

Exercice :

1. Mise en situation

Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude (voir figures 1 et 3). Les flacons, qui sortent du four de cuisson, sont disposés les uns derrière les autres sur un tapis roulant qui les achemine jusqu'au poste de mise en cartons.

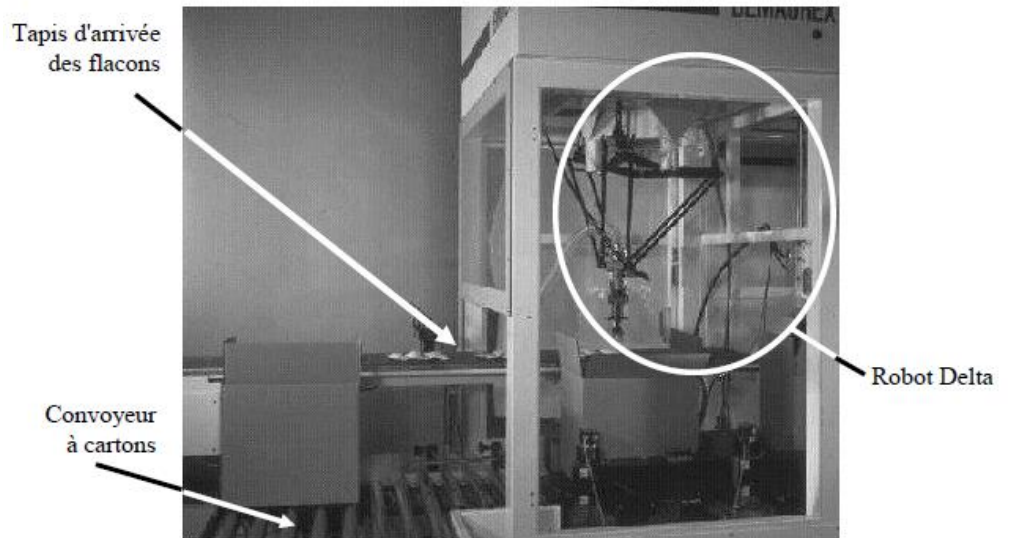


Figure 1 : vue d'ensemble du poste de mise en carton

Une caméra, associée à un logiciel de reconnaissance de formes, s'assure de la conformité géométrique des flacons. Les flacons non conformes (présentant un défaut géométrique, renversé, cassé...) sont évacués vers l'extérieur sur le même tapis. Chaque flacon conforme est saisi par un des deux robots Delta et est placé dans une alvéole du carton. Les deux robots Delta travaillent en parallèle sous la conduite d'une même partie commande : ils saisissent les flacons sur le tapis roulant commun qui achemine les flacons et remplissent chacun un carton différent. Chaque carton plein contient 48 flacons.

Les images issues de la caméra permettent aussi à la partie commande de donner un ordre d'orientation du flacon au robot qui l'a saisi de façon à ce que le flacon rentre aisément dans l'alvéole correspondante de forme parallélépipédique (voir figure 2).

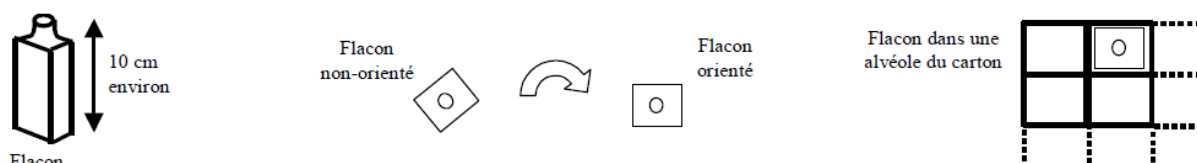


Figure 2 : Flacon et orientation du flacon

Les cartons vides sont acheminés sur la zone de chargement (zone ZC1 ou ZC2 voir figure 3) par l'intermédiaire d'un convoyeur à rouleaux et de vérins pousseurs. Les cartons remplis sont évacués vers l'extérieur par ce même convoyeur. Les autres opérations réalisées dans l'unité de conditionnement sont la fermeture, le marquage et la palettisation des cartons : elles ne seront pas étudiées ici.

