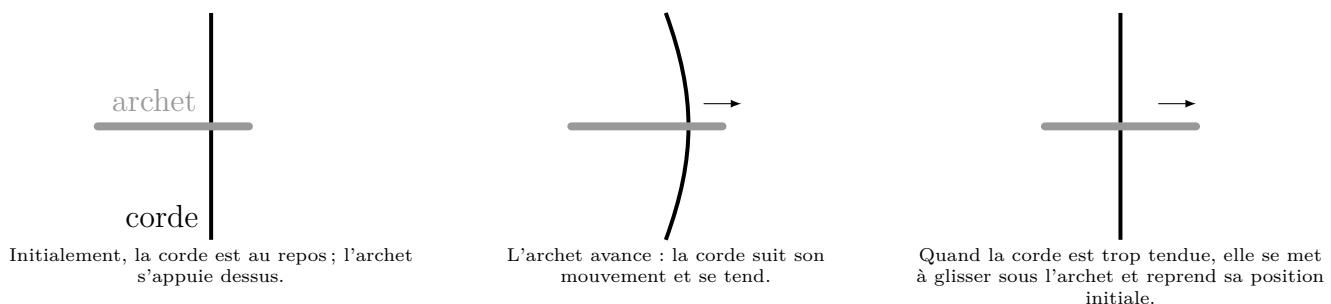


Le phénomène de glissé-décolé (stick-slip)

Une craie qui crisse, une porte qui grince, une corde de violon qui vibre,... Tous ces phénomènes ont un point commun : ils font apparaître une vibration lors du déplacement de deux objets en contact. Ce phénomène se passe sous plusieurs conditions :

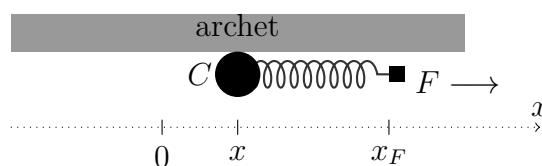
- les deux solides se déplacent l'un par rapport à l'autre avec une vitesse à peu près constante
- les frottements entre les deux solides diminuent fortement lorsque ces solides glissent l'un par rapport à l'autre
- l'un des solides n'est pas entièrement indéformable : il peut se déformer légèrement et alors une force de rappel le ramène à sa position initiale

La figure ci-dessous illustre ce qui se passe avec la corde du violon :



On va proposer la modélisation suivante dans le référentiel de l'archet (ou du tableau pour la craie) :

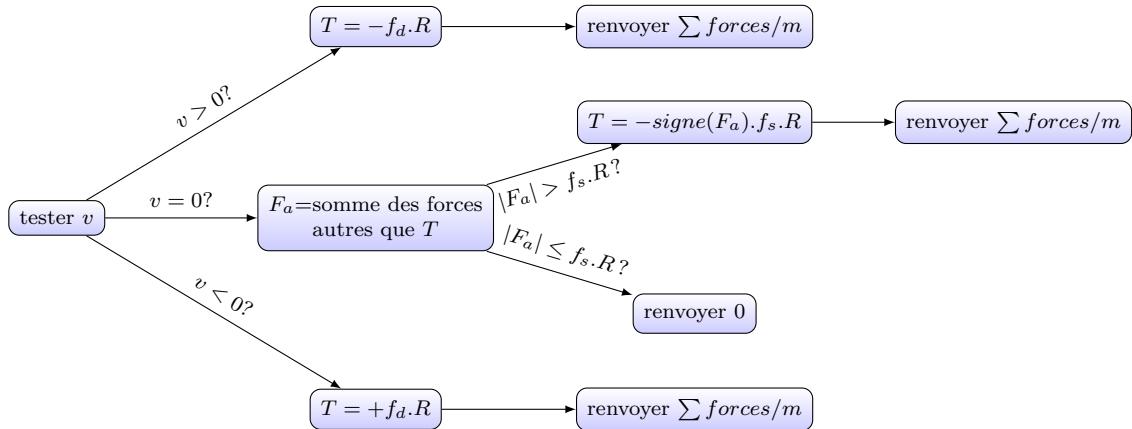
- l'archet est représenté comme un support immobile en-dessus
- la corde C de masse m est posée sous l'archet au contact de celui-ci
- la force normale entre la corde et l'archet est due à la pression de l'archet sur la corde ; on notera R cette force qu'on supposera connue. On ne tiendra pas compte du poids de la corde (qui est faible ; la corde tient néanmoins en l'air sans tomber car elle est tenue à ses deux extrémités, ce qui n'est pas représenté ici)
- il y a des frottements solides entre la corde et l'archet modélisés par des lois de Coulomb avec deux coefficients de frottements : un coefficient statique f_s lorsque la corde est immobile et un coefficient dynamique $f_d < f_s$ lorsqu'elle est en mouvement
- la tension de la corde cherche à la ramener à sa position d'équilibre, ce qu'on modélise par un ressort «virtuel» de raideur k et de longueur à vide nulle, exerçant une force de rappel $+k.\ell.\vec{e}_x$ avec ℓ la longueur de la corde ; mais comme on se place dans le référentiel de l'archet, la fixation de la corde bouge : on supposera que le point F où est fixé le ressort bouge selon la loi $x_F(t) = v_a t$ où v_a est la vitesse de l'archet
- les frottements avec l'air créent sur la corde une force de la forme $-\lambda.\vec{v}$



