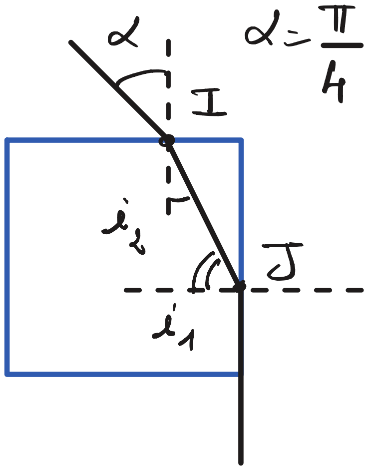
Correction TD1

QCM : 1. b et d, 2. b, 3. c, 4. a, 5. b

Exercice 1

1) 

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

2) réfraction en I : $\sin\alpha = n \sin i_2$

$\Leftrightarrow n \sin i_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

réfraction en J : $n \sin i_1 = 1$

3) $i_2 = \frac{\pi}{2} - i_1 \Rightarrow \sin i_2 = \cos i_1$ $\quad n \cos i_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

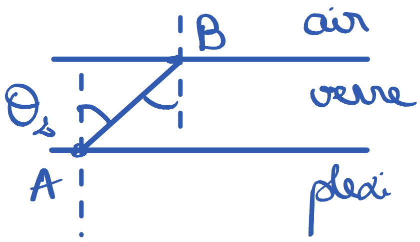
$\cos i_1^{\,2} = 1 - \sin^2 i_1$ $\quad \cos i_1 = \sqrt{1 - 1/n^2}$

$n^2\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow n^2 = \frac{3}{2}$ $\quad n = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}22$

Exercice 2

1) $\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_p \sin\theta}{n_v}\right) = 47{,}8°$

2) Calcul de l'angle limite : $\theta_{2,l} = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_v}\right) = 40{,}2°$



$\theta_2 > \theta_{2l} \Rightarrow$ il y a réflexion totale sur l'interface verre / air en l'absence de pluie

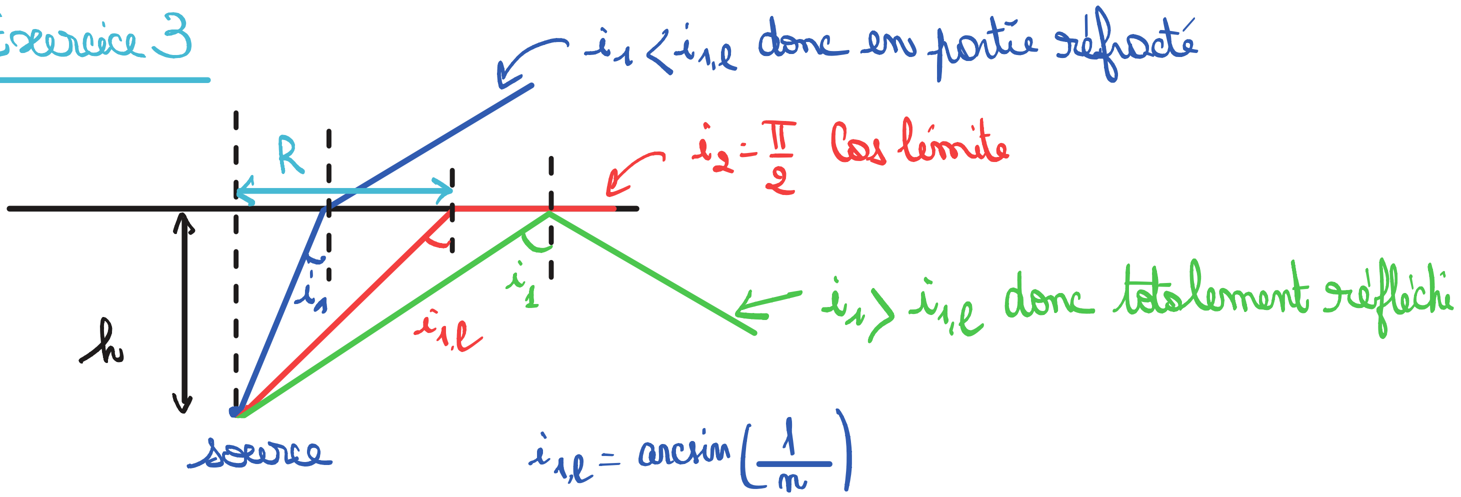
3) même raisonnement sur une interface eau(pluie)/verre

