

CONCOURS BLANC

Durée : 4 heures

La calculatrice est autorisée.

Aucun document n'est autorisé.

Il est demandé d'encadrer les expressions littérales et les valeurs numériques.

Les résultats qui ne sont pas encadrés ne seront pas pris en compte.

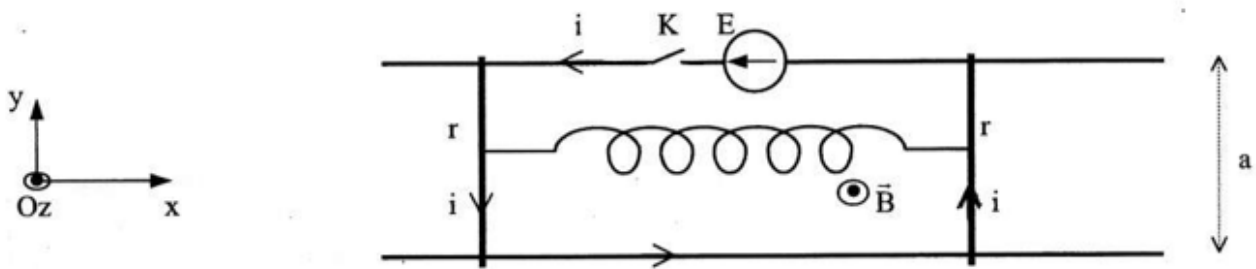
Les parties rédigées au crayon ne seront pas prises en compte.

Exercice 1 : Mouvement de deux barreaux par induction

On considère le dispositif des rails de Laplace dans le plan horizontal, de résistance nulle, horizontaux, parallèles et distants de a , sur lesquels peuvent se déplacer sans frottements deux barreaux identiques, de même masse m et de même résistance électrique R , restant constamment perpendiculaires aux rails. Ces barreaux sont reliés par un ressort (masse négligeable, constante de raideur k , longueur à vide l_0). Voir figure.

Une source de tension de fém constante E est présente dans le circuit. L'interrupteur K est ouvert jusqu'à $t = 0$. L'inductance propre du circuit est négligée.

Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical ascendant $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B > 0$.



Les barreaux sont repérés par leurs abscisses x (barreau de droite) et x' (barreau de gauche) (axes sur la figure). A l'instant initial, la distance séparant les deux barreaux est égale à la longueur à vide l_0 et les barreaux sont immobiles.

Le sens conventionnel positif pour le courant est précisé sur la figure.

1) La quantité de mouvement du système est définie par : $\vec{p}(\text{système}) = \vec{p}(\text{tige1}) + \vec{p}(\text{tige2})$.

Que vaut $\frac{d\vec{p}(\text{système})}{dt}$?

2) En déduire que le centre d'inertie G de l'ensemble des deux barreaux est immobile. Par conséquent, on prendra G comme origine du référentiel (supposé galiléen).

3) Montrer que : $x' = -x$

4) Exprimer la longueur l du ressort en fonction de x .

5) Déterminer l'équation du mouvement de la tige de droite.

6) Déterminer l'équation électrique caractéristique du circuit.

7) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

8) Quelle est la limite x_{lim} atteinte par $x(t)$? Que vaut alors la longueur du ressort ?

9) Sans résoudre l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, tracer l'allure de $x(t)$ dans le cas où $\sqrt{\frac{2k}{m}} > \frac{a^2 B^2}{2mR}$ compte tenu des conditions initiales.

