

Séparation isotopique par résonance cyclotron

La résonance cyclotron exploite la différence de pulsation cyclotron d'isotopes du même élément chimique pour provoquer une résonance sur certains isotopes et pas d'autres, afin de les séparer. Cette technique a été testée par exemple pour séparer l'uranium 235 de l'uranium 238.

Les données suivantes serviront dans plusieurs questions :

- charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- électron-Volt : $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$
- unité de masse atomique : $1 \text{ uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- masse de l'uranium 235 : $m_{235} = 235 \text{ uma}$
- masse de l'uranium 238 : $m_{238} = 238 \text{ uma}$

On considère un ion de masse m , de charge q , placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ ($B_0 > 0$) orienté selon l'axe Oz d'un référentiel galiléen muni d'une base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ directe, ainsi que dans un champ électrique $\vec{E} = E(t) \vec{u}_y$.

1. Écrivez rapidement les équations différentielles vérifiées par x , y et z .
2. Résolvez le mouvement pour de l'uranium 238 ionisé une fois (charge $+e$), dans $B_0 = 0,5 \text{ T}$ et $E(t) = 0 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, avec comme CI : $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ et $\vec{v}(0) = v_0 \vec{u}_x + v_1 \vec{u}_z$ avec $\frac{1}{2} m v_0^2 = 10 \text{ eV}$ et $\frac{1}{2} m v_1^2 = 5 \text{ eV}$. On simulera sur une durée de 20 périodes environ.

Tracez la trajectoire dans le plan xy à l'aide de la fonction `odeint`. On pourra utiliser la commande `plt.axis('equal')` pour avoir une figure orthonormée.

3. À l'aide du programme suivant, tracez la trajectoire en 3D :

```

1 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
2 fig=plt.figure()
3 ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
4 ax.plot(tab_x,tab_y,tab_z)
5 plt.show()

```

4. On ajoute maintenant un champ électrique $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ avec $E_0 = 80 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Simulez la courbe avec $\omega = \frac{\omega_c}{2}$. Notez les dimensions approximative de la courbe.
5. Reprenez la même chose pour $\omega = 0,9\omega_c$, puis $0,99\omega_c$.
6. On note désormais $\omega_{c,235}$ la pulsation cyclotron de l'uranium 235 et $\omega_{c,238}$ celle de l'uranium 238. On se place à $\omega = \omega_{c,235}$. Simulez les deux courbes pour de l'uranium 235 puis 238, et tracez-les sur le même graphe ; on poussera la simulation jusqu'à 50 périodes.
7. On note $R_{max}(\omega)$ le rayon maximal atteint par la trajectoire. Tracez la courbe $R_{max}(\omega)$ pour un atome d'uranium 238, puis pour un atome d'uranium 235, sur le même graphique.
Remarque : pour être sûr d'atteindre R_{max} on pourra simuler sur 200 périodes. À la résonance exacte le rayon croît indéfiniment donc de toutes façons on n'atteindra jamais de maximum.