$$\theta_{2,\ell} = \arcsin\left(\frac{n_{eau}}{n_v}\right) = 59,1°$$

$\theta_2 < \theta_{2,\ell} \rightarrow$ pas de réflexion totale en présence de pluie

4) En présence de pluie, le rayon incident est en partie réfracté ; l'intensité du rayon réfléchi est donc plus faible.

Exercice 3

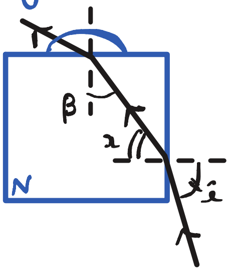


$$i_{1,\ell} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

$\frac{R}{h} = \tan i_{1\ell}$ $\quad R = h \tan i_{1\ell} = 1,14\ m$

Exercice 4

1) La goutte est lumineuse si le rayon lumineux est réfracté donc si $\beta < \beta_\ell$



avec $\beta_\ell = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ (cas limite de réflexion totale)

$\sin i = N \sin r = N \cos \beta \qquad (r = \frac{\pi}{2} - \beta)$

$\sin i$ fonction ↗ sur $[0, \frac{\pi}{2}]$
$\cos \beta$ " déc↗ " "
pour avoir $\beta < \beta_\ell$ il faut $i > i_\ell$

où i_ℓ est tel que $\sin i_\ell = N \cos \beta_\ell$

2) $\sin \beta_\ell = \frac{n}{N}$ $\quad \sin i_\ell = N\sqrt{1-\sin^2\beta_\ell} = \sqrt{N^2-n^2}$

$n^2 = N^2 - \sin^2 i_\ell \quad \Rightarrow n = \sqrt{N^2-\sin^2 i_\ell}$

3) $-1 \leqslant \sin \beta_\ell \leqslant 1$ donc $0 \leqslant \sin^2 \beta_\ell \leqslant 1$

$$\sqrt{N^2-1} \leqslant n \leqslant N$$

Exercice 5

1) $i > i_\ell$ tel que $\sin i_\ell = \frac{n_1}{n}$

2) $\sin \theta = n \sin r = n \cos i \quad (r = \frac{\pi}{2} - i)$

$i > i_\ell$ donc $\cos i < \cos i_\ell$ ($\cos i$ fonction déc↗ sur $[0, \frac{\pi}{2}]$

$\sin\theta < n \cos i_\ell$ ($\sin i$ fonction ↗ sur $[0, \frac{\pi}{2}]$

$\theta < \theta_\ell$ tel que $\sin \theta_\ell = n \cos i_\ell = n\sqrt{1-\sin^2 i_\ell}$

$$ON = \sin i_\ell = \sqrt{n^2 - n_1^2}$$

3) $ON = 0{,}30$

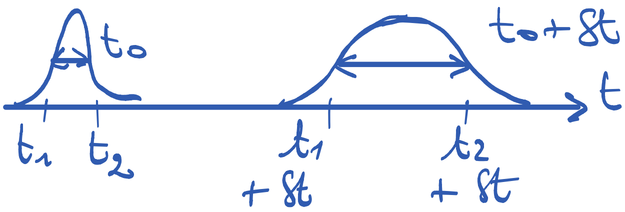
4) $\theta = 0$: $t_{min} = \frac{L}{v} = \frac{Ln}{c}$

