

Devoir surveillé n° 1

Durée : 2 heures

Quelques consignes et conseils :

- ✓ La calculatrice est autorisée.
- ✓ Il est demandé d'encadrer ou souligner les expressions littérales et les valeurs numériques.
- ✓ Toute application numérique sans unité ne donnera aucun point.
- ✓ Gérez votre temps. Il faut traiter un maximum de questions. Ne perdez pas trop de temps sur une question : si vous bloquez, passez. Certaines questions sont indépendantes.
- ✓ Vous ne finirez peut-être pas le devoir, ce n'est pas grave, ne négligez pas la rédaction !

Exercice 1 : Étude du module photographique d'un smartphone

Dans le cadre de l'approximation des petits angles, on peut utiliser $\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta$ et $\cos(\theta) \approx 1$

A. Etude du capteur de l'appareil photographique

On considère dans un premier temps les paramètres géométriques du capteur principal, afin de vérifier si le phénomène de diffraction dégrade ou non l'image formée sur le capteur. Tous les pixels considérés sont des carrés de côté a .



Figure 2 Module photographique d'un smartphone (source : wikimediacommons)

Données pour l'appareil photographique d'un téléphone portable

Nombre d'ouverture :	$N = 2,2$
Diagonale du capteur :	1/3 de pouce
Indice de réfraction de l'air :	$n_{\text{air}} = 1,0$
Indice de réfraction de la lentille :	$n = 1,52$
Rayon de courbure de la lentille :	$R = 4,0 \text{ mm}$
Conversion d'unités :	1 pouce = 25,4 mm

On assimile l'objectif à une lentille mince de distance focale f' et on place un diaphragme de diamètre D juste avant la lentille pour limiter la taille du faisceau lumineux.

- Q1.** Où se forme l'image d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique à travers une lentille mince convergente ?
- Q2.** Décrire ce qui est observé lorsqu'un faisceau de rayons parallèles est diffracté par une ouverture circulaire de diamètre D . Faire une figure où apparaîtra le rayon angulaire θ caractéristique du phénomène, que l'on exprimera, de manière approchée, en fonction de la longueur d'onde λ et du diamètre D .

On assimile l'objectif à une lentille mince de distance focale f' et on place un diaphragme de diamètre D juste avant la lentille. Le nombre d'ouverture N d'un appareil photographique est défini par la formule ci-après, où D est le diamètre de l'ouverture (diaphragme) et f' la distance focale de l'objectif utilisé :

$$N = \frac{f'}{D}$$

On prend en compte la diffraction.

- Q3.** Faire la figure pour un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique, diffractés par le diaphragme et traversant la lentille.
- Q4.** Déterminer, dans l'approximation des petits angles, la taille caractéristique de la tache de diffraction visible sur le capteur quand l'objectif est éclairé par un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique, en fonction du nombre d'ouverture N et de la longueur d'onde λ . Faire l'application numérique pour $\lambda = 550 \text{ nm}$.
- Q5.** Calculer la taille d'un pixel pour une résolution 4K (3840×2160 pixels). Commenter. Proposer alors une justification au choix de l'entreprise de configurer par défaut la prise d'image en full HD (1920×1080 pixels) au lieu de la résolution 4K.

B. Étude des aberrations géométriques dues à la lentille de l'appareil photographique

La lentille plan-convexe est constituée de silice fondue associée à du quartz. On décide de la modéliser comme une demi-boule de rayon de courbure R et d'indice de réfraction n , plongée dans l'air dont l'indice de réfraction est pris égal à 1. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon $r_m < R$, arrive sous incidence normale sur la face plane de cette lentille. On note C l'intersection de la face plane de la demi-boule avec l'axe optique (Ox) et S l'intersection de la face hémisphérique avec ce même axe.

On s'intéresse au rayon lumineux incident qui arrive parallèle à l'axe optique et à une distance r de cet axe.