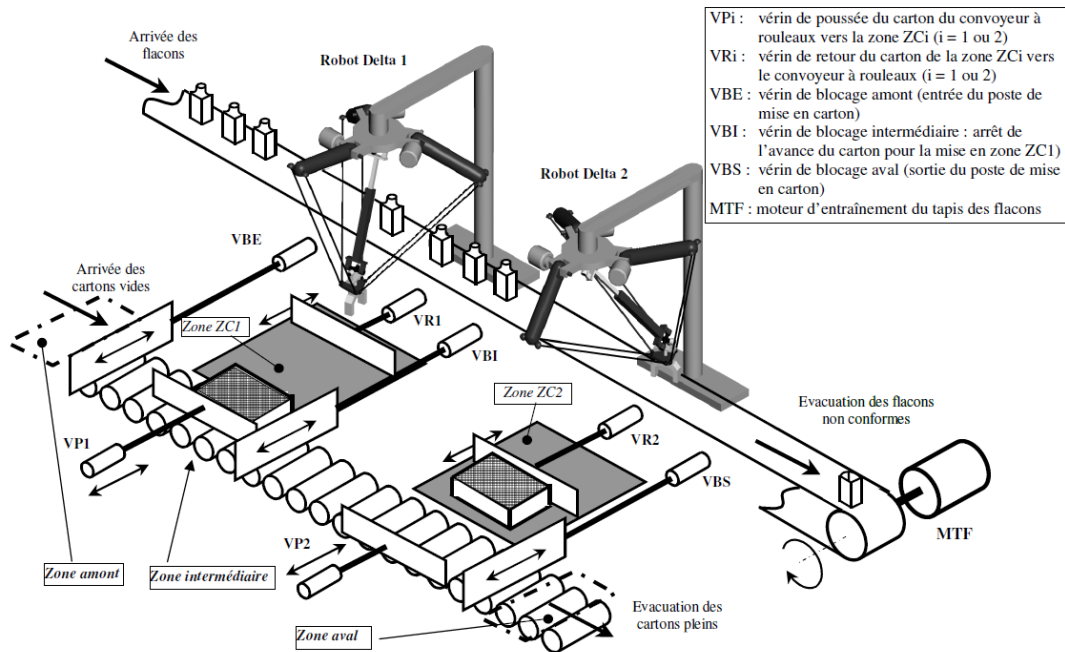


Figure 3 : Description du poste de mise en carton

2. Architecture et fonctionnement des robots

Les deux robots utilisés sont de type Delta à architecture parallèle (figure 4). Ces robots sont à quatre axes (en robotique, un axe est une liaison motorisée asservie) :

- trois moteurs électriques à courant continu assurent le déplacement de la plate-forme mobile en agissant sur les trois bras 1, 2 et 3 (c'est la structure Delta tri motorisée)
- un moteur électrique assure l'orientation de la pince, via un axe cinématique d'orientation.

