FM 7 – Etude d'un circuit d'ordre 1

Un circuit d'ordre 1 peut contenir :

- **Une bobine et un nombre quelconque de résistances**
- **Un condensateur et un nombre quelconque (>1) de résistances**

I. Mise en équation

1. **Redessiner le circuit.**

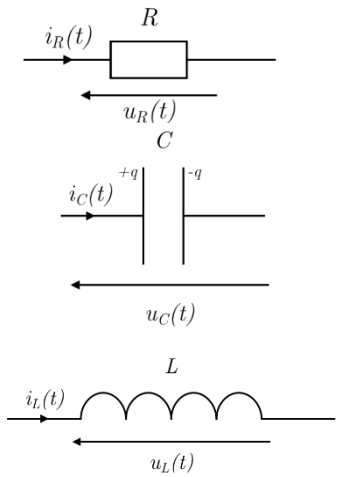
2. **Flécher et nommer tous les courants et toutes les tensions en respectant les notations imposées par l'énoncé s'il y en a.**

3. **Ecrire les relations décrivant les dipôles et le circuit :**

   - Pour une résistance en convention récepteur : $\boldsymbol{u_R(t) = R\, i(t)}$

   - Pour un condensateur idéal en convention récepteur : $\boldsymbol{i_C(t) = C\, \frac{du_c(t)}{dt}}$

   - Pour une bobine idéale en convention récepteur : $\boldsymbol{u_L(t) = L\, \frac{di_L(t)}{dt}}$



   - Les lois des mailles

   - Les lois des nœuds

4. **Choisir une équation qui servira de point de départ au raisonnement** : très souvent, une loi des mailles ou une loi des nœuds qui fait apparaître explicitement la grandeur dont on cherche l'évolution temporelle et la source éventuellement présente.

5. **Dans l'équation retenue, modifier à l'aide des relations listées à l'étape 3 les termes non constants qui ne contiennent pas la grandeur recherchée pour les exprimer en fonction de celle-ci ou de sa dérivée première.**

   Dans le cas où la relation entre la grandeur recherchée et la variable fait intervenir la dérivée de la variable, il faut dériver toute l'équation.

6. **Si la grandeur recherchée est s(t), il faut aboutir à une équation de la forme :**

$$\boldsymbol{\frac{ds}{dt} + \frac{1}{\tau} s = 2^{nd}\ membre}$$

Où τ est un temps caractéristique du circuit, à exprimer en fonction des paramètres du circuits (valeurs des différentes résistances, capacités et inductances) en identifiant l'équation différentielle établie avec la forme canonique.

II. Résolution de l'équation différentielle

La solution est $s(t) = s_H(t) + s_P(t)$ avec :

- $s_H(t)$: solution générale de l'équation homogène (équation sans second membre)
- $s_P(t)$: solution particulière de l'équation avec second membre.

1. Solution homogène

- Equation homogène type : $\frac{ds}{dt} + \frac{1}{\tau}s = 0$
- Equation caractéristique : $X + \frac{1}{\tau} = 0 \Longrightarrow X = -\frac{1}{\tau}$
- **Solution homogène** : $\boldsymbol{s_H(t) = A\, exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$

Cette fonction tend vers 0 quand t tend vers l'infini, elle représente le caractère transitoire de l'évolution temporelle.

2. Solution particulière et régime permanent

En présence de sources continues, il s'agit d'une constante, elle correspond donc au régime permanent :

$$\boldsymbol{s_P = \tau \times 2^{nd} membre.}$$

On peut aussi la déterminer grâce à **l'étude du régime permanent du circuit $s_P = s_\infty$.**

1. **Reproduire le circuit électrique une fois le nouveau régime permanent atteint en remplaçant les condensateurs par un interrupteur ouvert et les bobines par un fil.**
2. **Écrire que les tensions aux bornes des fils et les intensités à travers les interrupteurs ouverts sont nulles.**
3. **Appliquer les lois des nœuds, les lois des mailles et les relations intensité-tension pour déterminer les autres grandeurs électriques**.

3. Détermination de la constante et condition initiale

On détermine la constante d'intégration A à l'aide de la condition initiale s(0).

Pour cela :

1. **Déterminer les valeurs des intensités traversant les bobines ou les tensions aux bornes des condensateurs AVANT la fermeture de l'interrupteur (t = 0-).**
2. **Utiliser la continuité de la tension aux bornes du condensateur (ou de sa charge) ou de l'intensité du courant à travers une bobine, pour déterminer ces valeurs JUSTE APRÈS la fermeture de l'interrupteur (t = 0+).**
3. **Les autres grandeurs électriques à t = 0+ se déterminent en appliquant les relations intensité/tension des dipôles et les lois des mailles et des nœuds à t = 0+.**
4. **On en déduit les valeurs de s(0+).**