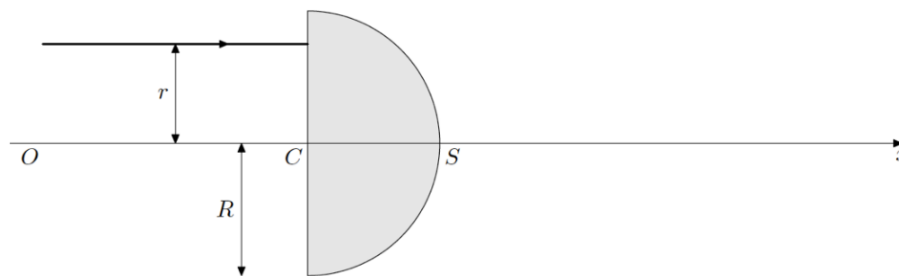


Figure A Modèle de la lentille demi-boule

- Q6.** Compléter sur la figure A du **document réponse** le trajet de ce rayon lumineux lors de son passage à travers la lentille. On note A' le point à l'intersection du rayon émergent et de l'axe (Ox). On notera i l'angle incident sur le dioptré sphérique verre-air et t l'angle réfracté correspondant.
- Q7.** Le rayon incident arrive sur le dioptré plan. Quelle est la direction du rayon émergent de ce dioptré ? Justifier.
- Q8.** Déterminer l'expression de r_0 , valeur limite du rayon du faisceau si l'on souhaite que tous les rayons incidents émergent de la lentille. Calculer numériquement la valeur de r_0 . En réalité, le constructeur a choisi un diamètre de la lentille $\Phi = 5,0 \text{ mm}$.
- Q9.** On note A' la position de l'intersection du rayon incident avec l'axe optique après son passage au travers de la lentille. Montrer que la distance algébrique CA' vérifie :

$$CA' = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(t - i)}$$

- Q10.** En déduire, en fonction de R et n , l'expression de la limite CF' de CA' lorsque la distance r est petite (on se place dans l'approximation des petits angles). Calculer numériquement CF' .
- Q11.** Dans quelles conditions doit-on se placer pour que le point F' est stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe ? Comment peut-on alors nommer le point F' ?
- Le capteur de l'appareil photographique est placé dans le plan focal image de la lentille. On s'intéresse à présent au rayon lumineux qui arrive parallèle à l'axe optique à la distance $r = r_0$ de l'axe (question 8).
- Q12.** Déterminer la distance TSA (transversal spherical aberration) entre F' et le point où ce rayon extrême rencontre le capteur, en fonction de R et n seulement. Un schéma faisant apparaître la distance TSA est attendu. Faire l'application numérique.
- Q13.** Comparer la distance TSA à la taille de la tache de diffraction calculée précédemment et à la dimension d'un pixel. Conclure sur l'adéquation de cette lentille au téléphone portable considéré.

Exercice 2 : Verre de saké

Il existe de petits gobelets amusants (figure I.1.a) possédant la propriété suivante :

- en l'absence de liquide, le fond du gobelet est constitué d'une lentille sphérique qui ne laisse rien apparaître (figure I.1.b) ;
- en présence de liquide, une image nette apparaît (figure I.1.c).

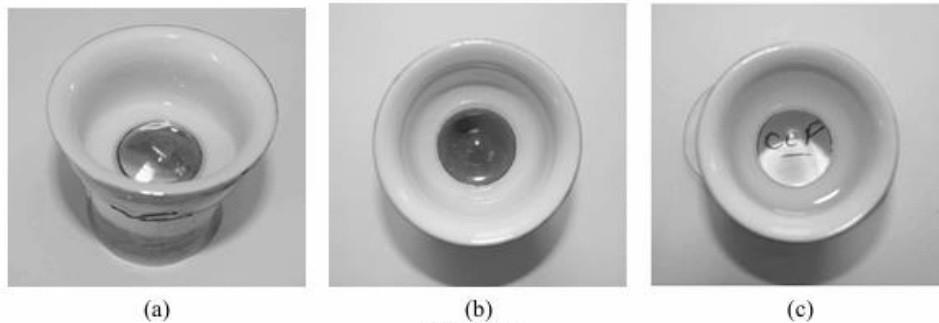


Figure I.1

- Q14.** On considère une lentille mince plan-convexe de centre C , de sommet S et rayon de courbure $\overline{CS} = R$ (cf figure I.4.c).

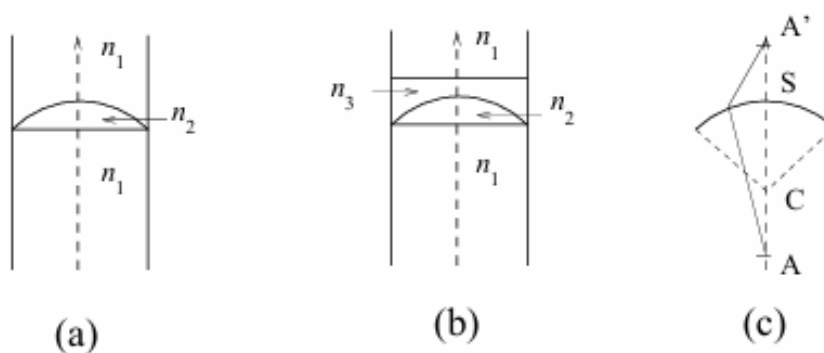


Figure I.4

Dans un premier temps, la lentille est constituée de verre d'indice n_2 et entourée d'air d'indice n_1 (figure I.4.a). On donne la formule de conjugaison correspondant à la succession de dioptries en question :

$$n_1 \left(\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} \right) = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}}$$