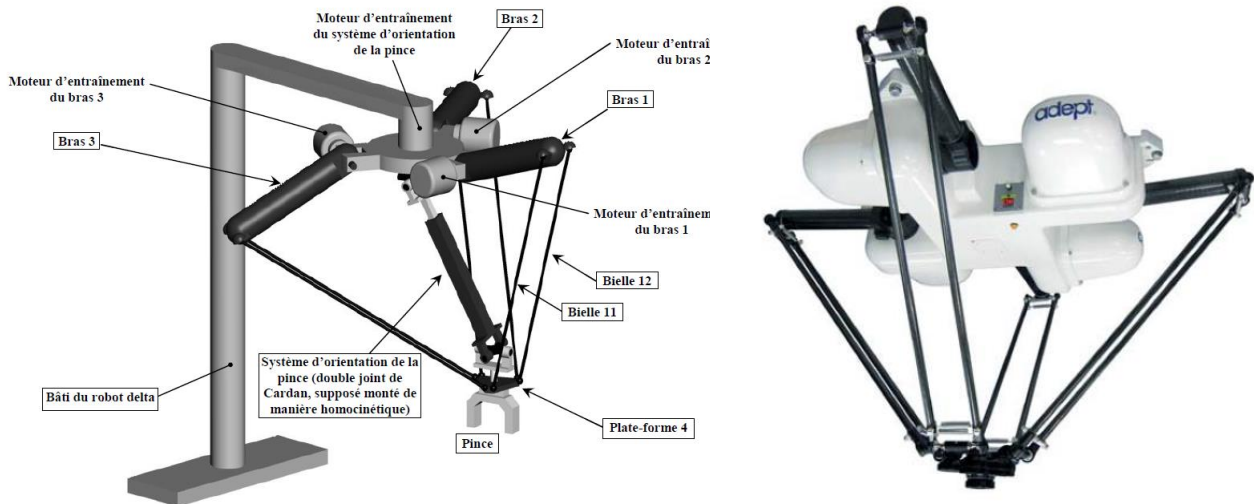


Figure 4 : Robot à structure parallèle de type « delta »

La fermeture et l'ouverture de la pince sont assurées par un vérin pneumatique.

L'orientation de la pince doit être précise pour permettre un bon placement des flacons dans les cartons. Pour cela, un asservissement est réalisé sur chaque bras.

3. Validation de l'asservissement d'un bras de robot

Les exigences de l'asservissement de chaque axe d'un robot sont définies sur la réponse indicielle (à un échelon) du système selon le diagramme des exigences (langage SysML) suivant.

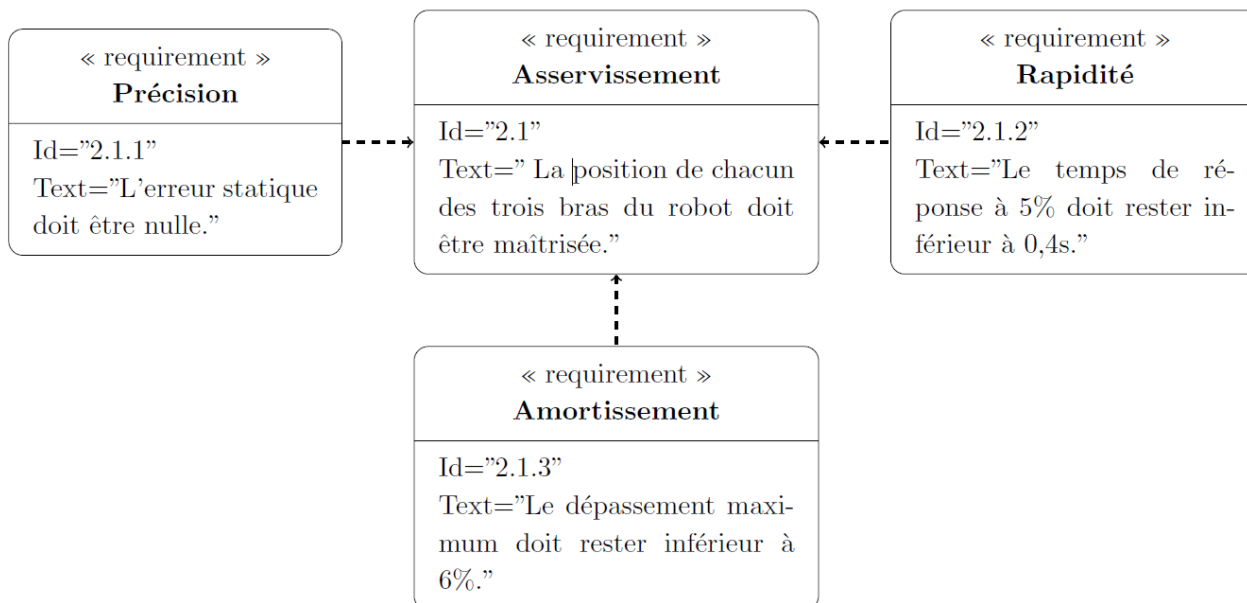


Figure 5 : Extrait du cahier des charges

Le système réalisant l'asservissement peut être décrit comme suit. Un **codeur incrémental** monté directement sur l'arbre moteur mesure les informations de la position angulaire $\theta_m(t)$ de l'axe moteur. Cette information électrique $i_m(t)$ est utilisée par le **calculateur** qui la compare à une valeur de consigne $i_{mc}(t)$ issue de l'**analyseur** d'image et correspondant à une consigne $\theta_c(t)$ d'angle à prendre. Le calculateur, réglé au préalable par l'utilisateur, donne alors des ordres, sous forme d'un signal d'écart $\varepsilon(t)$, à un **hacheur** qui distribue l'énergie électrique sous forme d'une tension $u_m(t)$ au **moteur à courant continu**. L'angle de rotation $\theta_m(t)$ est ensuite réduit par un **réducteur de vitesse** qui fournit un angle $\theta_r(t)$ puis transmis par un **double joint de cardan** à la **pince** qui prend un angle $\theta(t)$.

