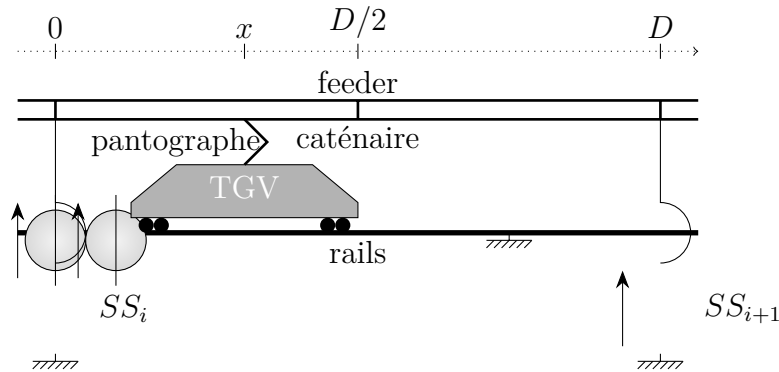


Alimentation électrique d'un TGV

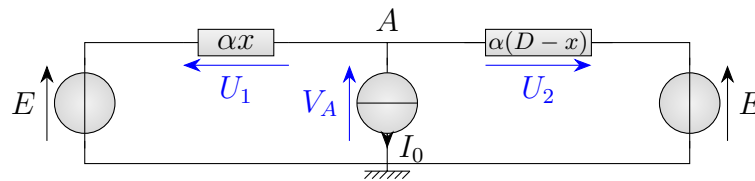
La puissance électrique est fournie aux TGV à partir de sous stations électriques $SS_{i=1,\dots,n}$ que l'on assimilera à des générateurs idéaux de tension continue $E = 25 \text{ kV}$ (en réalité, c'est de l'alternatif, mais cela ne change rien à l'étude). Ces sous stations sont implantées le long de la voie et espacées d'une distance $D = 60 \text{ km}$. Elles sont reliées par un fil conducteur, la caténaire, suspendu au-dessus des rails. La motrice TGV reçoit l'alimentation de la caténaire par un contact glissant appelé pantographe situé sur son toit. Tous les moteurs de la motrice sont montés en parallèle entre le pantographe et les rails qui servent de liaison masse à la Terre. On peut schématiser le circuit d'alimentation par la figure ci-dessous :



Pour l'étude nous nous plaçons dans les conditions suivantes : le fil de la caténaire de section $s = 1,47 \text{ cm}^2$ est en cuivre de résistivité $\rho = 1,72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$; la résistance d'une longueur x de caténaire aura donc une résistance $\frac{\rho x}{s} = \alpha x$ en notant $\alpha = \frac{\rho}{s}$. On néglige la résistance des rails. La tension des sous-stations étant nominale ($E = 25 \text{ kV}$), on suppose que l'intensité du courant qui circule dans les moteurs est $I_0 = 600 \text{ A}$. Le rail rectiligne est confondu avec l'axe Ox dont l'origine est placé à la dernière sous station électrique atteinte par le TGV. La variable x est donc définie modulo D .

1. Alimentation sans feeder

Si la caténaire est simple, le schéma électrique équivalent est le suivant :



- Appliquez la loi des mailles dans les deux mailles.
- Placez les courants I_1 et I_2 à travers les deux résistances. Par la loi des nœuds, écrivez une relation reliant ces deux intensités avec I_0 .
- Grâce à la loi d'Ohm, transformez cette relation en une relation entre U_1 , U_2 , I_0 , α , D et x .
- On a donc écrit en tout 3 équations sur les 3 inconnues U_1 , U_2 et V_A . Notre premier but va être d'évaluer V_A lorsque $x = \frac{D}{2}$. Pour cela, on va écrire le système sous forme matricielle. Pour cela, réarrangez les 3 équations sous la forme :

$$\begin{cases} a.U_1 + b.U_2 + c.V_A = d \\ e.U_1 + f.U_2 + g.V_A = h \\ i.U_1 + j.U_2 + k.V_A = l \end{cases}$$

Définissez alors deux tableaux sous Python : $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} d & h & l \end{pmatrix}$.

Indication : On peut définir à la main un tableau 1D avec `np.array([d,h,1])` et 2D avec `np.array([[a,b,c],[e,f,g],[i,j,k]])` (à remplacer par leurs valeurs).

- (e) On résout alors ce système par la commande `solution=np.linalg.solve(A,B)` qui renvoie un tableau contenant les valeurs des trois inconnues. Déduisez-en V_A .
- (f) Complétez alors le programme suivant pour calculer la tension V_A pour différentes valeurs réparties sur la ligne (on évite $x = 0$ et $x = D$ car on obtient parfois des divisions par 0).

```

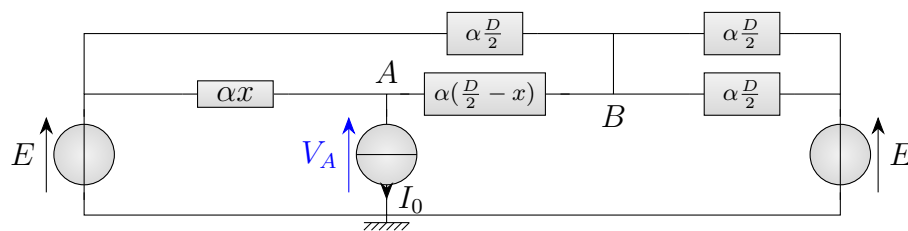
1 N=100
2 tab_x=np.linspace(D*0.001,D*0.999,N)
3 tab_VA=np.zeros(N)
4 for i in range(N):
5     x=tab_x[i]
6     ... calcul de VA
7     tab_VA[i]=VA

```

Tracez alors la courbe $V_A(x)$.

2. Alimentation avec feeder

Pour avoir moins de perte de tension, on ajoute un second câble au-dessus de la caténaire, le feeder, qui est relié à la caténaire en ses deux bouts et en son milieu. Le schéma électrique équivalent devient alors (dans le cas $x < \frac{D}{2}$, sinon il faut faire une symétrie droite/gauche) :



- (a) Simplifiez le circuit en associant 2 résistances.
- (b) Placez les tensions aux bornes de toutes les résistances.
- (c) Écrivez 3 lois des mailles et deux lois de nœuds (aux deux nœuds proches du centre, les nœuds des bords ne servent pas) exprimées en fonction des tensions grâce à la loi d'Ohm.
- (d) Résoudre le système obtenu de 5 équations à 5 inconnues pour x variant de $0,001D$ à $0,499D$. Tracez la courbe obtenue.