$\theta = \theta_\ell$: $t_{max} = \frac{L}{\sin i_\ell \, v} = \frac{Ln^2}{c n_1}$ $\quad (\sin i_\ell = \frac{n_1}{n})$

$$\delta t = \frac{Ln}{c}\left(\frac{n}{n_1} - 1\right)$$

5) $\delta t = \frac{Ln}{c}\left((1-2\Delta)^{-1/2} - 1\right)$ $\quad$ DL: $(1-2\Delta)^{-1/2} \simeq 1 + \Delta$

$$\delta t = \frac{Ln\Delta}{c}$$

6) 

$t'_0 = t_0 + \delta t$

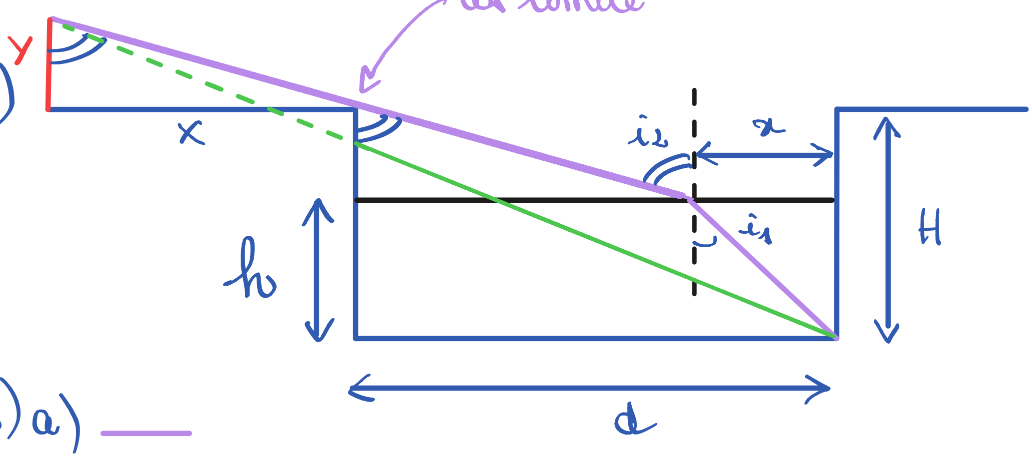
7) non recouvrement si $T > \delta t = \dfrac{L n \Delta}{c}$ (en négligeant t_0 devant T)

8) $B = L_\pi f \qquad L_\pi = \dfrac{cT}{n\Delta} \Rightarrow B = \dfrac{c}{n\Delta}$

9) $\Delta = 0{,}0198 \qquad B = 1{,}01 \times 10^{10}$ Hz.m $= 1{,}01 \times 10^{4}$ MHz.m

$L_\pi = 101$ m peu adapté aux grandes distances

Exercice 6

1) 

• sans eau : impossible de voir la pièce

• avec l'eau : la réfraction permet de voir la pièce

2) a) ——

b) $n \sin i_1 = \sin i_2$

c) $\tan i_2 = \dfrac{d - x}{H - h} = \dfrac{X}{Y} \qquad \tan i_1 = \dfrac{x}{h} \rightarrow x = h \tan i_1$

$\dfrac{X}{Y}(H - h) = d - h \tan i_1 \qquad h = \dfrac{d - \frac{X}{Y} H}{\tan i_1 - \frac{X}{Y}}$

$i_2 = \arctan \dfrac{X}{Y} = 1{,}1$ rad

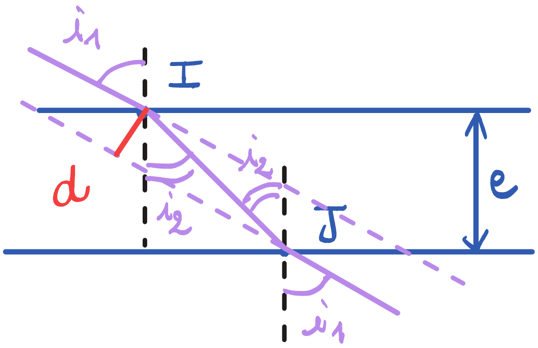
$i_1 = \arcsin\left(\dfrac{\sin i_2}{n}\right) = 0{,}74$ rad $\qquad h = 0{,}92$ m