Q1. Réaliser un schéma-blocs fonctionnel résumant la structure de cet asservissement. Préciser les unités des grandeurs transitant entre blocs.

3.1. Modélisation des composants

Plusieurs éléments sont modélisés par des gains purs du fait de leur constante de temps très faible. Le hacheur possède un gain $K_h = 1$. Le réducteur possède un rapport de réduction $r = 1/5$. Le codeur incrémental code les informations de chaque tour réalisé par le rotor moteur sur 1 octet. On note K_{capt} son gain.

La loi géométrique reliant $\theta_r(t)$ à $\theta(t)$ est considérée comme linéaire de gain K_g .

On note K_{conv} le gain de l'analyseur d'image qui joue le rôle de convertisseur ou d'adaptateur ici. Il est pris égal à $\frac{K_{capt}}{r.K_g}$.

Q2. Ecrire l'équation modélisant le comportement de chacun des cinq éléments cités.

Q3. Rappeler combien de bits composent un octet. Combien de valeurs d'angle peut-on alors coder sur un octet ? En déduire la valeur de K_{capt} .

On sollicite le moteur par un échelon de tension $u_m(t) = u_0 \cdot u(t)$ avec $u_0 = 2V$ et $u(t)$ l'échelon unitaire. La réponse du moteur à cette sollicitation est donnée figure 6.

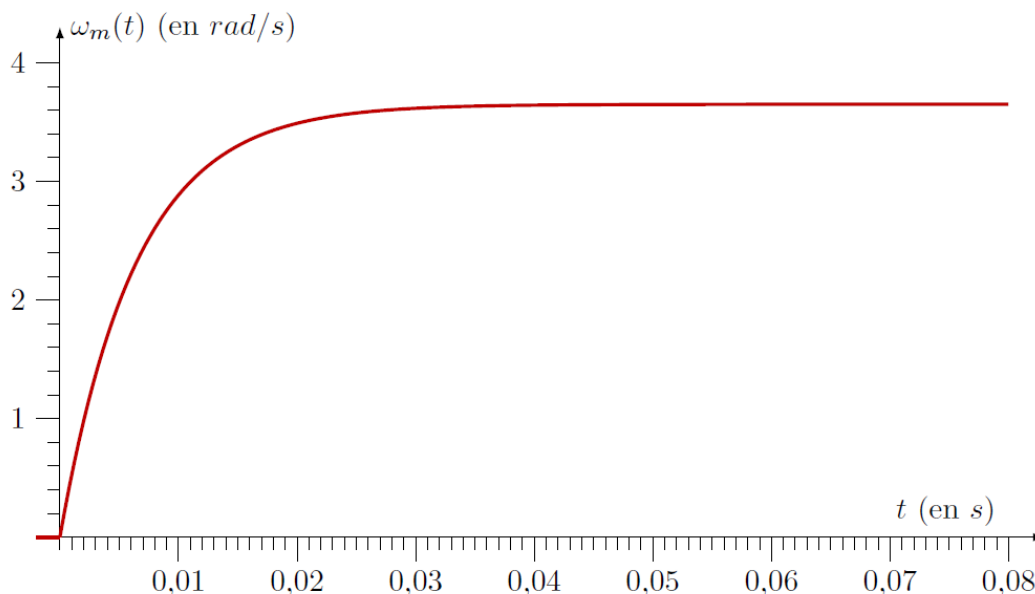
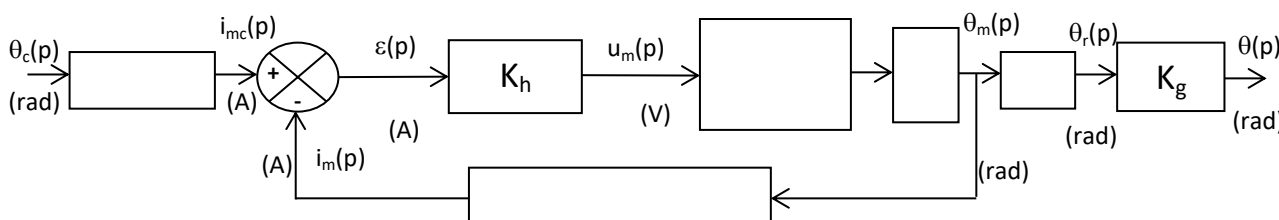


