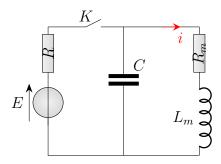
Moteur électrique protégé par un condensateur

On considère un moteur qui est équivalent à une inductance $L_m = 3.1$ H en série avec une résistance $R_m=32\,\Omega$. On le place dans le circuit ci-dessous avec $E=220\,\mathrm{V}$ et $R=2\,\Omega$:



On choisit d'allumer le moteur ou de l'éteindre à l'aide d'un interrupteur K.

- 1. Si on ne mettait pas le condensateur C, que se passerait-il à l'ouverture de K?
- 2. Montrez que i obéit aux équations différentielles

$$RL_m C \frac{d^2 i}{dt^2} + (L_m + RR_m C) \frac{di}{dt} + (R_m + R)i = E \qquad \text{lorsque } K \text{ est ferm\'e}$$
 (1a)

$$RR_mC)\frac{di}{dt} + (R_m + R)i = E$$
 lorsque K est fermé (1a)
 $L_mC\frac{d^2i}{dt^2} + R_mC\frac{di}{dt} + i = 0$ lorsque K est ouvert (1b)

3. Quelle valeur de C donnerait un régime critique lorsque K est ouvert? Calculez sa valeur $C_{critique}$.

Remarque: Cette valeur est élevée mais atteignable avec de gros condensateurs dans des usines.

4. Mise en marche

On suppose qu'à t < 0, il n'y a ni courant ni tension dans la partie de droite, et à t = 0 on ferme K. Les CI seront alors $i(0^+) = 0$ et $\frac{di}{dt}(0^+) = 0$.

- (a) On va prendre $C = C_{critique}$. Calculez la période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.
- (b) Résolvez numériquement i(t) par une méthode d'Euler, sur une durée de $3T_0$. Évaluez la durée du régime transitoire.

5. Extinction

On suppose que le régime permanent est atteint, et on ouvre K; on admettra que les CI seront $i(0^+)=\frac{E}{R+R_m}$ et $\frac{di}{dt}(0^+)=0$.

- (a) Résolvez numériquement i(t). Combien de temps met le courant pour s'arrêter?
- (b) Tracez les courbes pour $C = 10C_{critique}$ puis pour $C = \frac{1}{10}C_{critique}$. Observez les changements.

1