FM 4 - Incertitudes

L'indication complète du résultat d'une mesure d'une grandeur physique X comporte alors : x, la valeur considérée comme étant la meilleure estimation et l'incertitude-type permettant de définir l'intervalle à l'intérieur duquel la vraie valeur a de fortes chances de s'y trouver :

X = (x ± u(X)) unité

u(X) est écrite avec généralement un chiffre significatif (arrondi par excès), x et u(X) ont le même nombre de décimales et la même unité.

Il existe deux types d'évaluation :

- ✓ **L'incertitude-type de type A ou de répétabilité** : cas de plusieurs mesures effectuées plusieurs fois dans les mêmes conditions, son évaluation utilise une méthode statistique.

- ✓ **L'incertitude-type de type B** : cas d'une mesure unique ou absence de variabilité, on l'évalue à partir des données du constructeur de l'appareil de mesure et d'hypothèses sur la qualité de la lecture réalisée sur l'appareil.

I. Cas de plusieurs valeurs - Incertitude-type de type A

Soit n mesures effectuées dans les mêmes conditions expérimentales (même opérateur, même matériel, …) donnant des valeurs mesurées x_k.

Comment évaluer une incertitude de type A ?

La valeur moyenne des mesures est choisie comme la meilleure estimation : X = $\overline{x}$

Calcul de la valeur moyenne : $\boldsymbol{\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k}$

```
np.mean([valeurs])
```

Calcul de l'écart-type expérimental des mesures : $\sigma_{n-1}(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2}$

```
np.std([valeurs],ddof=1)
```

L'incertitude-type de type A est :

$$\boldsymbol{u_A(X) = \frac{\sigma_{n-1}(x)}{\sqrt{n}}}$$

II. Valeur unique - Incertitude-type de type B

Certaines expériences n'ont pas de variabilité observée. C'est le cas si l'on fait une seule mesure ou si la répétition de la mesure conduit toujours au même résultat (*exemple : mesure de la taille d'un objet avec une règle graduée*). L'absence de variabilité n'implique pas une absence d'incertitude, la précision de la mesure est insuffisante pour observer une variabilité. La valeur mesurée n'a aucune raison d'être égale à la valeur vraie et il faut donc évaluer son incertitude.

L'incertitude-type de type B est calculée à partir du certificat d'étalonnage, de la documentation constructeur…

Comment évaluer une incertitude de type B ?	
Appareil analogique (appareil à cadran, règle, ...)	$\boldsymbol{u_{B,lecture}(X) = \dfrac{1\ \text{graduation}}{\sqrt{12}}}$ $\boldsymbol{u_{B,double\ lecture}(X) = \dfrac{1\ \text{graduation}}{\sqrt{6}}}$ *Exemple de double lecture : lors de la lecture sur une règle graduée il y a 2 incertitudes une, sur le positionnement du « zéro » et l'autre sur la lecture de la graduation.*
Appareil numérique (voltmètre, ampèremètre,…)	$\boldsymbol{u_B}(X) = \dfrac{\textbf{précision}}{\sqrt{3}} = \dfrac{p \times \text{lecture} + n \times \text{digit}}{\sqrt{3}}$ *Les valeurs de p et n sont données par le constructeur, le digit est la plus petite unité affichable sur l'écran pour le calibre utilisé.*
Autre instrument (verrerie,...) ($\pm\, t$) : précision ou tolérance du constructeur	$\boldsymbol{u_B(X) = \dfrac{t}{\sqrt{3}}}$

III. Calcul de l'incertitude sur une grandeur fonction de plusieurs variables

Comment évaluer l'incertitude associée à une grandeur Q que l'on a calculée à partir de grandeurs mesurées X et Y ?

On connait les valeurs expérimentales de X et Y, notées x et y, et les incertitudes-type associées.

- Combinaison linéaire $Q = aX+bY$ $(a, b$ constantes) **:** $\boldsymbol{u(Q) = \sqrt{(au(X))^2 + (bu(Y))^2}}$
- Produit ou quotient $Q = k\,X^aY^b$ $(k, a, b$ constantes) **:** $\boldsymbol{u(Q) = |Q|\sqrt{\left(a\frac{u(X)}{x}\right)^2 + \left(b\frac{u(Y)}{y}\right)^2}}$

Pour des expressions complexes, on utilisera la méthode Monte Carlo (voir ON2)

IV. Validation d'un résultat expérimental

Comparaison d'un résultat à une valeur de référence

On calcule le **z-score** :

$$z = \frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$$

Les deux valeurs sont compatibles si z ≤ 2.

Comparaison de deux résultats de mesure

On calcule **l'écart normalisé** E_n :

$$E_n = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)}}$$

Les deux mesures sont compatibles si E_n ≤ 2.