



## TD 1 - Bases de l'optique géométrique

### Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
- Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
- Définir le modèle de l'optique géométrique. Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique.
- Appliquer les lois de Descartes.
- Etablir la condition de réflexion totale.
- Etablir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

*J'apprends mon cours : Questions de cours, QCM, exercices 1, 2, 5*

### Questions de cours

- Q1.** Donner l'intervalle des longueurs d'onde du domaine du visible. Préciser en particulier l'ordre de grandeur des longueurs d'onde dans le vide pour les couleurs bleu, vert, jaune et rouge.
- Q2.** Donner les différentes sources lumineuses et décrire les spectres associés.
- Q3.** Qu'appelle-t-on une source ponctuelle monochromatique ? Quelle source réelle se rapproche le plus d'une source monochromatique ?
- Q4.** Définir l'indice optique d'un milieu transparent homogène et isotrope.
- Q5.** Relier longueur d'onde, fréquence, célérité, indice optique.
- Q6.** Expliquer l'approximation de l'optique géométrique.
- Q7.** Définir un rayon lumineux et donner ses propriétés dans le cadre de l'optique géométrique.
- Q8.** Énoncer les lois de Descartes.
- Q9.** Tracer les rayons lumineux sur un schéma dans le cas  $n_1 > n_2$  et inversement.
- Q10.** Dans quel cas y a-t-il un angle de réfraction limite ? Exprimer l'angle en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
- Q11.** Décrire le phénomène de réflexion totale. A quelle condition sur  $n_1$  et  $n_2$  peut-on avoir une réflexion totale ? Etablir l'expression de l'angle d'incidence limite  $i_l$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$  au-delà duquel le phénomène apparaît.
- Q12.** Établir l'expression de l'angle au sommet du cône d'acceptance ainsi que l'expression de la dispersion intermodale d'une fibre optique à saut d'indice.

### QCM

#### 1) Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes ?

- ☐ **a.** Une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide 5 mm est visible par l'œil humain.
- ☐ **b.** L'indice optique  $n$  est tel que  $n = \frac{c}{v}$  ( $c$  célérité dans le vide et  $v$  dans le milieu étudié)
- ☐ **c.** La longueur d'onde d'une onde électromagnétique est indépendante du milieu.
- ☐ **d.** La fréquence d'une onde électromagnétique est indépendante du milieu.

**2) Parmi les propositions suivantes, laquelle est exacte ?**

- ☐ a. Lors du phénomène de réflexion, la direction du rayon réfléchi dépend de la longueur d'onde de la lumière.
- ☐ b. Lors du phénomène de réfraction, la direction du rayon réfracté dépend de la longueur d'onde de la lumière si le milieu émergent est dispersif.

**3) Si un rayon lumineux se propage vers un milieu plus réfringent en faisant un angle d'incidence  $i$  avec la normale au dioptre, le rayon réfracté d'angle  $r$  avec la normale :**

- ☐ a. N'existe plus au-dessus d'une valeur limite de  $i$
- ☐ b. Existe toujours,  $r$  variant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ .
- ☐ c. Existe toujours, mais atteint une valeur limite.

**4) Si un rayon lumineux pénètre dans un milieu moins réfringent en faisant un angle d'incidence  $i$  avec la normale au dioptre, le rayon réfracté d'angle  $r$  avec la normale :**

- ☐ a. N'existe plus au-dessus d'une valeur limite de  $i$
- ☐ b. Existe toujours,  $r$  variant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ .
- ☐ c. Existe toujours, mais atteint une valeur limite.

**5) Un rayon lumineux passe de l'eau à l'air ; son angle d'incidence est égal à  $50^\circ$ . L'indice de l'eau vaut  $n_{\text{eau}} = 1,33$ . Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.**

- ☐ a. Il y a réflexion totale.
- ☐ b. L'angle d'émergence vaut  $35^\circ$ .

