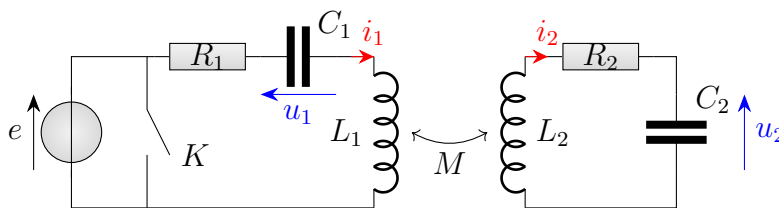


Résonateur de Tesla

Les résonateurs de Tesla sont des systèmes électriques mis au point par Nicolas Tesla pour créer des décharge électriques surpuissantes ; ils sont capables de créer des différences de potentiel de plusieurs centaines de milliers de Volts. Ils fonctionnent suivant 3 étapes :

- un premier étage contient un des condensateurs et des bobines avec un hacheur rotatif qui coupe régulièrement une branche du circuit, provoquant une surtension aux bornes des bobines. On obtient alors une tension alternative très forte
- un deuxième étage consiste en un transformateur survolteur
- un troisième étage consiste en un RLC résonant où se crée l'arc électrique

Le schéma de l'étude est représenté ci-dessous :



Valeurs numériques : $L_1 = 20 \mu\text{H}$, $L_2 = 50 \text{mH}$, $M = 0.7\sqrt{L_1 L_2}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$ et $C_2 = 5 \text{pF}$.

1. Calculez la fréquence théorique de résonance f_0 du second circuit.
Calculez la valeur de C_1 pour que le premier circuit résonne à la même fréquence.
2. On considère pour le moment l'ensemble comme un filtre d'entrée e et de sortie u_2 .
Écrivez 4 équations différentielles reliant u_1 , u_2 , i_1 et i_2 (2 lois des mailles, et 2 lois des condensateurs). Passez-les en complexes, et déduisez-en un système de 4 équations à 4 inconnues sous la forme

$$A \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = B$$

où A est une matrice 4 par 4 et B un vecteur 4 par 1.

3. Résolvez ce système à l'aide de `numpy.linalg.solve` pour $f = 100 \text{kHz}$ et $e(0) = 1 \text{V}$.
4. Tracez la courbe de $|u_2|$ en fonction de f entre $f_0/2$ et f_0 . Pour quelle fréquence a lieu la résonance ? Mesurez son facteur de qualité Q .
5. On s'intéresse maintenant à la dynamique du circuit : le condensateur C_1 se charge, puis une fois une tension $U_0 = 10\,000 \text{V}$ atteinte, l'interrupteur K se ferme.

Au secondaire, il apparaît une telle surtension que des étincelles vont apparaître aux bornes du condensateur ; cette étincelle agit comme un conducteur ohmique entre les deux bornes, dont la résistance R_e varie en fonction de la tension u_2 selon la loi :

$$\begin{cases} R_e = \infty & \text{si } |u_2| < U_e = 5 \times 10^4 \text{V} \\ R_e = \frac{D}{|u_2| - U_e} & \text{sinon, avec } D = 3 \times 10^8 \Omega \cdot \text{V} \end{cases}$$

Résolvez alors l'évolution du système pour $u_1(0) = U_0$ et les autres CI nulles. Déterminez le nombre d'éclairs, et leur durée.