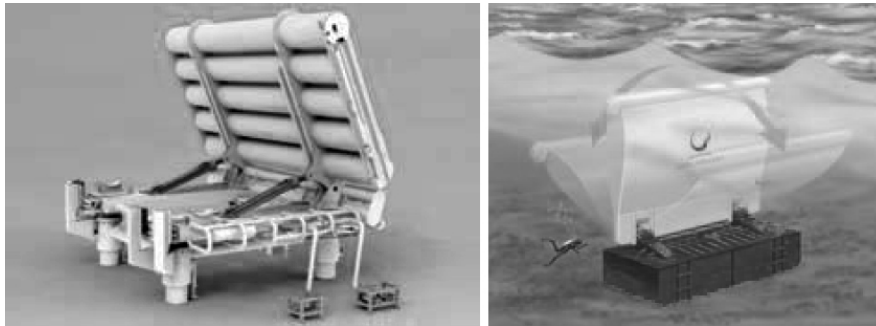
10) Effectuer le bilan de puissance électrique.

11) Le ressort apparaît ici comme une force d'interaction liant les deux barreaux. L'énergie potentielle élastique est ainsi l'énergie potentielle d'interaction du système $\frac{k}{2}(\ell - \ell_0)^2$. Effectuer le bilan de puissance mécanique pour l'ensemble des deux tiges – l'énergie cinétique du système étant égale à la somme des énergies cinétiques.

12) Eliminer le terme de couplage pour établir comment se répartit la puissance fournie par le générateur dans le circuit. Interpréter.

Exercice 2 : Récupération de l'énergie houlomotrice (d'après E3A 2018)

Cet exercice porte sur la description d'un système de production d'électricité à partir des mouvements de la houle océanique. Le système est constitué d'une partie fixe ancrée au fond marin et d'une partie mobile oscillant au rythme de la houle. Les dispositifs OYSTER et WAVEROLLER présentés ci-dessous fonctionnent selon ce principe.



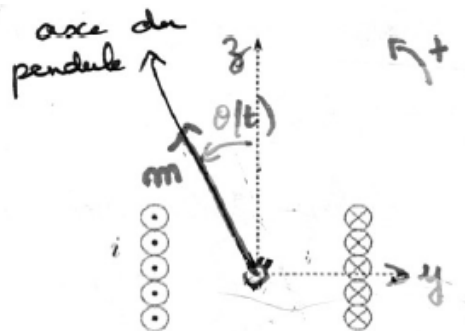
Nous ne nous intéresserons pas ici sur la modélisation mécanique du dispositif et nous nous concentrerons sur la production d'électricité. Celle-ci est réalisée par un alternateur dont le rotor oscille avec la houle tandis que le stator est constitué d'une bobine fixe sur le fond marin.

Cette bobine comporte N spires, est parcourue par un courant d'intensité $i(t)$ (cf figure ci-dessous pour son orientation) et est reliée à un appareil électrique de résistance R qui modélise l'entrée du système de récupération de l'énergie électrique. L'inductance de cette bobine vaut L ; on néglige sa résistance interne.

La bobine est à l'origine d'un champ magnétique \vec{B} que l'on suppose uniforme en son sein :

$$\vec{B}(t) = K i(t) \vec{e}_z$$

Le rotor est constitué d'un aimant de moment magnétique \vec{m} repéré par l'angle $\theta(t)$ (voir figure ci-dessous).



1) En supposant que la bobine peut être assimilée à un solénoïde de longueur ℓ très grande devant son rayon r , donner l'expression de K .

Dans toute la suite, les grandeurs recherchées seront exprimées en fonction des coefficients K et L .

2) Afin d'exprimer le flux du champ magnétique dû à l'aimant à travers la bobine, on remplace temporairement l'aimant par une spire de même moment magnétique \vec{m} , de surface S et parcourue par un courant d'intensité constante I_{spire} . Reprendre le schéma précédent et remplacer l'aimant par la spire en précisant le sens du courant I_{spire} .

3) Préciser la relation entre $m = \|\vec{m}\|$, I_{spire} et S .

4) Exprimer le flux $\varphi_{\text{stator} \rightarrow \text{rotor}}$ du champ \vec{B} créé par la bobine (stator) à travers la spire (rotor) en fonction de K , S , i et θ .

