

Unités et analyse dimensionnelle.

1

• AP1 : $[f] = T^{-1}$ $[F] = M.L.T^{-2}$
 $[W] = [F].L = M.L.T^{-2}.L = M.L^2.T^{-2}$
 $[P] = [W].T^{-1} = M.L^2.T^{-3}$
 $[P] = [F].L^{-2} = M.L^{-1}.T^{-2}$

• AP2

Surface : m^2	Force : N
Volume : m^3	Energie : J
Vitesse : $m.s^{-1}$	Puissance : W
Accélération : $m.s^{-2}$	Pression : Pa
Période : s	Charge électrique : C
Fréquence : Hz	Tension électrique : V
Masse volumique : $kg.m^{-3}$	Résistance : Ω

• AP3

$$[\eta] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L.T^{-1}} = \underline{M.T^{-1}}$$

• AP4

$$\left[\sqrt{\frac{T}{\mu}} \right] = \left(\frac{M.L.T^{-2}}{M.L^{-1}} \right)^{1/2} = (L^2.T^{-2})^{1/2} = \underline{L.T^{-1}} = [c] \quad \underline{\text{homogène}}$$

• AP5

$$\left[\frac{v^2}{x} \right] = \frac{(L.T^{-1})^2}{T} = \underline{L^2.T^{-3}} \neq [a] \quad \underline{\text{non homogène}}$$

• AP6

$$T = L^\alpha . (L.T^{-2})^\beta = L^{\alpha+\beta} . T^{-2\beta}$$

$$\begin{cases} \beta + \alpha = 0 & \rightarrow \alpha = 1/2 \\ -2\beta = 1 & \rightarrow \beta = -1/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Entraînement personnel

2

Ex 1 : vitesse de la voiture : $\frac{110 \times 10^3}{3600} = 30,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} > \text{vitesse du guépard}$

Ex 2 : concentration d'alcool dans le sang $\frac{2 \times 10^{-3}}{10^3 \times (10^{-2})^3} = 2 \text{ g/L} > 0,5 \text{ g/L}$
 $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$

Ex 3 : $R = \frac{10^3 \times 10^{-2}}{59 \times 10^6 \times 3,1 \times (10^{-3})^2} = 55 \times 10^{-3} \Omega$

Ex 4 :

- $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
- $c = \frac{Q}{m \Delta T}$ c en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Ex 5 :

$$[E] = [mc^2] \quad [c] = \left(\frac{[E]}{[m]} \right)^{1/2} = \left(\frac{\text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2}}{\text{M}} \right)^{1/2} = \underline{\text{L} \cdot \text{T}^{-1}} \text{ vitesse}$$
$$[E] = [pc] \quad [p] = \frac{[E]}{[c]} = \frac{\text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2}}{\text{L} \cdot \text{T}^{-1}} = \underline{\text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-1}}$$

Ex 6 :

$$\left. \begin{array}{l} [e] = \text{I} \cdot \text{T} \\ [u] = \frac{[P]}{\text{I}} = \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-3} \cdot \text{I}^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\frac{eu}{m} \right]^{1/2} = \left(\frac{\text{I} \cdot \text{T} \cdot \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-3} \cdot \text{I}^{-1}}{\text{M}} \right)^{1/2} = \text{L} \cdot \text{T}^{-1} \text{ vitesse}$$

→ homogène

Ex 7 :

1. $[G] = \frac{[F][d]^2}{[m_1 m_2]} = \frac{\text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2} \cdot \text{L}^2}{\text{M}^2} = \underline{\text{L}^3 \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^{-2}}$

2. $T \propto L^{-\beta} = M^{-\delta} L^{-3\gamma} M^{\gamma} T^{2\gamma}$

$$\begin{cases} \alpha = 2\gamma \\ \beta = 3\gamma \\ \gamma = \delta \end{cases}$$

on choisit $\alpha = 1 : \gamma = 1/2 = \delta$
 $\beta = \frac{3}{2}$

$$\rightarrow \frac{T}{R^{3/2}} = \frac{k}{G^{1/2} M^{1/2}} \quad (\Rightarrow) \quad \underline{\frac{T^2}{R^3} = \frac{k^2}{GM}}$$

3. $\frac{T^2}{R^3} = \text{cte}$ dans le système solaire (pour 1 planète en révolution autour du Soleil)

$$R_M = \left(\frac{T_M^2}{T_T^2} \right)^{1/3} R_T = \underline{229 \times 10^6 \text{ km}}$$

Ex 8

1. $E = k r^\alpha t^\beta e^\gamma$

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} = L^\alpha T^\beta M^\gamma L^{-3}$$

$$\begin{cases} \gamma = 1 \\ \alpha - 3\gamma = 2 \rightarrow \alpha = 5 \\ \beta = -2 \end{cases} \rightarrow \underline{E = k r^5 t^{-2} e}$$

2. $E = 1,3 \times (0,025)^{-2} \times (1,4 \times 10^2)^5 = \underline{1,12 \times 10^{14} \text{ J}}$

Ex 9

1. $T = k m^\alpha V^\beta \lambda^\gamma c^\delta$

$$[T] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

$$T = M^\alpha L^{3\beta} M^\gamma L^{2\gamma} T^{-3\gamma} L^{-\gamma} \Theta^{-\gamma} M^\delta L^{2\delta} T^{-2\delta} M^{-\delta} \Theta^{-\delta}$$

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 0 \\ 3\beta + \gamma + 2\delta = 0 \\ 3\gamma + 2\delta = -1 \\ \gamma + \delta = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &\gamma = -\delta = -\alpha \\ &3\gamma - 2\delta = -1 \quad \underline{\gamma = -1} \quad \underline{\delta = 1} \quad \underline{\alpha = 1} \\ &3\beta - 1 + 2 = 0 \Rightarrow \underline{\beta = -1/3} \end{aligned}$$

$$\underline{T = k \frac{m c}{\lambda V^{1/3}}}$$

2. c et λ sont inchangés, m et V sont reliés par $\rho = \frac{m}{V}$ supposé constante $\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1/3} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{2/3}}$$

pour $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ $T_2 = 2,5 \times \left(\frac{1,5}{9,5} \right)^{2/3} = \underline{52 \text{ min}}$ > à la densité obtenue
par la loi linéaire
 $3 \times 2,5 = 7,5 \text{ min}$