



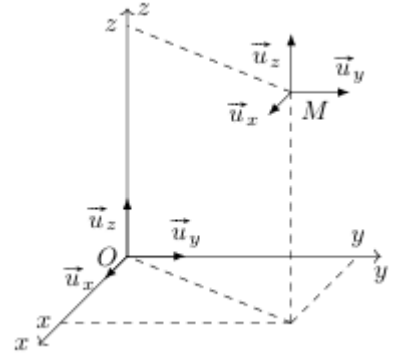
# OM 7 – Systèmes de coordonnées

## I. Coordonnées cartésiennes

Les vecteurs de base sont les vecteurs unitaires  $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$  dirigeant les 3 axes du trièdre (Oxyz).

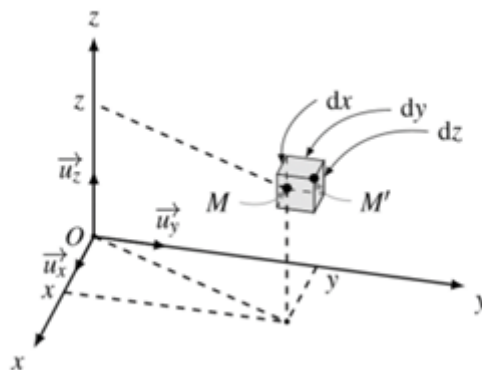
Les coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  d'un point M sont les valeurs algébriques mesurées par rapport au point O des projections orthogonales de M respectivement sur les axes (Ox), (Oy) et (Oz) :

- x est l'abscisse de M :  $x \in ]-\infty ; +\infty[$
- y est l'ordonnée de M :  $y \in ]-\infty ; +\infty[$
- z est la cote de M :  $z \in ]-\infty ; +\infty[$



**Vecteur position :**  $\vec{OM}(t) = x(t) \vec{u}_x + y(t) \vec{u}_y + z(t) \vec{u}_z$

Soit un point M' tel que  $x' = x + dx, y' = y + dy$  et  $z' = z + dz$ .



**Vecteur déplacement élémentaire :**  $\vec{MM'} = d\vec{OM} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z$

**Surfaces élémentaires :**  $dS_{y,z} = dy \cdot dz$      $dS_{x,z} = dx \cdot dz$      $dS_{x,y} = dx \cdot dy$

**Volume élémentaire :**  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

## II. Coordonnées cylindriques

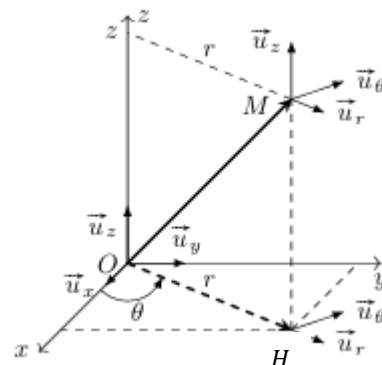
H est le projeté orthogonal de M dans le plan  $(Oxy)$ .

Les **coordonnées cylindriques**  $(r, \theta, z)$  d'un point M sont telles que :

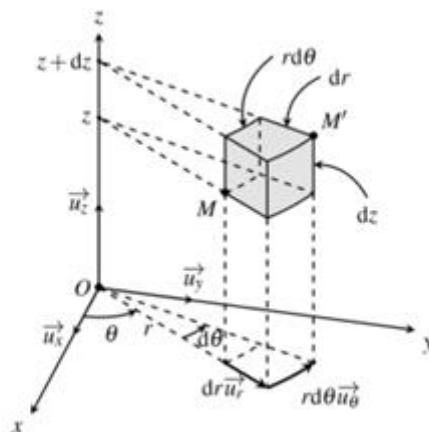
- $r = OH$  ;  $r \in [0 ; +\infty[$
- $\theta$  angle orienté entre l'axe  $Ox$  et  $\overrightarrow{OH}$  ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,
- $-\infty < z < +\infty$ .