---

## Exercices

---

**Exercice 1 : Indice d'un cube en verre**

☆☆☆  
Ref. 0001

| ✓ *Lois de Descartes*

Un rayon lumineux traverse l'une des faces d'un cube en matière transparente sous une incidence de  $45^\circ$  puis rencontre une seconde face, perpendiculaire à la première. Le plan d'incidence est normal à ces deux faces et que le rayon sort dans l'air en rasant la face de sortie.

- 1) Faire un schéma.
- 2) Exprimer les lois de Descartes relatives à la réfraction sur chaque face du cube.
- 3) En déduire l'indice de la substance du cube.

**Exercice 2 : Détecteur de pluie (d'après ATS 2012) ♥**

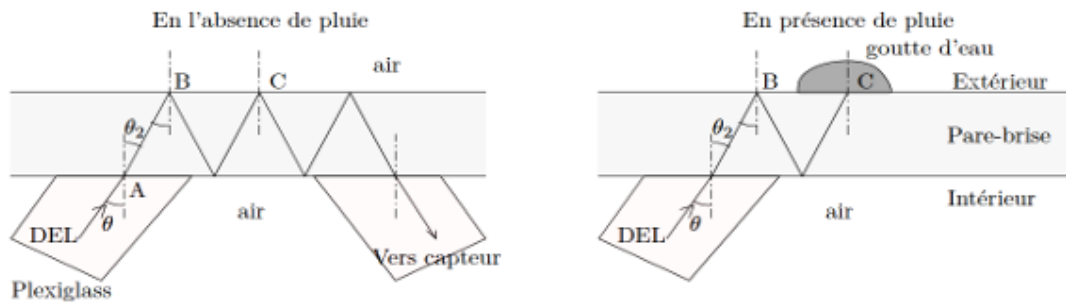
☆☆☆  
Ref. 0002

| ✓ *Lois de Descartes*  
| ✓ *Réflexion totale*

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite sont apparus ces dernières années, comme par exemple la détection automatique de la pluie qui commande la mise en route des essuie-glaces.

Disposé à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente DEL projette un faisceau lumineux sur le pare-brise. Un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchiée. Plus il y a d'eau sur la vitre, moindre est la réflexion. Le capteur de pluie pilote ainsi l'essuie-glace en fonction de la quantité d'eau détectée et sélectionne automatiquement la vitesse d'essuyage la plus efficace.

Les rayons lumineux émis par la diode électroluminescente se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglass d'indice optique  $n_P = 1,50$ . Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de  $\theta = 50^\circ$ . On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique  $n_V = 1,55$ . L'indice optique de l'eau est  $n_E = 1,33$  et celui de l'air  $n_A = 1$ .



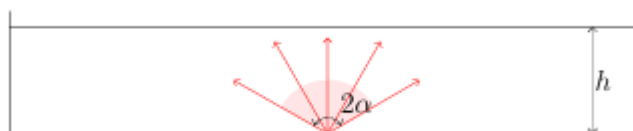
- 1) Calculer la valeur de  $\theta_2$  l'angle de réfraction au point A.
- 2) En l'absence de pluie, existe-t-il un rayon réfracté au point B en l'absence de pluie ?
- 3) En présence d'une goutte de pluie, existe-il un rayon réfracté au point C ? Justifier.
- 4) Expliquer pourquoi plus il y aura de gouttes sur le pare-brise, moins l'intensité lumineuse reçue par le capteur sera importante.

### Exercice 3 : Eclairage d'un bassin ♥

★★★  
Ref. 0003

✓ Réflexion totale

Un bassin de profondeur  $h = 1\text{m}$  est totalement rempli d'eau d'indice  $n = 1.33$ . Au fond du bassin est placée une source ponctuelle émettant de la lumière dans toutes les directions mais seuls certains rayons traversent le dioptre eau-air. Quel est le rayon du disque lumineux qui se forme à la surface de l'eau ?