5) En déduire l'expression du flux $\varphi_{\text{rotor} \rightarrow \text{stator}}$ du champ créé par l'aimant à travers la bobine en fonction de m , K et θ .

6) Donner le circuit électrique équivalent au circuit constitué de la bobine fermée sur la résistance R modélisant l'entrée du système de récupération. Établir l'équation électrique associée à ce dispositif.

Du fait de la houle, le pendule (rotor) effectue des oscillations sinusoïdales de faibles amplitudes à la fréquence de la houle :

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t) \quad \text{avec } \theta_m \ll 1 \text{ rad.}$$

7) Compte tenu de ces informations, donner l'équation électrique vérifiée par le courant $i(t)$.

8) Introduire un temps caractéristique τ pour ce circuit. Que peut-on dire de la réponse $i(t)$ au bout de quelques τ ?

9) Résoudre l'équation électrique en régime permanent sous la forme :

$$i(t) = I_m \cos(\Omega t + \varphi)$$

Donner l'expression de Ω , I_m et φ .

On considère maintenant que $L\omega \ll R$. Les oscillations du rotor seront toujours supposées sinusoïdales, d'amplitude faible : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t)$ avec $\theta_m \ll 1$ rad.

10) Donner l'expression de $i(t)$ dans ces conditions.

11) Déterminer le couple des forces de Laplace subi par le rotor $\vec{\Gamma}_L(t)$ à l'excitation $\theta(t)$.

12) Montrer que l'expression précédente est constituée de la superposition de plusieurs harmoniques dont on identifiera la pulsation. Commenter.

Problème de Thermodynamique

Le but de ce problème est de regarder, en tant que scientifique non expert du sujet, quelques aspects d'une centrale nucléaire de type EPR (signifiant Evolutionary Pressurised water Reactor), qui est un type de réacteur à eau pressurisée (REP).

Les 19 centrales nucléaires actuellement en fonctionnement en France ont été globalement construites sur le même mode. Tous leurs réacteurs utilisent la même technologie, dans laquelle de l'eau sous pression sert à transporter la chaleur produite par les réactions nucléaires. [...]

Les centrales nucléaires regroupent un total de 58 réacteurs dont 34 produisent chacun une puissance électrique de 900 MégaWatt (MWe) — 900 MWe permet d'alimenter près de 500 000 foyers. À cela s'ajoutent 20 réacteurs de 1300 MWe, tandis que les quatre derniers délivrent 1450 MWe. Un 59ème réacteur est actuellement en construction à Flamanville, dans la Manche. De type EPR (Evolutionary Pressurised water Reactor), il développera une puissance électrique de l'ordre de 1600 MWe. Actuellement, ces installations produisent près de 80 % de l'électricité produite en France.

Autorité de Sûreté Nucléaire, informations mises à jour en février 2018

Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Les données numériques sont fournies dans le document en fin de sujet.

Le principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire est représenté figure 1. Le réacteur chauffe une certaine quantité d'eau qui circule, en boucle fermée, dans le circuit primaire. L'eau du circuit primaire permet de vaporiser l'eau contenue dans le circuit secondaire dont la circulation assure la rotation de turbines couplées à des alternateurs. Le circuit tertiaire est utilisé pour liquéfier l'eau du circuit secondaire en sortie des turbines, avant qu'elle ne soit à nouveau injectée dans les générateurs de vapeur.

