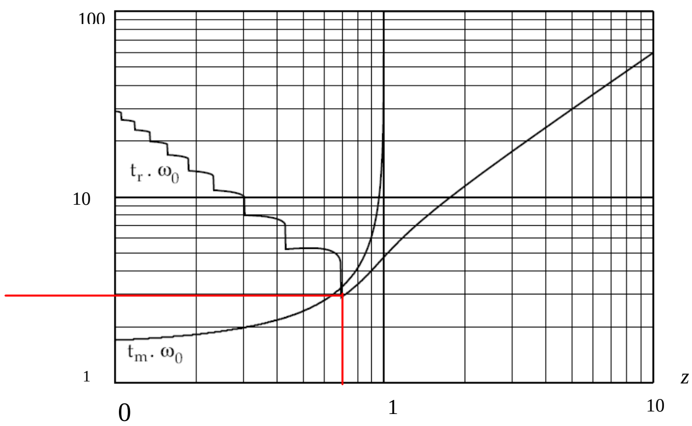
Q6- $\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{0,6.K_2}{0,6.K_2 + p.(1+0,5.p)} = \frac{1}{1+\frac{1}{0,6.K_2}.p+\frac{0,5}{0,6.K_2}.p^2}$

En identifiant avec $\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{1}{1+\frac{2.z}{\omega_0}.p+\frac{1}{\omega_0^{\,2}}.p^2}$ *on a un gain unitaire,* $\omega_0 = \sqrt{1,2.K_2}$ *et*

$$z = \frac{\sqrt{1,2}}{2.0,6.\sqrt{K_2}} = 0,91.\frac{1}{\sqrt{K_2}}$$

Q7- $z = 0,91.\frac{1}{\sqrt{K_2}} = 0,7$ d'où

$$K_2 = \left(\frac{0,91}{0,7}\right)^2 = 1,7s^{-1}$$



Q8- *On peut lire sur la courbe que pour* $z = 0,7$, $t_{r5\%}.\omega_0 \approx 3$. *Donc* $t_{r5\%} \approx \frac{3}{\sqrt{1,2.K_2}} = \frac{3}{\sqrt{1,2.1,7}} = 2,1s$