

LES CHIFFRES SIGNIFICATIFS

I. Définition

Le nombre de chiffres significatifs correspond au nombre de chiffres utilisés, sans prendre en compte les zéros par lequel commence le nombre étudié.

Exemple 1 : 1,23 a 3 chiffres significatifs. 001,23 aussi.

Donner la valeur d'une grandeur avec un certain nombre de chiffres significatifs revient à en donner une valeur arrondie. Plus il y a de chiffres significatifs, plus la valeur est précise.

Exemple 2 : La mesure 1,000 kg est évidemment plus précise que 1 kg.

La difficulté est de **donner le résultat avec un nombre cohérent de chiffres significatifs** ; il ne s'agit pas de recopier l'écran de sa calculatrice sous prétexte qu'elle affiche 10 chiffres significatifs, ni de rajouter une dizaine de zéros après le dernier chiffre non nul pour augmenter arbitrairement la précision du résultat...

II. Différence entre la vie courante et le monde scientifique

C'est d'autant plus compliqué que dans la vie courante, on ne se soucie pas des chiffres significatifs.

Exemple 3 : Il est 14h : l'heure est donnée avec 2 chiffres significatifs.

Il est 2h de l'après-midi : l'heure est donnée avec 1 seul chiffre significatif, mais c'est exactement la même information que précédemment.

Exemple 4 : Ce livre fait environ 1000 pages. Ce n'est pas une valeur précise, bien que la notation usuelle utilise 4 chiffres significatifs ... Et si vous lisez environ un tiers de ce pavé d'à peu près 1000 pages, n'écrivez surtout pas que vous en avez lu 333,33 !

Exemple 5 : Il y a environ 50 élèves en MP2I au lycée Fermat : c'est l'ordre de grandeur. Le nombre exact est à faire avec les données de la rentrée : 49 ? 48 ? 47 ?

Heureusement les scientifiques disposent de la **notation scientifique** : on écrit pour le livre précédent qu'il comporte 10^3 pages, qu'en lisant un tiers, vous avez lu $3 \cdot 10^2$ pages, qu'il y a environ $5 \cdot 10$ élèves en MP2I et 10^2 en MPSI au lycée Fermat, avec un seul chiffre significatif.

III. Comment écrire le résultat d'un calcul avec le nombre adéquat de chiffres significatifs

Il y a les règles générales, et les adaptations qu'on peut en faire pour que le résultat ait du sens.

Règle 1 : Lorsqu'on effectue une multiplication ou une division, le résultat aura autant de chiffres significatifs que la donnée qui en a LE MOINS.

Exemple 6 : La vitesse du son dans l'air est de 344 m/s. Le son parcourt en 10 s la distance d :
 $d = v t = 3,4 \cdot 10^3 \text{ m} = 3,4 \text{ km}$.

Exemple 7 : L'énergie cinétique d'une balle allant à 100 km/h, pesant 10 g est :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = 3,9 \text{ J}$$

Exemple 8 : Le volume d'une sphère de rayon $R = 4,5 \text{ cm}$ est : $V = \frac{4\pi R^3}{3} = 3,8 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$, avec 2 chiffres significatifs comme la valeur de R .

Exemple 9 : La masse volumique de la glace est de $\rho = 0,92 \text{ g/cm}^3$. Le volume massique v est l'inverse :
 $v = (1/0,92) \text{ cm}^3/\text{g} = 1,1 \text{ cm}^3/\text{g}$ – ne pas écrire les 10 chiffres significatifs qu'affiche la calculatrice !

Règle 2 : Lorsqu'on effectue une addition ou une soustraction, on écrit les nombres à sommer ou soustraire de sorte qu'ils aient une écriture comparable (unité / dizaine / centaine, etc) ; le résultat doit avoir autant de chiffres après la virgule que le nombre qui en comporte le moins.

Exemple 10 :

$25,12 + 36,2 + 4,965 + 82,1294 = 148,4$ – avec une seule décimale comme 36,2

Attention à l'écriture scientifique qui peut prêter à confusion :

Exemple 11 : $25,12 + 3,62 \cdot 10^1 + 49,65 \cdot 10^{-1} + 8212,94 \cdot 10^{-2} = 25,12 + 36,2 + 4,965 + 82,1294 = 148,4$

Cependant, il faut parfois déroger à ces règles pour ne pas être trop imprécis : être souple...

Exemple 12 : Une boîte fait 11 cm de haut, 10 de large, 9 de profondeur. Son volume est de 990 cm^3 . Comme la grandeur la moins précise est de 1 chiffre significatif, on peut donner comme volume final 10^3 cm^3 . L'erreur n'est que de $10/990 = 1\%$.

Exemple 13 : Un cube de côté 5 cm a pour volume $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ cm}^3$. Comme on n'a qu'un chiffre significatif sur les longueurs, on est tenté de ne garder qu'un chiffre significatif sur les volumes, ce qui donne 10^2 cm^3 . L'erreur est maintenant de $25/125 = 20\%$. C'est beaucoup ; il est plus raisonnable de donner le résultat avec 2 chiffres significatifs, donc d'afficher un volume de $1,3 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$.

Exemple 14 : Adrien a parcouru 9,2 km en 2h, ce qui donne une vitesse moyenne de 4,6 km/h. Bertrand a parcouru 8,6 km en 2h, ce qui donne une vitesse moyenne de 4,3 km/h. Si on utilise un seul chiffre significatif, on écrirait 5km/h pour le premier et 4 km/h pour le second, ce qui exagère grandement la différence entre leurs deux performances. L'écriture à 2 chiffres significatifs est préférable.

IV. Cas usuel en CPGE

En général, en CPGE, les valeurs numériques seront données avec un même nombre de chiffres significatifs, généralement 2 ou 3. Vous suivrez l'énoncé en donnant les résultats avec ce même nombre de chiffres significatifs et en utilisant la notation scientifique.

Si vous avez un calcul à faire avec plusieurs grandeurs intermédiaires à calculer, il est préférable de d'écrire les valeurs calculées intermédiaires avec une précision suffisante ; ce n'est que le résultat final qui sera arrondi avec le nombre de chiffres significatifs cohérent. Sinon, les écarts sur chaque calcul s'accroissent et le résultat final pourra être erroné.

V. Ordre de grandeur

L'ordre de grandeur d'un résultat numérique correspond à la puissance de dix la plus proche de sa valeur numérique.

Exemple 15 : La vitesse de la lumière dans le vide est de $c = 299\,792\,458 \text{ m/s} = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, soit environ $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. L'ordre de grandeur de c est de 10^8 m/s .

L'intérêt est de vérifier rapidement la bonne cohérence d'une application numérique – avoir rapidement l'ordre de grandeur, c'est-à-dire la puissance de 10 approchante : par exemple est-ce que la vitesse obtenue à la sortie d'un accélérateur de particule est de l'ordre de 10^{-2} m/s , 10^2 m/s ou 10^6 m/s ?