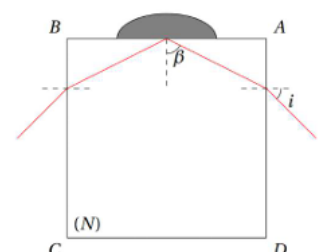


### Exercice 4 : Réfractomètre de Pulrich

★★★  
Ref. 0004

✓ Lois de Descartes  
✓ Réflexion totale

On veut mesurer l'indice de réfraction  $n$  d'un liquide. On dépose une goutte de ce liquide sur un cube de verre transparent d'indice  $N = 1,50$ . On éclaire ce cube par un faisceau lumineux d'incidence  $i$  variable sur la face d'entrée AD. On mesure la valeur de l'angle limite d'incidence  $i_\ell$  pour lequel la goutte apparaît lumineuse.



- 1) Justifier pourquoi pour  $i > i_\ell$ , la goutte est si lumineuse.
- 2) Déterminer alors l'indice de réfraction  $n$  en fonction de  $N$  et  $i_\ell$ .
- 3) Montrer que ce réfractomètre mesure des indices  $n$  compris entre 2 valeurs à déterminer.

**Exercice 5 : Fibre optique à saut d'indice** (D'après Mines PC 2011) ♥

★★★  
Ref. 0005

- ✓ Lois de Descartes
- ✓ Réflexion totale
- ✓ Etablir l'expression du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre

Une fibre optique à saut d'indice, représentée sur la figure 1 est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe (Ox), de diamètre  $2a$  et d'indice  $n$  entouré d'une gaine optique d'indice  $n_1$  légèrement inférieur à  $n$ . Les deux milieux sont supposés homogènes, isotropes, transparents et non chargés. Un rayon situé dans le plan (Oxy) entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence  $\theta$ . Les différents angles utiles sont représentés sur la figure 1 ci-dessous.

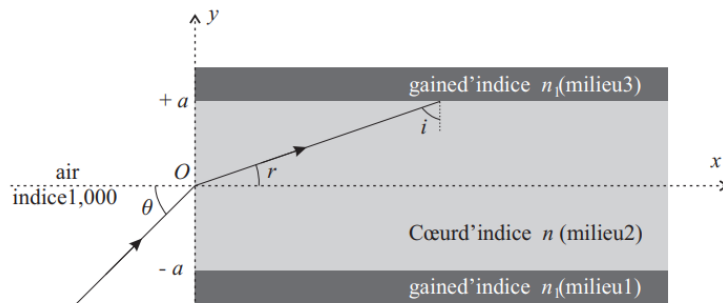


FIG. 1 – Fibre optique en coupe

- 1) A quelle condition sur  $i$ , angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur. On note  $i_\ell$  l'angle d'incidence limite.
- 2) Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à un angle limite  $\theta_\ell$  dont on exprimera le sinus en fonction de  $n$  et  $n_1$ . En déduire l'expression de l'ouverture numérique  $ON = \sin \theta_\ell$  de la fibre en fonction de  $n$  et  $n_1$ .
- 3) Donner la valeur numérique de l'ouverture numérique pour  $n = 1,50$  et  $n_1 = 1,47$ .

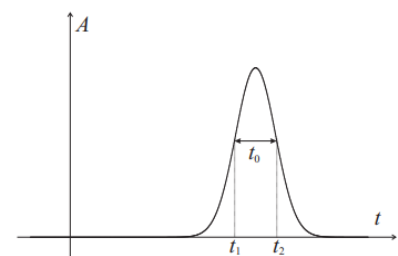
On considère une fibre optique de longueur  $L$ . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence  $\theta$  variable compris entre  $0$  et  $\theta_\ell$ . On note  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

- 4) Pour quelle valeur de l'angle  $\theta$ , le temps de parcours de la lumière dans la fibre est-il minimal ? maximal ? Exprimer alors l'intervalle de temps  $\delta t$  entre le temps de parcours maximal et le temps de parcours minimal en fonction de  $L$ ,  $c$ ,  $n$  et  $n_1$ .
- 5) On pose  $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$ . On admet que pour les fibres optiques  $\Delta \ll 1$  et qu'en première approximation pour  $\varepsilon \ll 1$  :  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ . Donner dans ce cas l'expression approchée de  $\delta t$  en fonction de  $L$ ,  $c$ ,  $n$  et  $\Delta$ . On conservera cette expression de  $\delta t$  pour la suite du problème.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse d'une durée caractéristique  $t_0 = t_2 - t_1$  formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre  $0$  et  $\theta_\ell$ . La figure ci-dessous représente l'allure de l'amplitude  $A$  du signal lumineux en fonction du temps  $t$ .