Exercice 7

1) $n_{air} < n_{verre}$ donc il y a toujours réfraction en I

$i_1 \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow i_2 \leq i_{2,\ell}$ tel que $\sin i_{2\ell} = \frac{n_{air}}{n_{verre}}$

en J : $i_2 \leq i_{2\ell} \Rightarrow$ pas de réflexion totale : le rayon émerge de la lame // au rayon incident, il existe toujours



2) $d = IJ \sin(i_1 - i_2)$ $\qquad IJ = \frac{e}{\cos i_2}$

$$d = \frac{e}{\cos i_2} \sin(i_1 - i_2)$$

3) $d = e \dfrac{\sin i_1 \cos i_2 - \cos i_1 \sin i_2}{\cos i_2} = e \sin i_1 \left(1 - \cos i_1 \dfrac{n_1}{n_2 \cos i_2}\right) = 4,1\text{cm}$

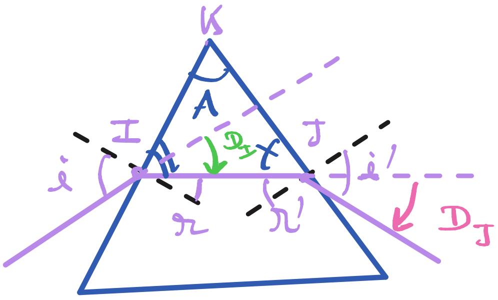
4) petits angles $\cos i_1 \simeq 1 \qquad \cos i_2 \simeq 1 \qquad \sin i_1 \simeq i_1$

$$d = e\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) i_1$$

Exercice 8

1) a) $\sin i = n \sin r \quad (1)$

$\sin i' = n \sin r' \quad (2)$



Dans IJK : $A + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' = \pi$

$$A = r + r'$$

b) Déviation en I : $D_I = i - r$ Déviation en J : $D_J = i' - r'$

Déviation totale : $D = D_I + D_J = i + i' - \underbrace{(r + r')}_{A} \Rightarrow D = i + i' - A$

c) • pas de réflexion totale en J $\Leftrightarrow$ $r' < r'_l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

• $i_{max} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow r_{max} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ $\quad r < \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ $\leftarrow$ cette condition peut se retrouver avec le principe de retour inverse de la lumière

$$A = r + r' < 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

De plus : $r' < r'_l \Rightarrow r > A - r'_l \Rightarrow \sin i > n \sin(A - r'_l)$

$\Leftrightarrow$ $i > i_{lim}$ tel que $\sin i_{lim} = n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)$

2) $\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di}$

$\frac{d}{di}(1) \Rightarrow \cos i = n \frac{dr}{di} \cos r$

$\frac{d}{di}(3) \Rightarrow \frac{dr}{di} = -\frac{dr'}{di}$

$\frac{d(2)}{di} \Rightarrow \frac{di'}{di} \cos i' = n \frac{dr'}{di} \cos r' = -n \frac{dr}{di} \cos r'$

$\frac{\cos i}{\cos r}$

$\frac{di}{di'} = -\frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$ $\Rightarrow$ $\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$

3) $\dfrac{dD}{di} = 0 \iff \cos i \cos r' = \cos i' \cos r$ ce qui est le cas si $i = i'$ et $r = r'$

Démonstration non demandée :

