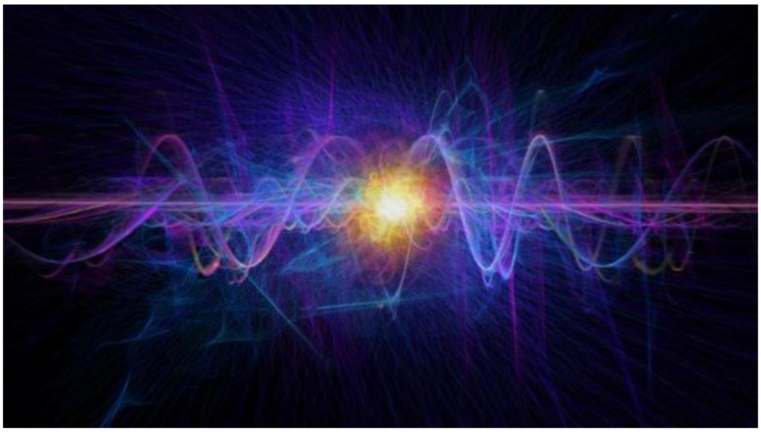
Chapitre 9

Propagation d'une onde



La ola : une onde comme une autre

Posted on 19 septembre 2007 *by* Cédric Lémery

Qu'est-ce qu'une ola ?

La réponse dépend du point de vue. Pour un *supporter* « c'est trop délire, comme ça déchire », pour un *biologiste*, il s'agit d'un mouvement coordonné de mammifères, pour un *sociologue*, il s'agit d'un mouvement collectif permettant à des individus de signifier leur appartenance à un groupe social et pour le *physicien*, il s'agit d'une onde.

Rappelons la définition d'une onde selon le programme de sc. physique de Terminale S : « ***propagation sans transport de matière d'une perturbation dans un milieu initialement à l'équilibre*** ».

Dans une ola, il y a propagation d'une perturbation (les spectateurs qui se lèvent), sans transport de matière dans un milieu (la foule formée par les spectateurs) initialement à l'équilibre (les spectateurs assis, les bras le long du corps). On y retrouve donc tous les ingrédients d'une onde : une perturbation par rapport à un état d'équilibre et une tendance du milieu à revenir à son état d'équilibre (la ola est lancée lorsque les spectateurs sont au repos : essayez de lancer une ola lorsqu'un but est marqué et que tous les spectateurs sautent et lèvent les bras de manière désordonnée !).

Puisque la Ola est une onde, on peut donc la caractériser comme n'importe quelle onde. Le mouvement des spectateurs étant perpendiculaire au mouvement de propagation de la ola, l'onde est **transversale**. On peut également essayer de définir sa célérité.

Allons, vous plaisantez, tout cela n'est pas sérieux !

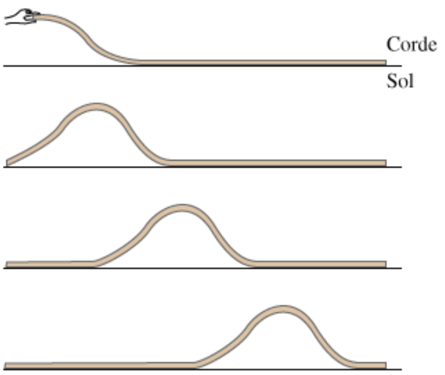
Si, si, tout cela est très sérieux et a même fait l'objet d'un article dans Nature (La revue scientifique de référence) : Mexican Waves in an excitable medium. Dans cet article, on y apprend que la célérité de l'onde est de 12 m/s (20 sièges par secondes) et que la perturbation a une largeur de 6 à 12 m (correspondant à 15 sièges). Les auteurs de cet article proposent même une simulation en ligne de leur modèle.