Figure 6 : Réponse indicielle du moteur pour une amplitude d'entrée de $u_0 = 2V$

- Q4.** Proposer un modèle de comportement du moteur via une équation différentielle. Identifier les valeurs numériques de ses coefficients caractéristiques.
- Q5.** Quelle équation temporelle relie la position $\theta_m(t)$ du rotor moteur à sa vitesse $\omega_m(t)$?

On considère le système non corrigé. Le calculateur fournit donc un signal résultat de la comparaison entre i_{mc} et i_m . On a donc : $\varepsilon(t) = i_{mc}(t) - i_m(t)$

- Q6.** Compléter le schéma-blocs de l'asservissement donné ci-dessous. Pour cela, traduire les équations Q4 et Q5 dans le domaine symbolique pour obtenir les fonctions de transfert associées. On donnera les résultats sous forme littérale.



3.2. Simulation du système modélisé

- Q7.** Combiner les équations établies précédemment (ou les fonctions de transfert) pour obtenir le modèle global de l'asservissement étudié sous forme d'une équation différentielle reliant $\theta(t)$ et $\theta_c(t)$. En déduire l'expression de la fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$. Préciser sa forme canonique en fonction de K , K_h , K_{capt} et τ .
- Q8.** Identifier les expressions des coefficients caractéristiques. Faire les applications numériques.
- Q9.** A l'aide de l'abaque donné figure 7, déterminer le temps de réponse à 5% et le dépassement du système ainsi modélisé.
- Q10.** Dessiner l'allure de la réponse indicielle (à un échelon unitaire) du système. Les exigences associées sont-elles validées ?

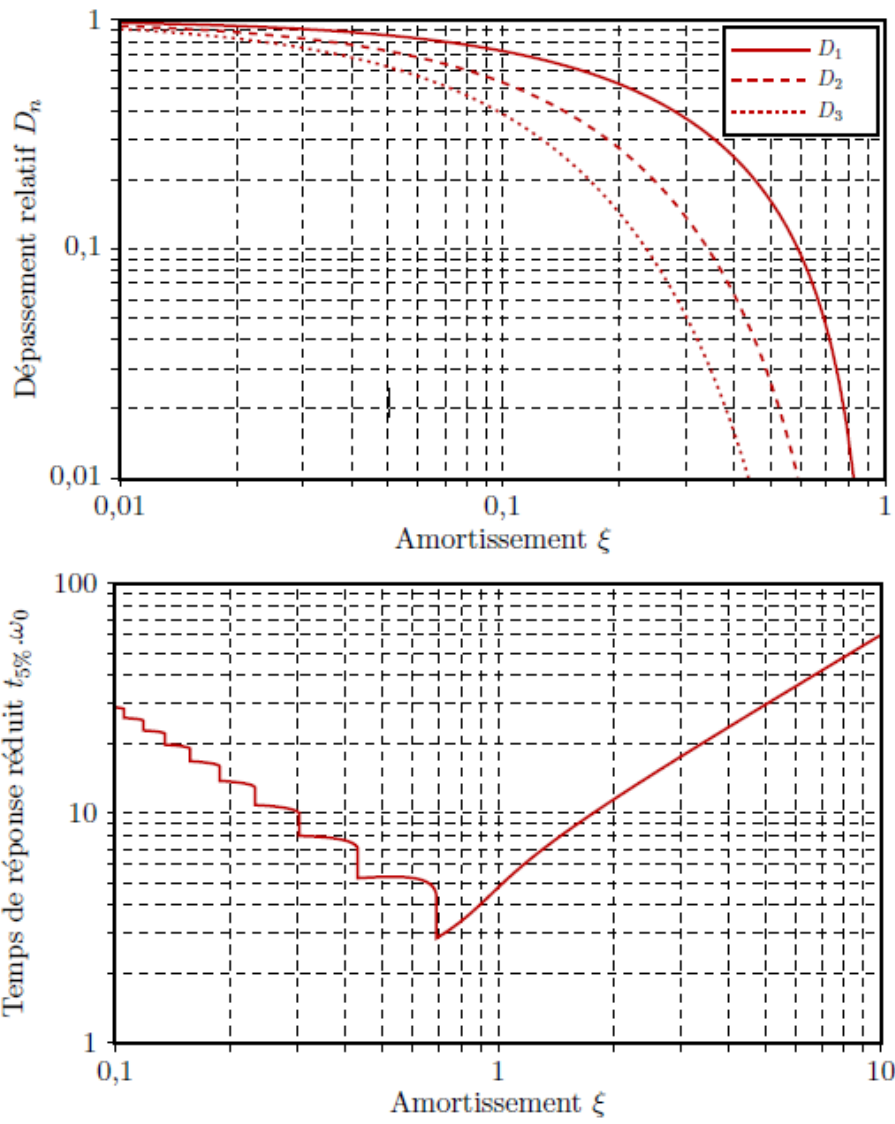
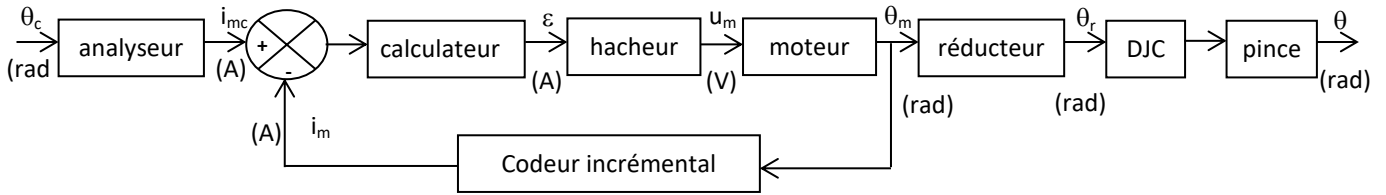