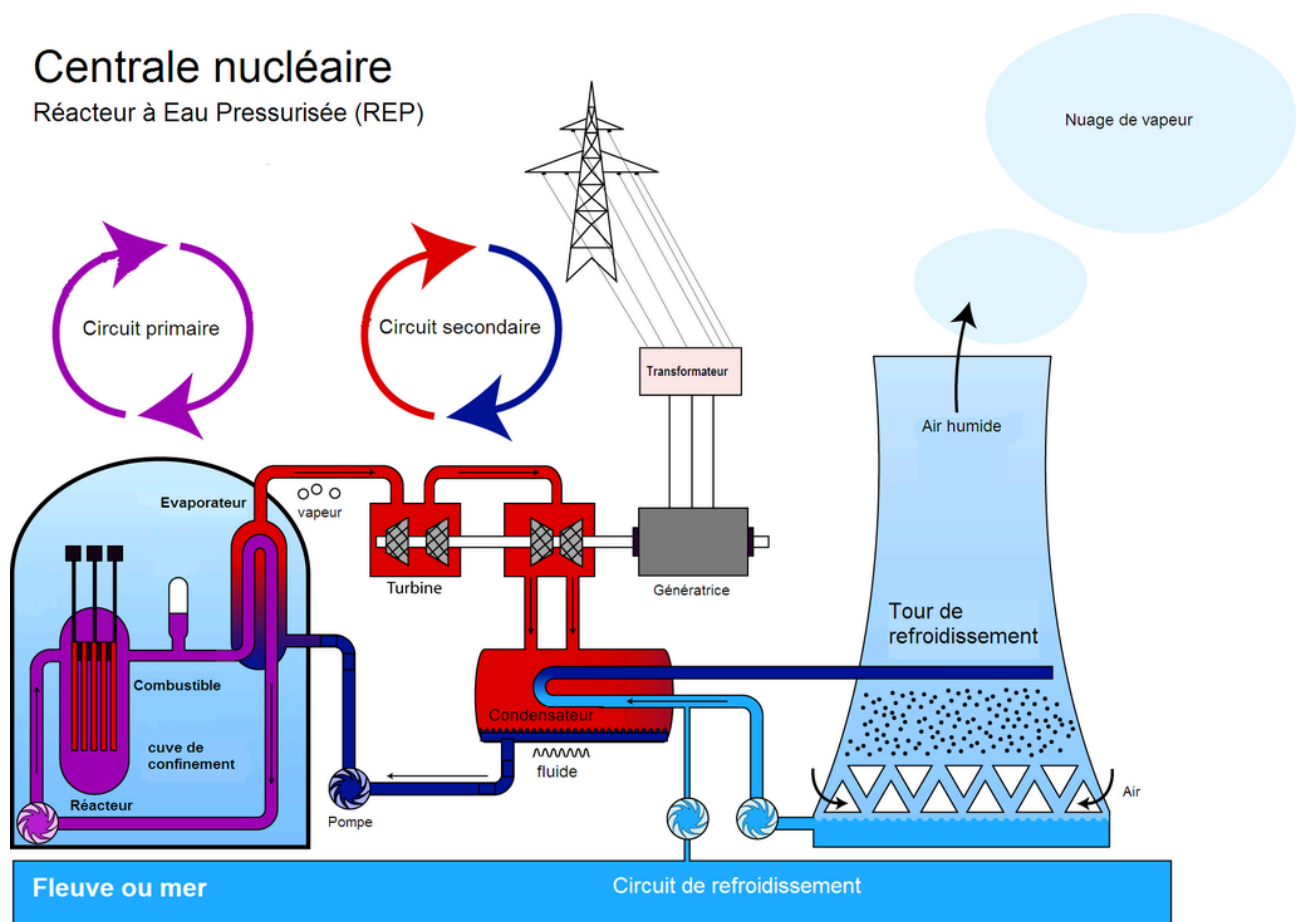


Figure 1 : Principe d'une centrale nucléaire (source : Wikipedia)

Au niveau du circuit secondaire, la centrale fonctionne comme représenté sur le schéma de la figure 2. Dans ce schéma x désigne le titre de vapeur, c'est à dire le rapport entre le débit massique de vapeur d'eau et le débit massique total (liquide et vapeur).