Source : https://lewebpedagogique.com/physique/la-ola-une-onde-comme-une-autre/

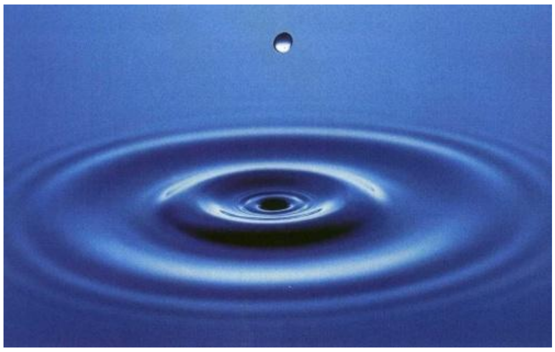
Le cours

I. Onde progressive

1. Propagation d'une perturbation et onde progressive



Secousse à l'extrémité d'une corde.



Chute d'une goutte d'eau à la surface de l'eau

<u>Observations</u> : la hauteur de la corde et le niveau d'eau sont localement modifiés. Ces perturbations se propagent de proche en proche. Mise à part l'atténuation de la perturbation, le mouvement d'un point est le même que celui de ses prédécesseurs, mais décalé dans le temps.

On appelle perturbation la modification locale et réversible d'une propriété physique à un instant donné.

Une **onde** est un phénomène physique observé lorsqu'un système subit une **perturbation pouvant se propager dans l'espace**. Elle est dite **progressive** si elle se propage **de proche en proche** dans l'espace **à partir de la source de la perturbation et dans toutes les directions offertes**.

Le milieu affecté par l'onde revient à son état initial après passage d'une onde progressive : l'énergie associée à la perturbation et apportée par la source et se déplace de proche en proche avec l'onde.

Une onde progressive transporte de l'énergie mais n'entraîne pas de transport global de matière.

2. Description d'une onde

Le signal est la grandeur (scalaire ou vectorielle) qui décrit l'onde à un instant donné et à un endroit donné : au passage de l'onde, celui-ci varie**. C'est une fonction du temps et de l'espace.**

Par abus de langage on confond souvent signal et onde.

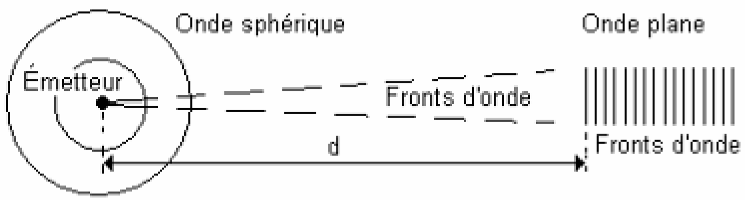
Exemples :
- *Signaux électriques : les tensions et les courants*
- *Signaux électromagnétiques : les champs électrique et magnétique*
- *Signal sonore : surpression*

Selon le milieu, l'onde peut se propager sans modification ou au contraire progressivement perdre en amplitude : on parle d'**atténuation du signal**.

La direction de propagation est la direction dans laquelle l'onde se propage**.**
Une onde peut être unidimensionnelle, bidimensionnelle ou tridimensionnelle. *Exemple : le long d'une corde (1D), à la surface de l'eau (2D).*

Une **surface d'onde** ou **front d'onde** d'une onde est une surface continue de l'espace dont tous les points sont dans le même état vibratoire, c'est-à-dire que le signal y prend la même valeur. Ces points présentent depuis la source des temps de trajets égaux.

- Une onde est dite **plane** si ses surfaces d'onde sont des plans perpendiculaires à la direction de propagation, appelés plans d'onde.
- Une onde est dite **sphérique** si ses surfaces d'onde sont des sphères concentriques. C'est le cas lorsque la source émet dans toutes les directions et que le milieu de propagation est homogène et isotrope (cf. Optique). *Notons qu'à grande distance et localement, les surfaces d'ondes sont semblables à des plans : on passe alors au modèle d'ondes planes.*

