## Exercice 1 :

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé direct R(O, $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$), trois points A, B et C sont définis par leurs coordonnées : A(1,-1,1) ; B(-1,1,2) ; C(1,1,0)

*Travail demandé :*

*1 – Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$. Que dire de ces deux vecteurs ?*

*2 – Tracer les points A et B et les segments $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ dans le repère R.*

*3 – Donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ et Tracer ce vecteur.*

*4 – Déterminer $(\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB})\wedge\overrightarrow{OC}$ . Que dire du vecteur $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ et de $\overrightarrow{OC}$ ?*

*5 – Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{OA}$.*

## Exercice 2 :

Soient $\vec{A},\vec{B}$ et $\vec{C}$ trois vecteurs quelconques de l'espace.

*Montrer la relation générale suivante :* $\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})=\vec{B}(\vec{A}.\vec{C})-\vec{C}(\vec{A}.\vec{B})$

## Exercice 3 :

On se place dans un repère plan R(O,$\vec{i},\vec{j}$). Soient trois points A(-3,-1), B(4,1) et C(-2,3) et un vecteur $\vec{u}$ (1,2)

*Travail demandé :*

1. *Donner une équation cartésienne de la droite Δ passant par A et B*
2. *Donner une équation cartésienne de la droite Δ' passant par C et dirigée par $\vec{u}$*
3. *Calculer les coordonnées du point d'intersection de Δ et Δ'.*
4. *Tracer les points A, B, C et les droites Δ et Δ'.*
5. *Calculer la distance du point C à la droite Δ .*

## Exercice 4 :

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé direct R(O, $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$). Soit $P_1$ un plan passant par les trois points A(1,1,0), B(0,2,2) et C(3,0,3).

*Travail demandé :*

1. *Déterminer une équation cartésienne de $P_1$.*

Soit $P_2$ un plan d'équation cartésienne : 3x-5y+7z+2=0

2. *Déterminer un vecteur directeur de la droite Δ intersection des plans $P_1$ et $P_2$.*
3. *Calculer la distance du point D(1,-1,2) au plan $P_1$.*

## Exercice 5 :

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé direct R(O, $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$), quatre points A, B, C et D appartenant à un solide S sont définis par leurs coordonnées : A(1,-1,1) ; B(-1,1,2) ; C(1,1,0) ; D(2,1,1).

*Définir un repère orthonormé direct $R_S$ d'origine A lié au solide S en explicitant la démarche. Préciser les composantes dans R de chacun des vecteurs constitutifs du repère $R_S$ .*

## Exercice 6 :

Soit Ro (O, $\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}$) un repère orthonormé direct. On considère deux nouveaux repères :

- Le repère R1 (O, $\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}$) déduit de Ro par une rotation autour de (O, $\overrightarrow{z_0}=\overrightarrow{z_1}$) d'un angle $\alpha$.
- Le repère R2 (O, $\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}$) déduit de R1 par une rotation autour de (O, $\overrightarrow{y_1}=\overrightarrow{y_2}$) d'un angle $\beta$.

Soit $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{x_0}+2\overrightarrow{y_0}$ un vecteur exprimé dans le repère Ro.

*Travail demandé :*

*1 – Exprimer le vecteur $\overrightarrow{V}$ dans le repère $R_1$ en fonction de $\alpha$.*

*2 – Exprimer le vecteur $\overrightarrow{V}$ dans le repère R2 en fonction de $\alpha$ et $\beta$.*

## Exercice 7 :

On se place dans un repère orthonormé direct R(A, $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$).

*Travail demandé :*

*1 - Préciser les particularités, s'il y en a, de chacun des torseurs suivants. Si certains sont des glisseurs, préciser leur axe central.*

$$\{\tau_1\}=\left\{\overrightarrow{R_1}\quad \overrightarrow{M_1(A)}\right\}_A=\begin{Bmatrix}0 & 0\\0 & 1\\1 & 1\end{Bmatrix}_A \qquad \{\tau_2\}=\begin{Bmatrix}0 & -1\\0 & 1\\0 & 1\end{Bmatrix}_A \qquad \{\tau_3\}=\begin{Bmatrix}2 & 0\\1 & 0\\1 & 0\end{Bmatrix}_A \qquad \{\tau_4\}=\begin{Bmatrix}-1 & -1\\2 & 1\\-1 & 3\end{Bmatrix}_A$$

*2 - Donner l'expression du torseur $\{\tau\}=\begin{Bmatrix}1 & 2\\-1 & 1\\0 & -1\end{Bmatrix}_A$ au point B de coordonnées (2,1,0). Ce torseur est-il un glisseur ?*

## Exercice 8 :

On considère un champ de vecteurs équiprojectif, c'est-à-dire qu'à chaque point M de l'espace euclidien on associe le vecteur $\overrightarrow{V}(M)$ avec la propriété suivante :

Quelque soient les points A,B de l'espace, on a : $\overrightarrow{V}(A).\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{V}(B).\overrightarrow{AB}$

*Travail demandé :*

1. *Montrer qu'il existe une relation liant les deux vecteurs $\overrightarrow{V}(A)$ et $\overrightarrow{V}(B)$ du type : $\overrightarrow{V}(A)=\overrightarrow{V}(B)+\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R}$*
2. *En appliquant cette relation pour 3 points non alignés de l'espace, montrer que le vecteur $\overrightarrow{R}$ est unique.*
3. *Application : Soient A(0 ;0 ;0) , B(1 ;0 ;0) et C (0 ;1 ;0) trois points de l'espace et $\overrightarrow{V}(M)$ un champ équiprojectif tel que : $\overrightarrow{V}(A)(1,1,1)$ ; $\overrightarrow{V}(B)(1,0,1)$ ; $\overrightarrow{V}(C)(2,1,0)$. Calculer les composantes de la résultante $\overrightarrow{R}$*