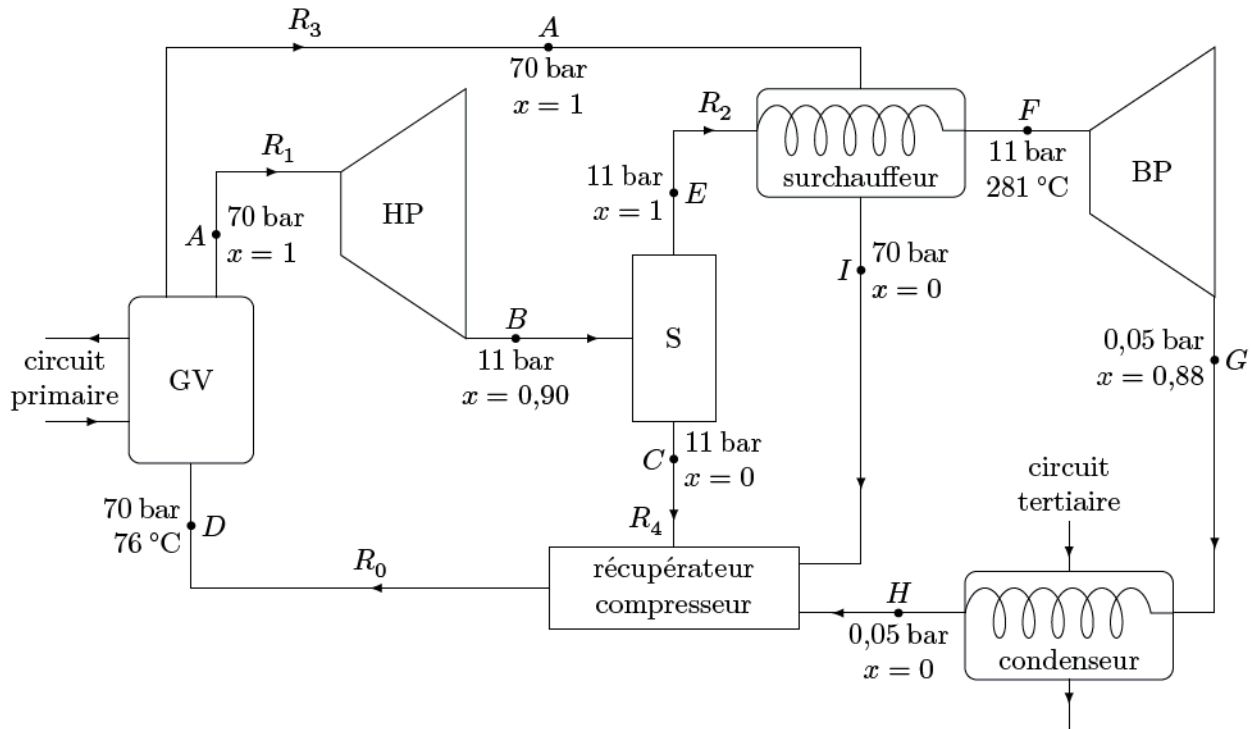


Figure 2

Les échanges d'énergie avec le circuit primaire se font au niveau du générateur de vapeur (GV), dans lequel l'eau du circuit secondaire entre avec un débit R_0 , initialement à l'état (D). À la sortie du générateur de vapeur, l'eau est sous forme de vapeur saturante sèche (état A). La plus grande partie (débit R_1) est dirigée vers la turbine haute pression (HP); une autre (débit R_3) est destinée au surchauffeur. Dans la turbine, l'eau passe de l'état (A) à l'état (B) ; cette détente est adiabatique. De là, l'eau passe dans un séparateur dont le seul rôle est de répartir les deux phases par gravité, à température et pression constantes. En haut de ce séparateur sort de la vapeur saturante sèche dans l'état (E), avec un débit R_2 , qui est ensuite surchauffée jusqu'à $T_F = 281^\circ\text{C}$. Une fois surchauffée, la vapeur dans l'état (F) passe dans une turbine basse pression (BP), calorifugée, où elle subit une détente qui l'amène à l'état (G). Elle est ensuite entièrement liquéfiée par échange thermique à pression constante avec le circuit tertiaire (en général, de l'eau de rivière ou de mer) jusqu'à l'état (H). Une partie de la vapeur issue du générateur (débit R_3) passe dans le surchauffeur et y subit une liquéfaction totale à pression constante jusqu'à l'état (I).