- 6) Reproduire la figure précédente en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle est la durée caractéristique  $t_0'$  de l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?
- 7) Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission  $f$ . En supposant  $t_0$  négligeable devant  $\delta t$ , quelle condition portant sur la fréquence d'émission  $f$  exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Pour une fréquence  $f$  donnée, on définit la longueur maximale  $L_M$  de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit  $B = L_M f$ .



- 8) Exprimer la bande passante  $B$  en fonction de  $c$ ,  $n$  et  $\Delta$ .

- 9) Calculer la valeur numérique de  $\Delta$  et de la bande passante  $B$  (exprimée en MHz·km) avec les valeurs de  $n$  et  $n_1$  données dans la question 3. Pour un débit d'information de  $f = 100 \text{ Mbits.s}^{-1} = 100 \text{ MHz}$ , quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ? Commenter la valeur de  $L_M$  obtenue.

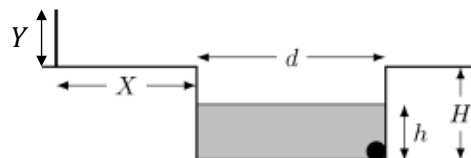
### Exercice 6 : Pièce dans une piscine



Ref. 0006

✓ Lois de Descartes

Une personne dont les yeux sont à  $Y = 2 \text{ m}$  du sol se tient debout à  $X = 4 \text{ m}$  du bord d'une piscine de profondeur  $H = 2,5 \text{ m}$  et de largeur  $d = 4 \text{ m}$ . Une pièce de monnaie se trouve au fond de la piscine du côté opposé. Elle constitue une source lumineuse qui envoie des rayons lumineux dans toutes les directions de l'espace. L'indice de l'eau est  $n = 1,33$ .



- 1) L'observateur situé au bord de la piscine comme l'indique le schéma ci-contre peut-il voir la pièce si la piscine est vide ? Expliquer par un schéma.
- 2) La piscine est maintenant remplie avec de l'eau.
  - a) A l'aide d'un schéma, expliquer quel phénomène permet à l'observateur de voir la pièce, alors qu'il est dans la même position que précédemment.
  - b) Ecrire la loi de Descartes responsable du phénomène.
  - c) A partir de quelle valeur de  $h$  la personne peut-elle voir la pièce ?

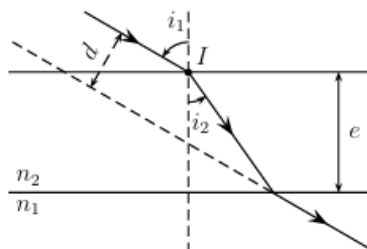
### Exercice 7 : Traversée d'une lame à faces parallèles



Ref. 0007

✓ Lois de Descartes

Sur la face supérieure d'une lame de verre formée par deux dioptries plans parallèles, d'épaisseur  $e = 8,0 \text{ cm}$ , d'indice  $n_2 = 1,5$  plongée dans l'air dont on supposera l'indice  $n_1$  égal à 1, arrive un pinceau lumineux sous une incidence  $i_1 = 60^\circ$ . Cf. figure ci-dessous.



- 1) Y a-t-il toujours un rayon transmis de l'autre côté de la lame ?
- 2) Exprimer la déviation latérale du faisceau  $d$  en fonction de  $e$ ,  $i_1$  et  $i_2$ .
- 3) À partir de la relation précédente, montrer que la déviation latérale  $d$  peut se mettre sous la forme :

$$d = e \left( 1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2} \right) \sin i_1$$

Effectuez l'application numérique.

- 4) Montrer que dans le cas des petits angles  $d$  est proportionnelle à  $e$  et  $i_1$ .

