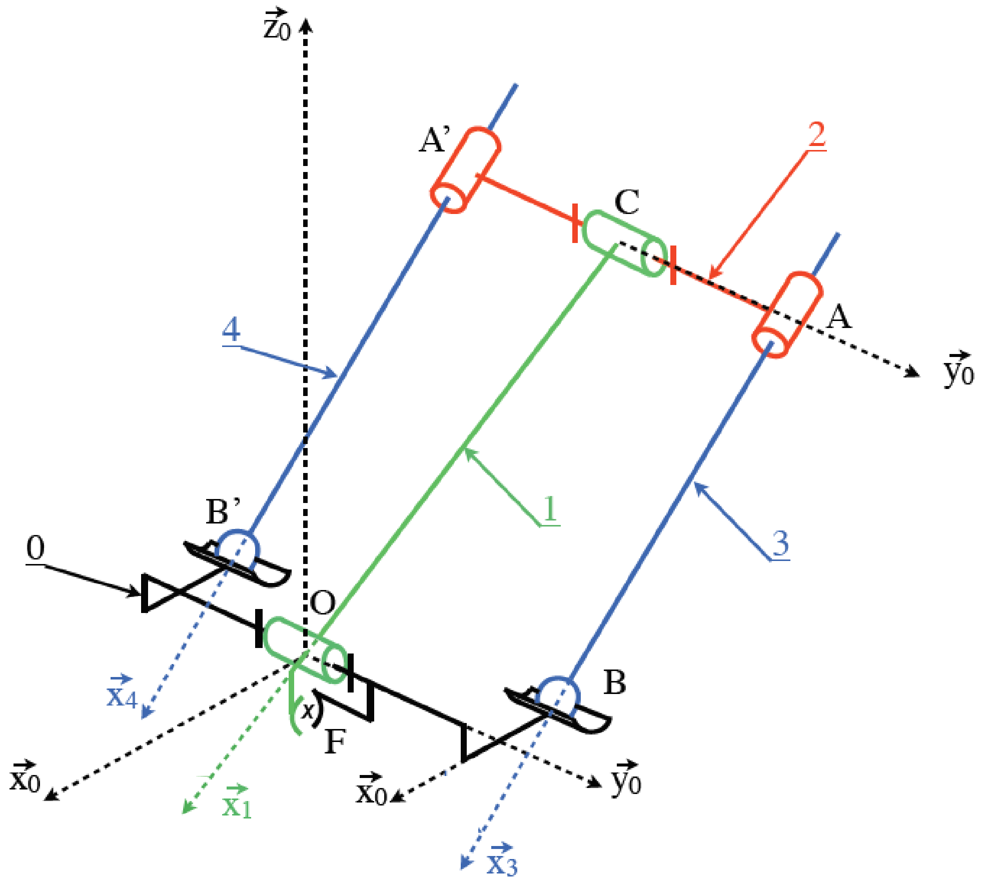
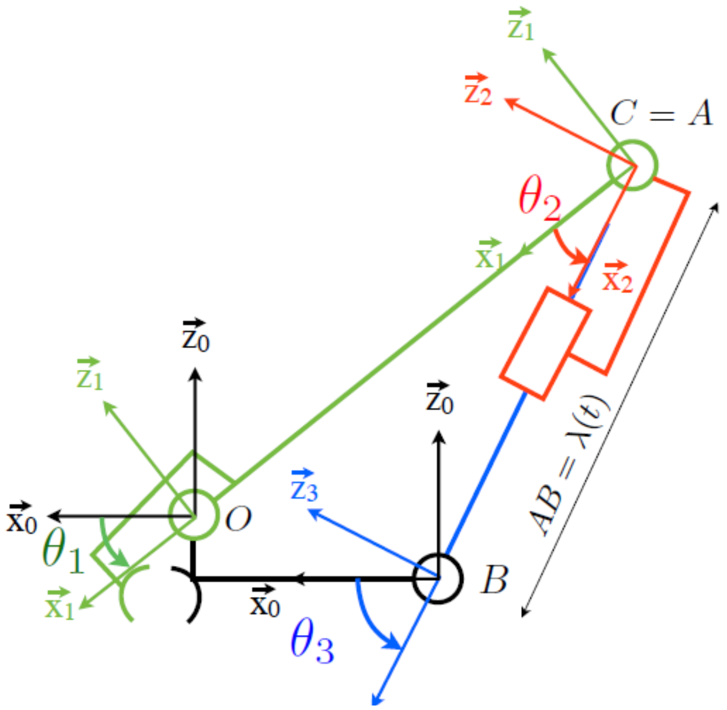
Problème : Pince de télésiège

Q1.