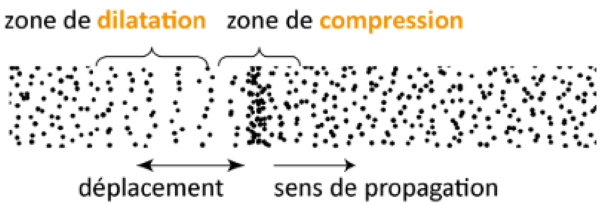


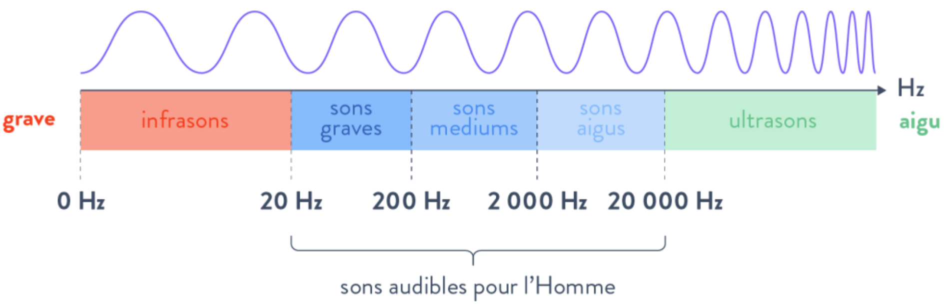
3. Types d'ondes

3.1 Ondes mécaniques ou électromagnétiques

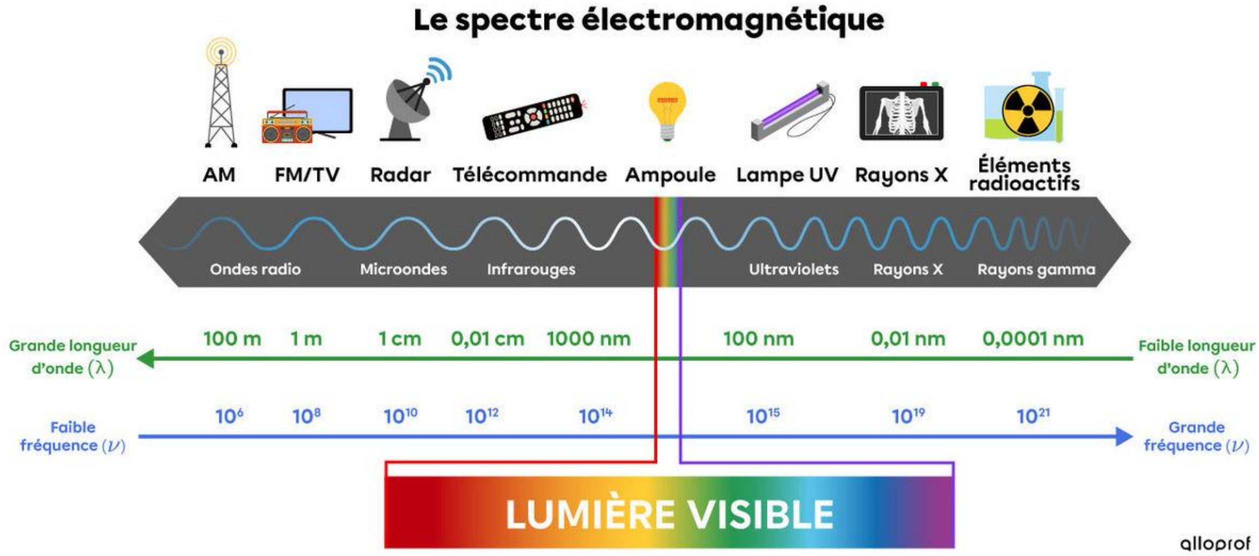
- Les **ondes mécaniques nécessitent un milieu matériel pour se propager**. Elles sont associées à une déformation du milieu matériel.

Exemple : Les ondes sonores sont des ondes mécaniques : leur propagation engendre des zones de compression-dilatation dans le milieu qui se transmettent de proche en proche.