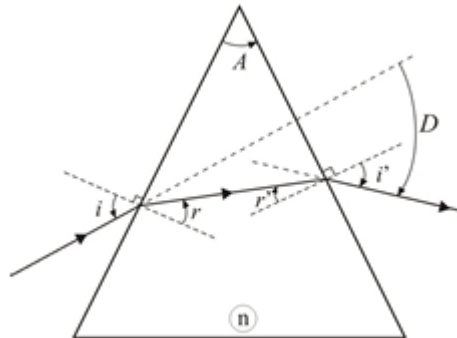
**Exercice 8 : Etude d'un prisme** (inspiré de Banque PT 2010) ♥



Ref. 0008

✓ Lois de Descartes

On considère un prisme d'angle  $A = 60^\circ$  constitué d'un verre d'indice  $n$ . On appelle déviation (notée  $D$ ) l'angle entre le rayon transmis par le prisme et le rayon incident.



Déviation d'un rayon lumineux par un prisme

- 1) On notera  $i$  et  $i'$  les angles d'incidence à l'entrée et à la sortie du prisme, ainsi que  $r$  et  $r'$  les angles des rayons réfractés à l'intérieur du prisme respectivement côté entrée et côté sortie. La convention de signe est trigonométrique pour  $A, i$ , et  $r$ , et horaire pour  $i', r'$  et  $D$ .
  - a) Quelles sont, pour un rayon incident situé dans le plan perpendiculaire à l'arête du prisme, les relations entre angles d'incidence et angles de réfraction ? Montrer que  $A = r + r'$ .
  - b) Etablir la relation :  $D = i + i' - A$
  - c) Montrer que pour que le rayon émergent existe, il est nécessaire que les 2 conditions suivantes soient respectées :  $A < 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$  et  $i_{lim} < i$  avec  $i_{lim} = \arcsin\left(n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right)$ .

Pour une valeur donnée de l'indice  $n$ , la déviation  $D$  est en fait seulement fonction de  $i$ . Lorsque  $i$  varie, la déviation  $D$  présente une valeur minimale, notée  $D_m$  dans la suite.

- 2) Montrer que  $\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i \times \cos r'}{\cos i' \times \cos r}$ .
- 3) Vérifier que si les angles  $i$  et  $i'$  sont égaux,  $D$  est un extrémum. On admettra qu'il s'agit d'un minimum.
- 4) Etablir la relation  $n \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)$ . En déduire une méthode expérimentale pour mesurer l'indice d'un matériau.

On appelle dispersion angulaire à incidence fixe ( $i$  constant), la quantité  $D_A$  définie par :  $D_A = \left(\frac{dD}{d\lambda}\right)$ . On suppose que l'indice  $n$  du prisme varie avec la longueur d'onde selon la loi  $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ ,  $a$  et  $b$  étant deux constantes dépendant du matériau constituant le prisme.

- 5) On éclaire le prisme au minimum de déviation pour une radiation  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Montrer qu'au minimum de déviation,  $D_A$  peut se mettre sous la forme :

$$D_A = \frac{-4b \sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\left(\frac{D_m + A}{2}\right) \lambda^3}$$

- 6) On donne  $A = 60^\circ$ ,  $n(589 \text{ nm}) = 1,53$  et  $b = 10^{-14} \text{ m}^2$ . Calculer approximativement l'écart angulaire entre deux radiations de longueur d'onde  $589 \text{ nm}$  et  $589,6 \text{ nm}$ . Commenter.

## Résolution de problème

### Exercice 9 : Plongée sous-marine

★★★

Ref. 0010

Les plongeurs, lorsqu'ils relèvent la tête vers la surface de l'eau, ont l'impression de voir un « gouffre lumineux » appelé fenêtre de Snell, c'est-à-dire un disque lumineux entouré d'obscurité.

Expliquez le phénomène observé et estimez la profondeur à laquelle se trouve le plongeur ayant pris la photo ci-dessous.

Données :

*Une tortue marine mesure en moyenne 90 cm de long.*

*Indice optique de l'eau :  $n = 1.33$*

