TD n° 27

Champs magnétiques

1. **Champ magnétique créé par une spire**
   On considère une spire circulaire de rayon R et d'axe Oz parcourue par un courant I. On admet qu'en un point $P(x,0,z)$ du plan de la feuille, elle crée un champ magnétique

$$\vec{B}(x,0,z) = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I R \left(z\cos\theta\,\vec{e}_x + (R - x\cos\theta)\,\vec{e}_z\right)}{\left(R^2 + x^2 + z^2 - 2Rx\cos\theta\right)^{3/2}} \mathrm{d}\theta$$

   On va calculer ce champ pour $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}$USI, $R = 3\,\mathrm{cm}$, $I = 1\,\mathrm{A}$, $-10\,\mathrm{cm} \leq x \leq 10\,\mathrm{cm}$ et $-10\,\mathrm{cm} \leq z \leq 10\,\mathrm{cm}$

   (a) Il faut commencer par créer la grille sur laquelle on va calculer le champ magnétique :

```
tab_x=np.linspace(-xmax,xmax,Nx) # tableau 1D des abscisses
tab_z=np.linspace(-zmax,zmax,Nz) # tableau 1D des ordonnées
mesh_x,mesh_z=np.meshgrid(tab_x,tab_z) # grille des abscisses et des ordonnées
```

   avec par exemple 20x20 points pour commencer. On dispose alors de deux matrices indiquant, pour chaque point de la grille, l'abscisse et l'ordonnée.

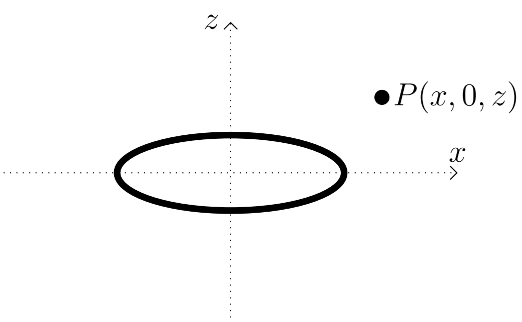
   (b) Définissez les fonctions `fx(x,z,theta)` et `fz(x,z,theta)` renvoyant les fonctions à intégrer, l'une pour avoir le champ magnétique selon $\vec{e}_x$, l'autre selon $\vec{e}_z$.

   (c) Par une méthode des rectangles (avec 100 rectangles c'est suffisant), calculez alors le champ magnétique en tout point de la grille. Vous devez obtenir deux matrices `mesh_Bx` et `mesh_Bz`.
   Indication : pour créer des matrices de même dimensions que `mesh_x`, on peut utiliser `mesh_Bx=np.zeros_like(mesh_x)`

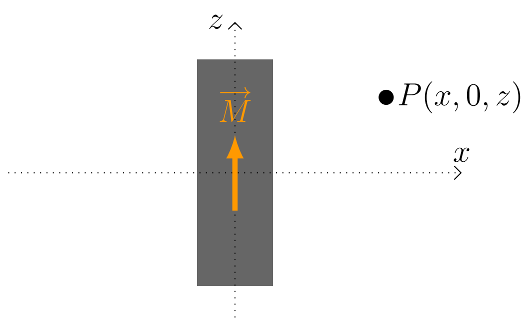
   (d) Tracez une carte de champ à l'aide du programme suivant ; commentez.

```
plt.figure()
plt.quiver(mesh_x,mesh_z,mesh_Bx,mesh_Bz)
plt.show()
```

   (e) Remplacez `quiver` par `streamplot` et observez la carte de lignes de champ.



Spire



aimant droit

2. **Champ magnétique créé par un aimant droit**
   On considère maintenant un aimant droit d'aimantation M comme sur la figure, de dimensions ℓ_x par ℓ_z. Son champ magnétique en un point $P(x,0,z)$ est donné par (attention aux minuscules et majuscules) :

$$\vec{B}(x,0,z) = \int_{X=-\frac{\ell_x}{2}}^{+\frac{\ell_x}{2}} \int_{Z=-\frac{\ell_z}{2}}^{+\frac{\ell_z}{2}} \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{\left(2\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right)\vec{e}_z + 2\sin\varphi\cos\varphi\,\vec{e}_x}{\left((x-X)^2 + (z-Z)^2\right)^{3/2}} \mathrm{d}Z\mathrm{d}X$$

$$\text{avec } \varphi = \arctan\frac{x-X}{z-Z}$$

Procédez de même pour calculer le champ magnétique créé par un aimant tel que $\ell_x = 1\,\text{cm}$, $\ell_z = 6\,\text{cm}$ et $\mu_0 M = 0{,}2\,\text{USI}$ grâce à une double boucle d'intégration.

Remarque : à l'intérieur de l'aimant, ça fait un peu n'importe quoi. On peut cacher cela en ajoutant

```
from matplotlib.patches import Rectangle
plt.gca().add_patch(Rectangle((-lx/2,-lz/2), lx, lz,color="black"))
```