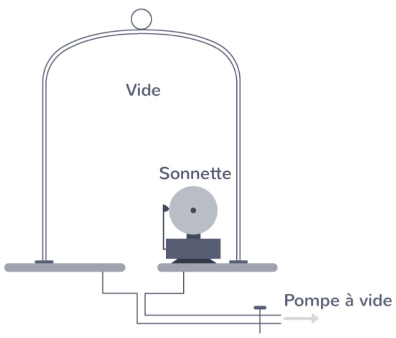


- Les **ondes électromagnétiques peuvent se propager dans le vide**, elle sont associées **aux variations du champ électromagnétique**.



Quelques ordres de grandeurs à connaître :
- *Signaux électriques : 50 Hz*
- *Signaux optiques visibles : autour de 500 THz*
- *Wifi : 2.4 GHz et 5 GHz*

On met une sonnette, initialement placée sous une cloche en verre, en marche et on fait progressivement le vide au moyen d'une pompe à vide.

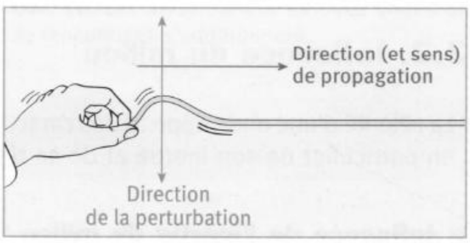


Observations : En l'absence d'air, on voit toujours le réveil mais on ne l'entend plus.

Conclusion : Le son ne se propage pas dans le vide contrairement à la lumière.

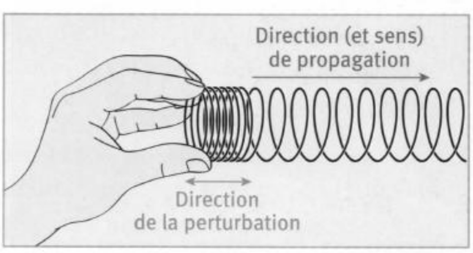
3.2 Onde transversale ou longitudinale

Une onde est transversale lorsque la perturbation s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.



Exemple : la houle, onde le long d'une corde

Une onde est longitudinale lorsque la perturbation s'effectue dans la même direction que celle de la propagation.



Exemple : le son, onde de compression le long d'un ressort

Lien :https://www.youtube.com/watch?v=Rbuhdo0AZDU, Longitudinal wave using slinky coil - YouTube, Transverse wave using slinky coil - YouTube

4. Vitesse de propagation

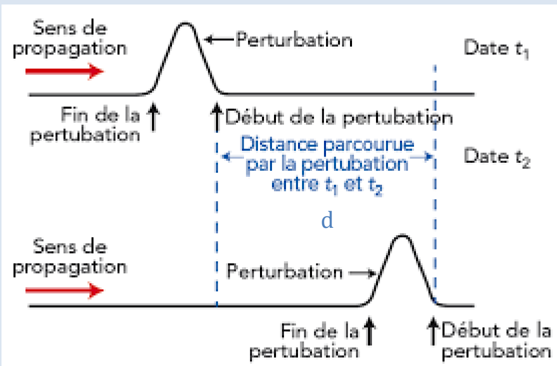
L'onde se propage avec une vitesse qui dépend des caractéristiques du milieu de propagation (nature, température) appelée célérité.

Exemples : le son se propage à 344 m/s dans l'air à 20°C sous 1 bar, à 332 m/s dans l'air à 0°C sous 1 bar, à 1.5 km/s dans l'eau à 20°C et à environ 5.6 km/s dans l'acier à 20°C.

La célérité augmente avec la rigidité du milieu et diminue avec son inertie mais est indépendante de l'amplitude de l'onde.

Si la célérité dépend de la fréquence de l'onde, le milieu est dit dispersif. *Par exemple, l'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores, quand on parle on émet différentes fréquences ; comme ces sons se propagent à la même vitesse, ils sont entendus par l'auditeur en même temps. Le son n'est pas déformé. Par contre, l'eau est un milieu dispersif pour la lumière, ce qui est mis à profit en spectrophotométrie (Voir TP Goniomètre à prisme) et qui est à l'origine des arcs-en-ciel.*

Prenons l'exemple d'une onde mécanique se propageant le long d'une corde.