• méthode calculatoire : $\cos i \cos r' = \cos i' \cos r \iff \cos^2 i \cos^2 r' = \cos^2 i' \cos^2 r$

$$(1-\sin^2 i)(1-\sin^2 r') = (1-\sin^2 i')(1-\sin^2 r)$$

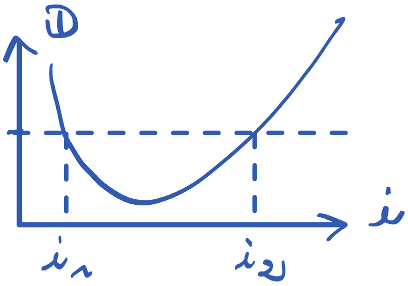
$$(1-n^2\sin^2 r)(1-\sin^2 r') = (1-n^2\sin^2 r')(1-\sin^2 r)$$

$$\cancel{1} - \sin^2 r' - n^2\sin^2 r - \cancel{n^2\sin^2 r \sin^2 r'} = \cancel{1} - \sin^2 r - n^2 \sin^2 r' - \cancel{n^2 \sin^2 r' \sin^2 r}$$

$$(n^2-1)\sin^2 r' = (n^2-1)\sin^2 r$$

sur $[0, \frac{\pi}{2}]$; $r = r'$ et donc $i = i'$

• méthode plus astucieuse :



En dehors du minimum :

$\exists$ 2 valeurs de i, i_1 et i_2 donnant 1 même déviation : on peut le comprendre du fait du principe de retour inverse de la lumière.

incidence en I $i = i_1 \Rightarrow$ émergence en J $i' = i_2$

incidence en I $i = i_2 \Rightarrow$ émergence en J $i' = i_1$

Au minimum de déviation, $\exists$ 1 unique solution : $i_1 = i_2 \Rightarrow i = i'$

4) Au minimum de déviation : $A = r + r' = 2r$ $\qquad D_m = 2i - A$

$$\sin i = n \sin r \iff \sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

On mesure D_m et on calcule $n = \dfrac{\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$

5) $\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right) = n\sin\left(\frac{A}{2}\right)$

$\frac{d}{d\lambda}$

$\frac{1}{2}\frac{dD_m}{d\lambda}\cos\left(\frac{D_m+A}{2}\right) = \frac{dn}{d\lambda}\sin\left(\frac{A}{2}\right)$ or $\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2b}{\lambda^3}$

$\rightarrow D_A = \frac{-4b\sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\left(\frac{A+D_m}{2}\right)\lambda^3}$

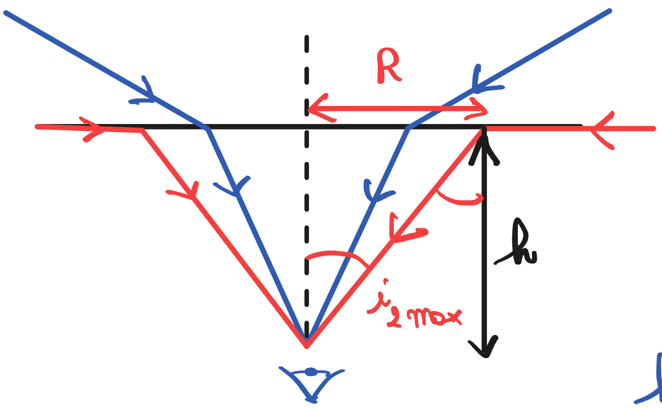
6) $\frac{dD}{d\lambda} \simeq \frac{\Delta D}{\Delta\lambda}$ $\Delta D \simeq \Delta\lambda \frac{4b\sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\lambda^3\cos i_m}$

$A = 60°$ $r_m = 30°$ $\rightarrow i_m = 49{,}91°$

$\Delta D = 9{,}1 \times 10^{-5}$ rad

trop faible pour séparer les 2 raies

Exercice 9



Les rayons parvenant à l'œil sont contenus dans 1 cône de ½ angle au sommet i_{2max} tel que $\sin i_{2max} = \frac{1}{n}$

$h = \frac{R}{\tan i_{2max}}$ $R = 4{,}2$ m $\Rightarrow h = 3{,}7$ m