1. Effectuez un bilan des 3 forces s'exerçant dans la direction \vec{e}_x sur C (on notera $T\vec{e}_x$ la force de frottements solides, pour le moment). Déduisez-en \ddot{x} en fonction de x , \dot{x} , T et des autres paramètres.

2. Pour une première simulation, on va prendre : $m = 1,2 \text{ g}$; $R = 0,8 \text{ N}$; $f_s = 0,2$; $f_d = 0,1$; $k = 2500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $v_a = 30 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$; $\lambda = 0,0 \text{ USI}$ pour commencer. Définissez ces constantes sous Python.

Écrivez une fonction `acceleration(x, v, t)` qui renvoie l'accélération de C . On commencera par calculer les forces autres que T , puis on utilisera l'arbre suivant :



La fonction `signe` s'obtient avec `numpy.sign`.

3. Pour appliquer cela à un schéma d'Euler, il faut faire attention : quand l'objet est en mouvement et s'arrête, le fait d'avoir un pas temporel non infiniment petit fait qu'il va osciller autour d'une vitesse nulle sans jamais s'arrêter. Pour éviter cela, on va ajouter une étape au schéma d'Euler : après avoir calculé `tab_v[n+1]`, on va tester si `tab_v[n+1]` est de signe opposé à `tab_v[n]`, et si c'est le cas, on impose `tab_v[n+1]=0`.

Simulez alors le système sur une durée de 50 ms avec un pas de $1 \times 10^{-5} \text{ s}$; tracez $x(t)$ et vous devez voir que la corde avance pas à-coups.

- Si on se place dans le référentiel du violon, il faut enlever le mouvement de l'archet ; tracez alors $x(t) - v_a \cdot t$ et observez l'oscillation de la corde.
- On ajoute maintenant les frottements de l'air : $\lambda = 0,2 \text{ USI}$. Retracez les courbes ; y aura-t-il du son ?
- On met sur l'archet une substance appelée *colophane* qui augmente f_s sans modifier f_d . Augmentez progressivement f_s jusqu'à ce que les oscillations ne s'amortissent plus.
- On prendra $f_s = 2,0$ dans la suite.

Observez l'effet sur la fréquence de variations des modifications (pas trop fortes, $\times 2$ au maximum) de :

- la raideur k de la corde
- la vitesse v_a de l'archet
- la pression R de l'archet

Pourquoi casse-t-on une craie pour qu'elle ne crisse plus ? Pourquoi huile-t-on les gonds d'une porte ?