Les **vecteurs de base** sont les vecteurs unitaires  $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$  :

- $\vec{u}_r$  est le vecteur unitaire qui dirige  $\overrightarrow{OH}$ ,
- $\vec{u}_\theta$  est le vecteur unitaire appartenant au plan  $(Oxy)$ , perpendiculaire à  $\vec{u}_r$ , dans le sens des  $\theta$  croissants.
- $\vec{u}_z$  est le vecteur unitaire qui dirige l'axe  $Oz$



**Vecteur position :**  $\overrightarrow{OM}(t) = r(t) \vec{u}_r + z(t) \vec{u}_z$



**Vecteur déplacement élémentaire est :**  $\overrightarrow{MM'} = d\overrightarrow{OM} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz \vec{u}_z$

**Surfaces élémentaires :**  $dS_{r,\theta} = dr dz$      $dS_{r,z} = r dr d\theta$      $dS_{\theta,z} = r d\theta dz$

**Volume élémentaire :**  $dV = r dr d\theta dz$

### III. Coordonnées sphériques

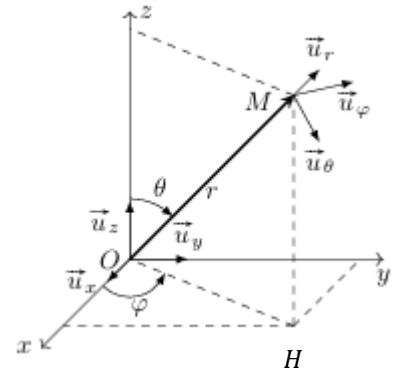
H est le projeté orthogonal de M dans le plan  $(Oxy)$ .

Les **coordonnées sphérique**  $(r, \theta, \varphi)$  d'un point M sont telles que :

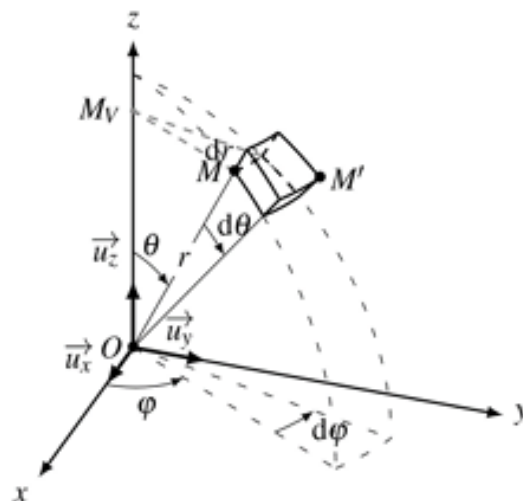
- $r = OM$  ;  $r \in [0 ; +\infty[$
- $\theta$  angle orienté entre l'axe  $Oz$  et  $\overrightarrow{OM}$  ;  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,
- $\varphi$  = angle orienté entre l'axe  $Ox$  et  $\overrightarrow{OH}$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

Les **vecteurs de base** sont les vecteurs unitaires  $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$  :

- $\vec{u}_r$  est le vecteur unitaire qui dirige  $\overrightarrow{OM}$ ,
- $\vec{u}_\theta$  est le vecteur unitaire appartenant au plan formé par l'axe  $Oz$  et  $\overrightarrow{OM}$ , perpendiculaire à  $\vec{e}_r$ , dans le sens des  $\theta$  croissants.
- $\vec{u}_\varphi$  est le vecteur unitaire perpendiculaire à  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ , dans le sens des  $\varphi$  croissants.



**Vecteur position :  $\overrightarrow{OM}(t) = r(t) \vec{u}_r$**



**Vecteur déplacement élémentaire :  $\overrightarrow{MM'} = d\overrightarrow{OM} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{u}_\varphi$**

**Surfaces élémentaires :**

$$dS_{r,\theta} = r^2 \sin \theta dr d\theta \quad dS_{r,\varphi} = r \sin \theta dr d\varphi \quad dS_{\theta,\varphi} = r dr d\theta$$

**Volume élémentaire :  $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$**