Si d est la distance parcourue par la perturbation pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$, la célérité est : $v = \dfrac{d}{\Delta t}$.

Dans le cas où l'onde est décrite par un signal sinusoïdal, la célérité est appelée **vitesse de phase**.

5. Représentations spatiales et temporelles

Le signal est une fonction à la fois du temps et de l'espace.

Prenons l'exemple d'une onde mécanique se propageant <u>sans déformation et sans atténuation</u> le long d'une corde à la célérité v.

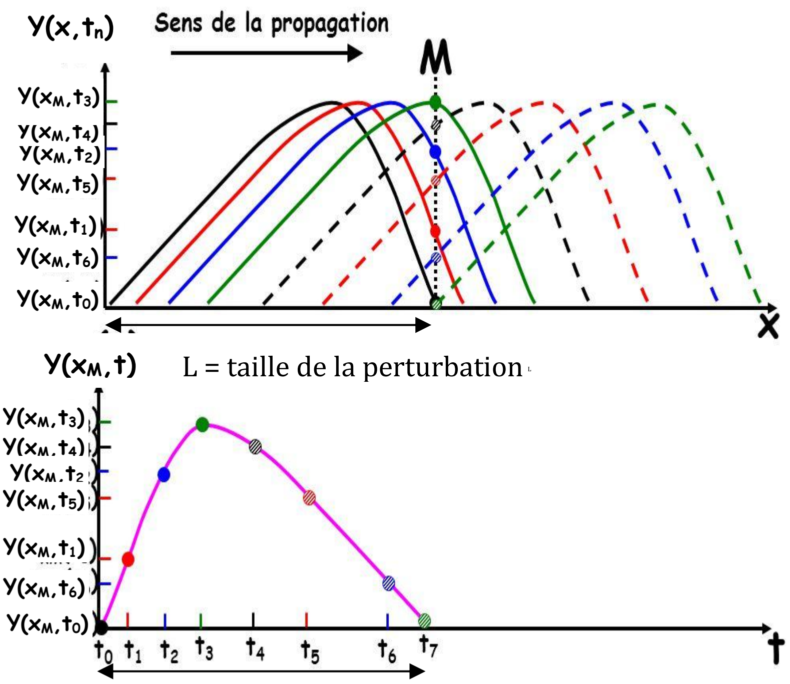
- On peut représenter l'élongation y de la corde telle qu'on la voit dans l'espace à un instant t donné (« on prend une photo »), il s'agit d'une **représentation spatiale**.
- On peut aussi la représenter dans le temps en une position donnée M d'abscisse x (on fixe un point et on étudie sa position au cours du temps), il s'agit alors d'une **représentation temporelle**.

Représentation spatiale : on se fixe une date précise (« photo »), **la courbe représentative est une fonction de l'espace.**

Représentation temporelle : on étudie le phénomène dans le temps en un point précis, la courbe représentative est une fonction du temps.

Représentations spatiales
Allures de la corde en un point M à différents instants t_n

Représentation temporelle
Position du point M au cours du temps



Δt = durée de la perturbation

On voit sur la **représentation temporelle** que le point M est atteint par l'onde à la date t_0 et qu'il revient à son état de repos à la date t_7 : $\Delta t = t_7 - t_0$ est **durée de la perturbation**.

La représentation spatiale permet quant à elle de mesurer la **taille de la perturbation** L.

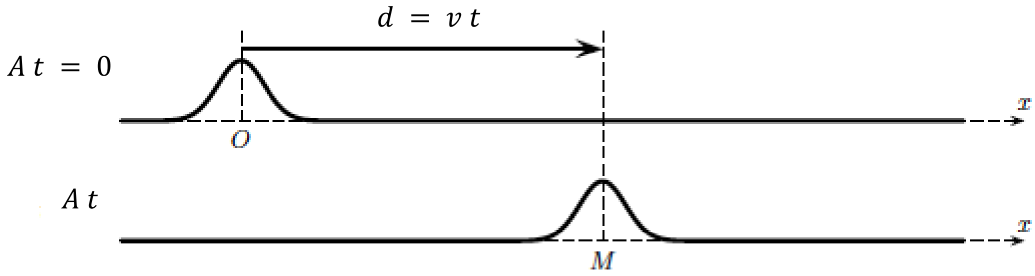
Pendant la durée Δt l'onde parcourt la distance L : si c est la célérité de l'onde, $\boldsymbol{L = v\,\Delta t}$.

