

Fusible électrique

Un fusible est un conducteur ohmique chargé de protéger un circuit des surintensités : si l'intensité est trop forte, il s'échauffe et fond, ce qui coupe le courant.

Pour que la coupure soit rapide, on utilise un métal qui fond à basse température, et on profite du fait que la résistance d'un métal augmente avec la température, ce qui augmente l'échauffement par effet Joule.

On considère donc un fil de plomb parcouru par un courant I supposé constant. On prend le modèle suivant :

- les transformations se font à pression constante $P_0 = 1$ bar. À cette pression, le plomb fond à $T_{fus} = 327,5^\circ\text{C}$
- la capacité thermique massique du plomb vaut $c_{Pb} = 129 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, sa masse volumique vaut $\mu = 11,35 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
- le fil a la forme d'un cylindre, de longueur $\ell = 1 \text{ cm}$, de diamètre $d = 0,15 \text{ mm}$
- la résistance du fil s'écrit $r(T) = \frac{\rho \cdot \ell}{s}$ avec s la section du fil, et $\rho(T)$ la résistivité du plomb, donnée par la formule approchée

$$\rho(T) = aT^2 + bT + c \text{ avec } \begin{cases} a = 2,41 \times 10^{-13} \Omega \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-2} \\ b = 6,54 \times 10^{-10} \Omega \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1} \\ c = -4,43 \times 10^{-9} \Omega \cdot \text{m} \end{cases}$$

- le fil est placé dans de l'air de température constante $T_e = 21^\circ\text{C}$ et échange de la chaleur avec celui-ci via les bords du cylindre ; le coefficient de flux conducto-convectif vaut $h = 5 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
- initialement, le fil est à la température de la pièce

1. Exprimez et calculez dans un programme Python :

- la masse m du fil
- la capacité thermique C_p du fil
- la résistance thermique R_{th} entre le fil et la pièce

2. Montrez que la température T du fil, si on la suppose uniforme, vérifie l'équation différentielle

$$\tau \frac{dT}{dt} + T = T_e + r(T)I^2 R_{th} \text{ avec } \tau = C_p \cdot R_{th} \quad (1)$$

3. Quelle équation vérifie la limite T_∞ aux temps longs ? Résolvez-la, tracez alors la courbe de $T_\infty(I)$ pour I variant entre 1 mA et 200 mA, et déterminez le courant maximal que supporte ce fusible.

Remarque : on admettra que la bonne racine est la plus petite des deux trouvées.

4. Résolvez l'équation différentielle par la méthode d'Euler pour $I = 0,2 \text{ A}$ sur une durée de 2 s. Commentez.

5. Idem pour des intensités variant entre 0,2 A et 0,8 A. Commentez.