Figure 7 : Abaques

Corrigé

Q1 :



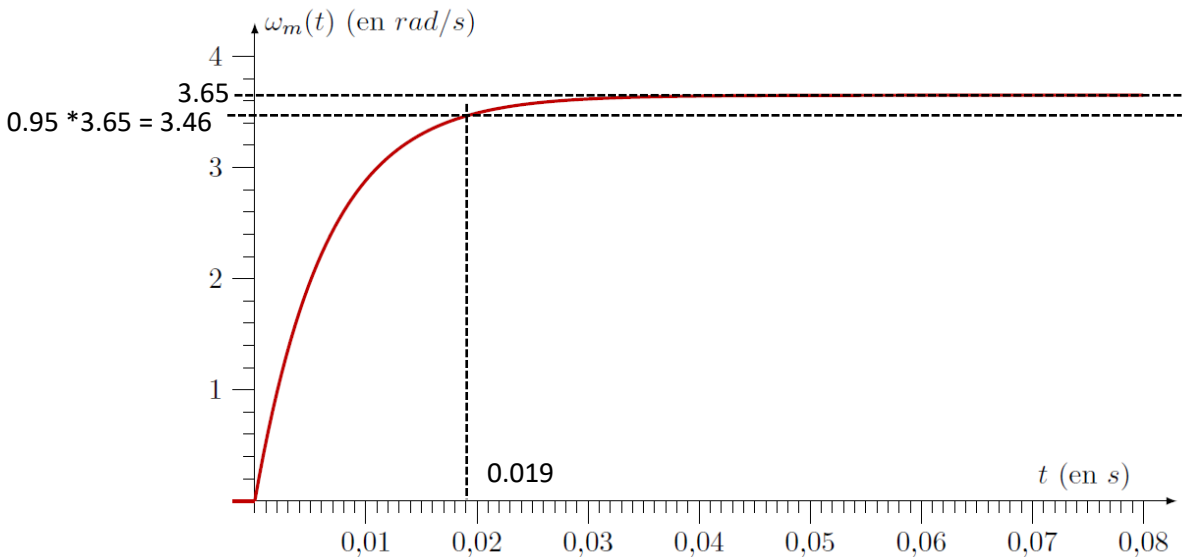
Q2 : $u_m(t) = K_h \cdot \varepsilon(t)$; $\theta_r(t) = r \cdot \theta_m(t)$; $i_m(t) = K_{capt} \cdot \theta_m(t)$; $i_{mc}(t) = K_{conv} \cdot \theta_c(t)$; $\theta(t) = \frac{K_{capt}}{r \cdot K_g} \theta_r(t)$