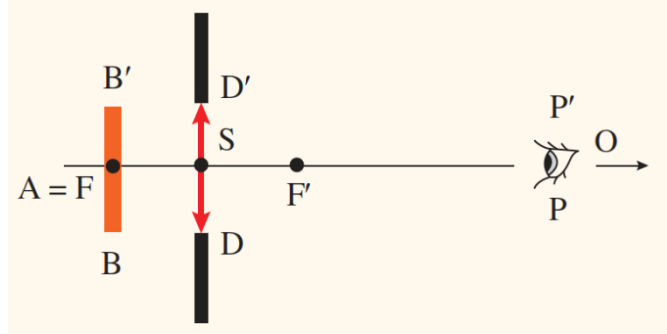
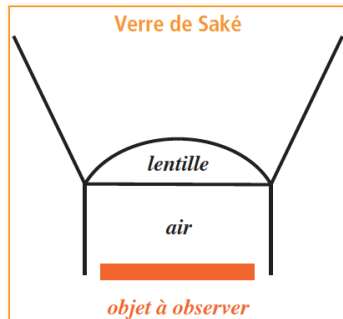
Déterminer la distance focale $f'_1 = \overline{SF'_1}$ de la lentille mince où F'_1 est l'image d'un point à l'infini, et calculer sa valeur numérique pour $n_1 = 1,00$; $n_2 = 1,50$; $R = 6,0 \text{ mm}$.

Q15. Si on verse au-dessus de la lentille un liquide d'indice n_3 (cf figure I.4.b), la formule de conjugaison devient :

$$n_1 \left(\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} \right) = \frac{n_2 - n_3}{\overline{CS}}$$

Déterminer la nouvelle distance focale f_2' et calculer sa valeur numérique pour $n_3 = 1,33$.

On considère un verre de Saké : au fond de ce verre se trouvent une lentille plan-convexe d'indice $n_2 = 1,50$ et derrière celle-ci, un objet à observer situé à $\overline{SA} = -12 \text{ mm}$ de la lentille.



L'observateur place son œil au point O , situé sur l'axe de la lentille à $SO = 20 \text{ cm}$. On supposera que l'objet a la même taille que la lentille, $BB' = DD' = 20 \text{ mm}$ et $PP' = 6,0 \text{ mm}$ pour la taille de la pupille.

On suppose dans un premier temps que le verre est vide (air d'indice $n_1 = 1,0$).

Q16. Justifier que l'image de l'objet se forme à l'infini.

On se propose d'estimer la fraction de l'image visible.

Q17. On considère le rayon extrême qui émerge de la lentille en D' et passant par P . Construire sur **le document réponse** le rayon incident correspondant et déterminer la position du point E' de l'objet qui a émis ce rayon. Même question pour le rayon qui émerge de la lentille en D et passant par P' : construire le rayon incident correspondant et déterminer la position du point E de l'objet qui a émis ce rayon. **On considèrera que la lentille est mince pour le tracé.**

Q18. Montrer que la distance EE' s'écrit en fonction des distances SA, SO, DD' et PP' sous la forme :

$$EE' = \frac{SF (DD' + PP')}{SO}$$

Faire l'application numérique.

Q19. Calculer la fraction d'aire définie par le rapport de l'objet visible par l'œil placé au point O :

$$\tau_1 = \left(\frac{EE'}{BB'} \right)^2$$

Conclure.

Q20. Le même verre à saké est maintenant rempli d'un liquide d'indice $n_3 = 1,33$. Déterminer par le calcul la position de la nouvelle image B_1B_1' de l'objet BB' . Quelle est la distance entre l'œil et l'image ?

Q21. En admettant que le grandissement s'écrit $\gamma = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$, déterminer la taille de l'image.

Q22. Estimer la fraction surfacique de l'image visible par l'œil de l'observateur situé en O , τ_2 (on pourra confondre les points O, P et P'). Conclure.

Document réponse

A rendre avec la copie

Question 6

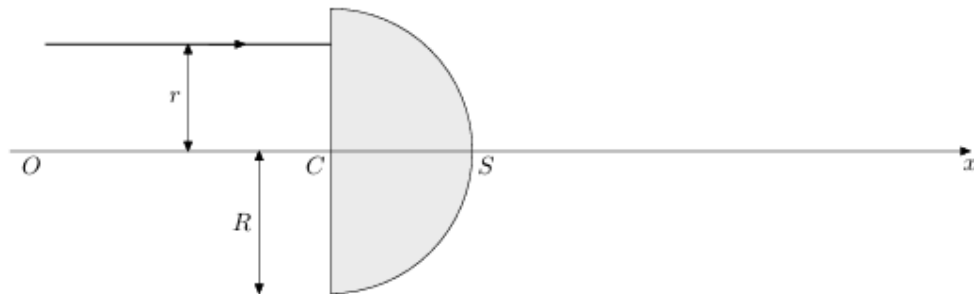


Figure A Modèle de la lentille demi-boule

Question 17

