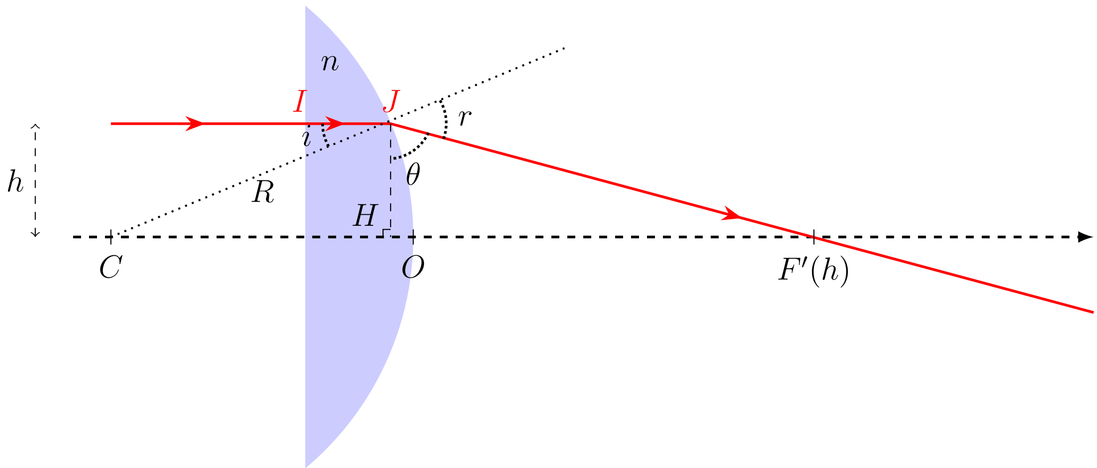
TD n° 2

Lentille plan-convexe

On s'intéresse à une lentille plan-convexe, c'est-à-dire une portion de verre d'indice n comprise entre un plan et une sphère de rayon R. Les notations sont placées ci-dessous :

- l'axe optique est perpendiculaire au plan
- le centre C de la sphère de rayon R est situé sur l'axe optique
- on repère les distances par rapport au sommet O de la sphère



Un rayon incident arrive parallèle à l'axe à une distance h de l'axe, et entre dans la lentille. Après deux réfractions en I puis en J, il ressort et coupe l'axe en un point noté $F'(h)$. Le but de ce TD est de trouver la position de $F'(h)$, plus précisément de déterminer $f'(h) = \overline{OF'(h)}$, afin de voir si elle dépend de h ou pas (condition de stigmatisme).

1. Justifiez l'allure du dessin, en particulier ce qui se passe en I et en J.
2. En faisant de la trigonométrie dans le triangle CHJ, reliez l'angle i à h et R.
3. Reliez l'angle r à i et n.
4. Reliez l'angle θ à r, i et $\frac{\pi}{2}$.
5. Exprimez la distance $\overline{HF'}$ en fonction de h et θ, et la distance $\overline{CH}$ en fonction de R et i. Déduisez-en l'expression de $f' = \overline{OF'}$ en fonction de h, i, θ et R.
6. On considère une lentille telle que $n = 1{,}52$ et $R = 12\,\text{cm}$.
   Dans un fichier Python, importez `numpy` et `matplotlib.pyplot`, et définissez les constantes (en unité SI).
   Posez alors $h = 1\,\text{cm}$ et calculez successivement i, r, θ et f' à l'aide des formules des questions 2 à 5.
   Indication : la fonction arcsinus se calcule avec `np.arcsin`. De plus, Numpy travaille en radians ; on obtient π avec `np.pi`.
7. À l'aide des questions 3 et 2, justifiez que le rayon réfracté en J n'existe que si $h < h_{max} = \frac{R}{n}$. Calculez h_{max} dans le programme Python.
8. On va maintenant reprendre le même principe qu'à la question 6, mais en calculant directement les valeurs de f' correspondant à plein de valeurs de h possibles. Pour cela, commencez par créer, à l'aide de la fonction `numpy.linspace`, un tableau de 100 ou 1000 valeurs espacées entre $0.0001 \times h_{max}$ et $0.9999 \times h_{max}$ (on s'arrête avant h_{max}, car les arrondis risquent de le faire dépasser ; quant à $h = 0$, c'est l'axe, il y a des formes indéterminées).
   Ensuite, calculez successivement les tableaux `tab_i, tab_r, tab_theta, tab_fp` contenant les valeurs de i, r, θ puis f' pour les valeurs de h.

9. Tracez alors $f'(h)$, c'est-à-dire un graphique Matplotlib avec `tab_h` en abscisses et `tab_fp` en ordonnées.
10. Sur le graphique précédent, mesurez :
    — la distance focale de cette lentille dans les conditions de Gauss, notée f'_0
    — la valeur maximale de h pour laquelle f' ne diffère de la valeur précédente que par moins de 5 %

    Indication : vous pouvez ajouter une grille avec `plt.grid()` pour mieux lire les valeurs.

    Quelle aberration a-t-on mis en évidence ici ?
11. En réalité, l'indice du verre dépend de la longueur d'onde selon la relation $n(\lambda) = 1{,}4989 + \frac{4550}{\lambda^2}$ avec λ en nm.

    Créez une fonction `n(l)` qui calcule l'indice à la longueur d'onde donnée en argument en nanomètres.
12. On va alors calculer la distance focale dans les conditions de Gauss (on prendra par exemple $h = 0{,}1\,\text{mm}$) pour différentes longueurs d'ondes.

    Pour cela, créez un tableau de longueurs d'ondes parcourant tout le spectre visible, puis, par calculs successifs, calculez les distances focales dans les conditions de Gauss correspondantes, notées f'_0. Tracez $f'_0(\lambda)$ et commentez : quelle aberration a-t-on mis en évidence ?
13. En reprenant les équations des questions 2 à 5 et en les simplifiant pour de petits angles, montrez que $f'_0 = \frac{R}{n-1}$.