Avant d'être réinjectée dans le générateur de vapeur, un récupérateur-compresseur, récolte l'eau entièrement liquide issue du séparateur, du surchauffeur et du condenseur et les comprime jusqu'à l'état (D).

On considèrera que les variations d'énergie cinétique sont négligeables devant les variations d'enthalpie lors de la traversée des différents éléments.

I. Approche générale

Soit un élément quelconque, avec une seule entrée et une seule sortie, pour lequel on note :

- R le débit massique de fluide à travers l'élément ;
- P_u la puissance fournie au fluide par les forces autres que pressantes ;
- P_{th} , la puissance thermique fournie au fluide ;
- h_e , l'enthalpie massique du fluide juste avant l'entrée ;
- h_s , l'enthalpie massique du fluide juste après la sortie.

Q 1. Montrer à partir du premier principe industriel que : $R(h_s - h_e) = P_u + P_{th}$.

Dans le cas d'un élément comportant plusieurs entrées et sorties, le bilan précédent se généralise en :

$$\sum_{i(\text{sorties})} R_i h_{s,i} - \sum_{j(\text{entrées})} R_j h_{e,j} = P_u + P_{th}$$

II. Analyse du cycle

Q 2. Placer tous les états A, B, C, \dots, I sur le diagramme (T, s) de l'eau fourni dans le document réponse se trouvant en fin de sujet, et à joindre à la copie. On s'aidera de la figure 2 et des données fournies en fin de document.

III. Calcul d'enthalpies massiques

Q 3. Par lecture graphique, déterminer la valeur de l'enthalpie massique h_F de l'eau dans l'état (F) .

Q 4. Calculer la valeur de l'enthalpie massique h_B à partir des données numériques fournies et de la valeur de x_B .

Q 5. Calculer la valeur de l'enthalpie massique h_G à partir des données numériques fournies et de la valeur de x_G .

Q 6. Estimer la valeur de l'enthalpie massique h_D au point D.

IV. Calcul des différents débits

Q 7. Exprimer la relation simple qui existe entre les débits R_0, R_1 et R_3 .

Q 8. Exprimer la relation simple qui existe entre les débits R_2, R_1 et le titre en vapeur au point B) x_B .

Q 9. Exprimer la relation simple qui existe entre les débits R_4, R_1 et le titre en vapeur au point B) x_B .

Q 10. Le surchauffeur est un simple échangeur de chaleur entre deux fluides ; il n'y a donc aucune puissance mécanique mise en jeu. En supposant que le surchauffeur soit parfaitement calorifugé, trouver une relation entre les débits R_2 et R_3 faisant intervenir des enthalpies massiques à préciser.

Q 11. Calculer numériquement les débits R_0, R_1, R_2, R_3 et R_4 .

V. Au niveau des turbines

Les machines réalisant la compression ou la détente d'un fluide ont une conception très compacte pour des raisons de poids, d'encombrement et de coût. Pour les mêmes raisons, elles tournent très vite (plusieurs milliers de tours par minute).

Q 12. Déterminer l'entropie créée à la traversée de chacune des turbines : Les transformations dans les turbines HP et BP sont-elles réversibles ? Dans le cas où les transformations sont irréversibles, quelles sont les causes de cette irréversibilité ?

VI. Rendement du cycle

Q 13. La centrale sert à mettre en mouvement les turbines : Calculer la puissance totale p que peut fournir la centrale.

Q 14. Pour cela la centrale reçoit de l'énergie au niveau du générateur de vapeur : Déterminer la puissance reçue $p_{th,GV}$ auprès de cet élément.

Q 15. Définir alors et calculer le rendement pour l'ensemble du circuit secondaire.