

Circuit RC soumis à une tension quelconque

On considère un circuit RC série alimenté par une tension $e(t)$. On prendra $R = 2,2\text{k}\Omega$ et $C = 300\text{nF}$.

1. Dessinez le circuit et vérifiez que vous savez rétablir l'ED vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur : $RC \frac{du_c}{dt} + u_c = e(t)$.
2. Ouvrez un programme Python. Commencez par définir les constantes, et le temps caractéristique τ du circuit.
3. Mettez l'ED sous la forme $\frac{du_c}{dt} = f(u_c, t)$. Écrivez alors une fonction `derivee(uc,t)` prenant comme argument u_c et le temps, et renvoyant $\frac{du_c}{dt}$.

4. Réponse à une marche d'escalier

On suppose que le condensateur est initialement déchargé et que $e = 5\text{V}$ pour $t > 0$.

- (a) Calculez par la méthode d'Euler $u_c(t)$ pour $t > 0$ par la méthode d'Euler, sur une durée de 5τ avec comme pas $h = \frac{\tau}{100}$. Tracez la courbe obtenue.
- (b) Tracez sur la même courbe la formule théorique $u_{cth}(t) = 5(1 - e^{-t/\tau})$ en prenant comme liste des temps 100 points entre 0 et 5τ . Comparez les courbes.
- (c) Augmentez le pas de simulation à $\frac{\tau}{10}$, puis $\frac{\tau}{2}$, puis $1,5\tau$, enfin $2,5\tau$. Commentez l'influence du pas en distinguant les intervalles $h < \tau$, $\tau < h < 2\tau$ et $h > 2\tau$.

On voit l'importance de connaître à l'avance les caractéristiques approchées du systèmes avant de se lancer dans une simulation.

5. Réponse à un créneau

On prend maintenant une tension en créneaux de période T oscillant entre $E = +5\text{V}$ et $-E$. Cette fonction pourra être représentée mathématiquement ainsi :

$$e(t) = \begin{cases} +E & \text{si } (t\%T) < \frac{T}{2} \\ -E & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour cette simulation on reprend $h = \frac{\tau}{100}$.

- (a) Simulez $u_c(t)$ lorsque $T = 10\tau$, sur une durée de $5T$; tracez sur la même courbe $u_c(t)$ et $e(t)$.
- (b) Réduisez T à 3τ , puis τ , puis $\frac{\tau}{2}$. Observez les changements : quelle forme prend la sortie ? comment varie son amplitude ?

6. Réponse à un sinus

Testez maintenant une entrée $e(t)$ ayant la forme d'un cosinus d'amplitude 5V et pour différentes fréquences : 100Hz , 300kHz et 1kHz . Commentez la courbe obtenue.

7. Précision de la méthode d'Euler

On reprend la tension en marche d'escalier.

Pour différents pas de valeurs $\frac{\tau}{10^p}$ avec p un entier, simulez la courbe, puis calculez l'écart maximum entre les valeurs simulées et les valeurs théoriques. Tracez l'écart maximal en fonction de $\frac{1}{p}$ (pour voir quelque chose, passez en échelle logarithmique avec les commandes `plt.xscale("log")` et `plt.yscale("log")`). Commentez.