



FM 3 - Analyse dimensionnelle

I. Dimension et Unités de base

Une grandeur physique est caractérisée par une **dimension** qui traduit sa nature physique. L'unité est indispensable pour renseigner la valeur de la grandeur physique

Dimension	Symbole	Unité SI
Longueur	L	Mètre (m)
Masse	M	Kilogramme (kg)
Temps	T	Seconde (s)
Intensité électrique	I	Ampère (A)
Température absolue	θ	Kelvin (K)
Intensité lumineuse	J	Candela (cd)
Quantité de matière	N	Mole (mol)

II. Equation aux dimensions

On appelle équation aux dimensions l'écriture de la dimension d'une grandeur physique X en fonction des sept dimensions de base du SI :

$$[X] = L^a M^b T^c I^d \theta^e J^f N^h$$



Comment établir une équation aux dimensions ?

1. Exprimer la grandeur dont on cherche la dimension à l'aide de la définition ou d'une autre formule connue.
2. Exprimer les dimensions des grandeurs intervenants dans la formule précédente à l'aide des 7 dimensions de base.
3. Conclure sur la dimension de la grandeur recherchée.

Exemple : Une force F est le produit d'une masse par une accélération $[F] = M[a] = M \cdot L \cdot T^{-2}$

III. Homogénéité et analyse dimensionnelle

Une relation est homogène si les deux membres d'une égalité ont même dimension On vérifie l'homogénéité d'une relation en faisant une **analyse dimensionnelle**.



Vérifier l'homogénéité d'une relation

- **On ne peut additionner ou soustraire que des grandeurs de même dimension.**
- **L'argument des fonctions mathématiques comme cos, sin, tan, ln, exp, log... doit être sans dimension, ces fonctions sont elles-mêmes sans dimension.**
- **La dimension du produit (quotient) de deux grandeurs est le produit (quotient) des dimensions de chacune des grandeurs**
- **Les 2 membres d'une égalité, d'une somme ou d'une différence sont de même nature** (scalaire ou vectorielle).

Exemple :

La formule de Toricelli lie la vitesse d'écoulement d'un fluide sous l'effet de la pesanteur à la hauteur de fluide située au-dessus de l'ouverture par laquelle il s'échappe selon la relation : $v = \sqrt{2gh}$. Vérifier l'homogénéité de cette relation.

$$[\sqrt{2gh}] = (L \cdot T^{-2} \cdot L)^{1/2} = L \cdot T^{-1} = [v] \quad \text{Homogène}$$

Une expression non homogène est nécessairement fausse.

Une expression homogène peut être fausse, mais l'erreur de calcul sera plus facilement excusable.



Comment déterminer une relation par analyse dimensionnelle ?

1. **Identifier les grandeurs A, B, C...** caractéristiques du problème étudié dont peut dépendre la grandeur X recherchée.
2. **Exprimer la grandeur recherchée sous la forme $X = k \cdot A^\alpha B^\beta C^\delta \dots$** avec k est un nombre sans dimension.
3. **Écrire l'équation aux dimensions $[X] = [A]^\alpha [B]^\beta [C]^\delta \dots$**
4. **Exprimer les dimensions de A, B, C et X en fonction des 7 dimensions de base du SI.**
5. En égalisant les exposants de chaque dimension de base du SI présents à gauche et à droite, **établir le système d'équations vérifié par $\alpha, \beta, \delta \dots$ et le résoudre.**
6. **Conclure** sur l'expression de X.