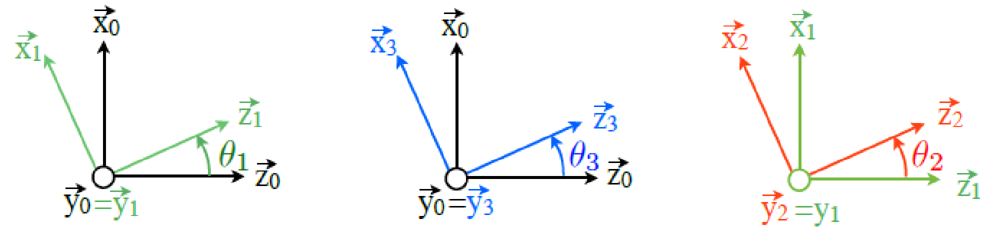
Q2. Les mouvements utiles du système se produisent tous dans le plan $(\vec{x}_0, \vec{z}_0)$, c'est-à-dire des translations dans ce même plan ou des rotations autour de l'axe $\vec{y}_0$.

Q3. Dans le cadre d'une modélisation plane, on ne représente que des pivots, des glissières ou des sphères plans. On obtient alors :



Q5. Il y a 3 rotations possibles (3 liaisons pivots) donc trois paramètres angulaires à définir. Il y a une 1 translation possible (1 liaison glissière) donc un paramètre linéaire.

Q7.



Q8. On s'intéresse à la longueur du ressort lié au paramètre λ qui varie en fonction de la rotation θ_1. On définit alors θ_1 comme paramètre d'entrée et λ comme paramètre de sortie.

Q9. On écrit la fermeture angulaire :

$$(\vec{x}_0,\vec{x}_1)+(\vec{x}_1,\vec{x}_2)+(\vec{x}_2,\vec{x}_3)+(\vec{x}_3,\vec{x}_0)=0$$
$$\Longrightarrow \quad \theta_1+\theta_2+0-\theta_3=0$$

On écrit la fermeture linéaire :

$$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CO}=\vec{0}$$
$$\Longrightarrow \quad -x_B\vec{x}_0 - z_B\vec{z}_0+y_B\vec{y}_0-\lambda(t)\vec{x}_2+l_c\vec{x}_1-l_G\vec{y}_0=\vec{0}$$

Cette équation vectorielle implique trois équations scalaires par projection sur une base, $\mathcal{B}_0$ par exemple :

- projection sur $\vec{x}_0$: $-x_B-\lambda\cos(\theta_2+\theta_1)+l_c\cos(\theta_1)=0$
- projection sur $\vec{y}_0$:$0=0$
- projection sur $\vec{z}_0$: $-z_B+\lambda\sin(\theta_2+\theta_1)-l_c sin(\theta_1)=0$

N.B. : Il est logique de trouver une équation non utile sur $\vec{y}_0$, direction normale du plan soit direction de l'axe des <u>rotations</u> lors d'une fermeture <u>linéaire</u>.

Q10. On cherche une relation liant λ et θ_1 et uniquement des paramètres géométriques constants (θ_2 et θ_3 non présents). On remanie les 2 équations utiles :

$$\lambda^2\cos^2(\theta_3)=(-x_B+l_c\cos(\theta_1))^2$$
$$\lambda^2\sin^2(\theta_3)=(z_B+l_c\sin(\theta_1))^2$$

puis on les additionne :

$$\boxed{\lambda^2=x_B^2+z_B^2+l_c^2-2x_Bl_c\cos(\theta_1)+2z_Bl_c\sin(\theta_1)}$$

Cette relation est la loi entrée-sortie cherchée.

Q11. On calcule la valeur de λ :

$$\lambda=+\sqrt{280^2+33^2+541^2-2.280.541\cos(16,8°)+2.33.541\sin(16,8°)}$$

soit $\lambda \approx 304$ mm . On note que λ est positif puisque posé tel quel ($\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\vec{x}_3$).
On a alors la longueur l du ressort qui vaut :

$$l=\lambda-56 \quad \Longrightarrow \quad l\approx 304-56\approx 248 \text{ mm}.$$

Q12. On calcule alors l'effort dans un ressort :

$$F_R\approx 13000 \text{ N} > 7168N$$

Les ressorts sont correctement dimensionnés, même surdimensionnés ! C'est classique dans un contexte de transport de passagers.