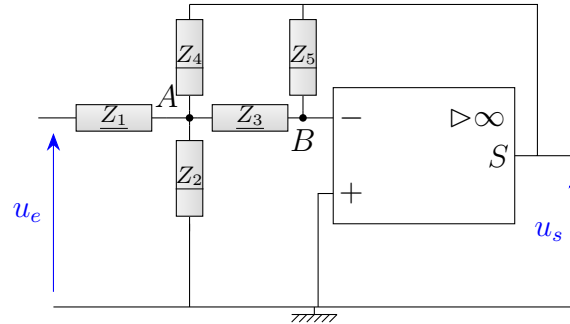


Filtre à structure de Rauch

La structure de Rauch est une structure de filtre actif très utilisée ; elle comprend 5 impédances qui, suivant les composants qu'elles représentent (résistances ou condensateurs) et leurs valeurs, permettent de réaliser tous les filtres d'ordre 2 possibles.



L'AO est supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire.

1. Appliquez le théorème de Millman au point A et exprimez $\underline{v}_A$ en fonction de $\underline{v}_B$, $\underline{u}_e$ et $\underline{u}_s$.
Indication : plutôt que d'écrire une grosse fraction, écrivez plutôt le théorème sous la forme $\left(\sum_{\text{nœuds voisins } k} \frac{1}{Z_k}\right) \underline{v}_A = \sum_{\text{nœuds voisins } k} \frac{\underline{v}_k}{Z_k}$
2. Appliquez de même le théorème de Millman en B .
3. Pour calculer $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$, on va choisir $\underline{u}_e = 1$ et calculer $\underline{u}_s$. Montrez que $\underline{x} = (\underline{v}_A, \underline{v}_B, \underline{u}_s)$ est

alors solution du système linéaire $\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{B}$ avec $\underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_3} & -\frac{1}{Z_4} \\ -\frac{1}{Z_3} & \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} & -\frac{1}{Z_5} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Remarque : on pourrait supprimer une inconnue, $\underline{v}_B$, mais on va garder cette forme pour pouvoir, à la fin, tenir compte du fait que l'AO n'est pas idéal.

4. On rappelle qu'un système linéaire se résout sous python ainsi :
 - on définit les matrices : `A=np.array([[...],[...],[...]])` et `B=np.array([...])`
 - on utilise la commande `x=np.linalg.solve(A,B)` pour avoir le vecteur des inconnues
 Écrivez une fonction `H_Rauch_(Z1,Z2,Z3,Z4,Z5)` qui prend comme argument 5 impédances, et
 - crée les matrices $\underline{A}$ et $\underline{B}$ avec les arguments donnés
 - résout le système
 - renvoie $\underline{u}_s$
5. On place :
 - en $\underline{Z}_1$ et en $\underline{Z}_3$, deux condensateurs $C = 220 \text{ nF}$
 - en $\underline{Z}_4$, un condensateur $C_4 = 22 \text{ nF}$
 - en $\underline{Z}_2$, une résistance $R_2 = 3,3 \text{ k}\Omega$
 - en $\underline{Z}_5$, une résistance $R_5 = 100 \text{ k}\Omega$

Écrivez une fonction `H1_(w)` qui renvoie la fonction de transfert de ce filtre à la pulsation ω . Tracez le diagramme de Bode de ce filtre entre 10 Hz et 100 kHz. Indiquer son type, et mesurez approximativement sa pulsation propre et son facteur de qualité.

Attention : `numpy.linalg.solve` ne permet pas une vectorisation ; il faut donc calculer le tableau des $\underline{H}_1(\omega)$ par une boucle.

6. On remplace $\underline{Z_1}$ par une résistance $R_1 = R_2$; la nouvelle FT est $\underline{H_2}$. Tracez le nouveau diagramme de Bode.

Remarque : la courbe de phase est problématique : d'une part la phase varie très brusquement au passage de la résonance, d'autre part elle traverse 360° ce qui crée une discontinuité apparente.

7. En réalité, l'AO n'est pas idéal, ce qui se traduit d'abord par un gain fini : la tension différentielle $\underline{\epsilon} = \underline{v^+} - \underline{v^-}$ n'est pas nulle, mais vaut $\underline{\epsilon} = \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}{H_0}u_s$ avec $\omega_0 = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $H_0 = 10^5$. Modifiez le système d'équations précédent, et tracez le nouveau diagramme de Bode de $\underline{H_2}$. Commentez.