Q3 : 8 bits \Rightarrow codage de $2^8 = 256$ valeurs \Rightarrow 1 tour codé en 256 valeurs donc $K_{capt} = 256/2\pi$

Q4 : Réponse indicielle d'un 1^{er} ordre : $\tau \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K \cdot u_m(t)$

gain statique : $K = \text{Valeur asymptotique} / \text{valeur échelon} = 3.65/2 = 1.825 \text{ rad/Vs}$

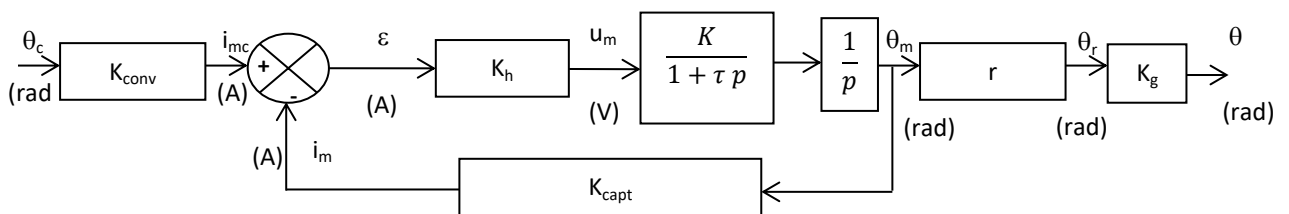
constante de temps : $tr_{5\%} = 0.019 \text{ s} \approx 3\tau \Rightarrow \tau \approx 6.3\text{ms}$



Q5 : $\omega_m(t) = \frac{d}{dt} \theta_m(t)$

Q6 : $\tau \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K \cdot u_m(t) \Rightarrow (\tau p + 1)\Omega_m(p) = K \cdot U_m(p) \Rightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$

$\omega_m(t) = \frac{d}{dt} \theta_m(t) \Rightarrow \Omega_m(p) = p\theta_m(p) \Rightarrow \frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$



$$Q7: \theta(p) = K_g \frac{r.K.K_h}{(1+\tau p)p} [K_{conv}\theta_c(p) - K_{capt}\theta_m(p)] \quad \text{et} \quad \theta(p) = r.K_g \theta_m(p)$$

$$D'où \theta(p)(1 + \frac{K_{capt}.K.K_h}{(1+\tau p)p}) = \frac{K_{capt}.K.K_h}{(1+\tau p)p} \theta_c(p)$$

$$\text{La fonction de transfert du modèle global s'écrit donc : } \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{capt}.K.K_h}p + \frac{\tau}{K_{capt}.K.K_h}p^2}$$

$$Q8: \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{capt}.K.K_h}p + \frac{\tau}{K_{capt}.K.K_h}p^2} = \frac{1}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} \text{ FT du 2}^{i\text{ème}} \text{ ordre}$$

$$\text{On identifie : } \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{capt}.K.K_h}{\tau}} = 108 \text{ rad/s} \quad \xi = \frac{1}{2\sqrt{K_{capt}.K.K_h.\tau}} = 0.73 \text{ et gain statique} = 1$$

Q9 :

A l'aide du 1^{er} abaque on détermine le 1^{er} dépassement : $d_1 = 0.04 = 4\%$

A l'aide du 2^{ième} abaque on détermine le temps de réponse : $\omega_0 . tr_{5\%} = 3$ d'où

$$tr_{5\%} = 3/\omega_0 = 28 \text{ ms}$$

Q10 :

- Le système est précis : le gain statique vaut 1 donc la sortie se stabilise à la même valeur que l'entrée en régime permanent pour une entrée en échelon.
- 1^{er} dépassement < 6 %
- $tr_{5\%} < 0.4s$
- Exigences toutes vérifiées.