Remarque : les 2 représentations semblent « inversées » mais elles n'ont pas le même « étalement ».
[Lien : http://www.etienne-thibierge.fr/cours_ondes_2018/video_o2_ondes_repr-onde-progr.mp4](http://www.etienne-thibierge.fr/cours_ondes_2018/video_o2_ondes_repr-onde-progr.mp4)

6. Propagation et translation spatiale

Comment représenter la perturbation dans l'espace à un instant donné ?

Reprenons l'exemple précédent. On prend la corde en photo à t = 0 puis à un instant t quelconque.



Au bout d'un temps t, l'onde s'est déplacée d'une distance $d = v\,t$.

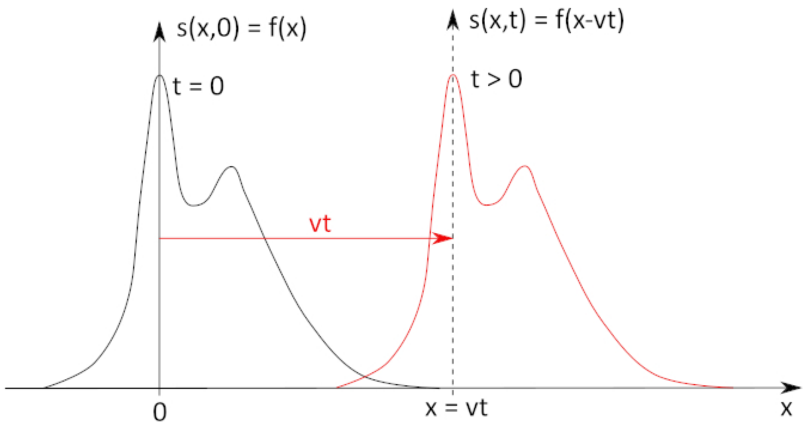
La représentation spatiale à un instant t est obtenue par translation de la représentation spatiale à l'instant $t = 0$ d'une distance $d = v\,t$ et dans le sens de la propagation.

AP 1

Expression mathématique générale d'une onde progressive à 1 dimension :

On désigne par $s(x, t)$ le signal à l'abscisse x à la date t et par $f(x)$ la fonction mathématique décrivant la perturbation à la date $t = 0$: $s(x, 0) = f(x)$.

Si la perturbation se propage dans le sens des x croissants, la représentation spatiale à l'instant t, $s(x, t)$, correspond à la fonction $f(x)$ translatée vers la droite de la distance d parcourue par la perturbation entre $t = 0$ et la date t, telle que $d = v\,t$. Le signal en x à l'instant t « se trouvait » en $(x - vt)$ à l'instant $t = 0$: $\boldsymbol{s(x,t) = s(x - vt, 0) = f(x - vt)}$.



Dans le cas d'une propagation dans le sens des x décroissants, on aurait : $s(x, t) = f(x + vt)$.

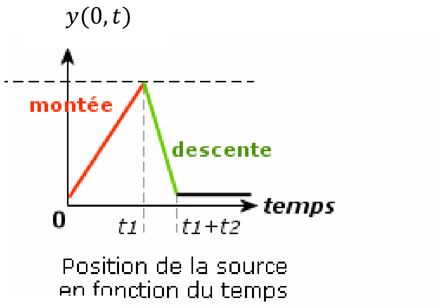
Si $f(x)$ est la fonction mathématique décrivant la perturbation à la date $t = 0$, $s(x, t)$ s'obtient à partir de $f(x)$ en remplaçant x par $x \pm vt$: $s(x, t) = f(x \pm vt)$.

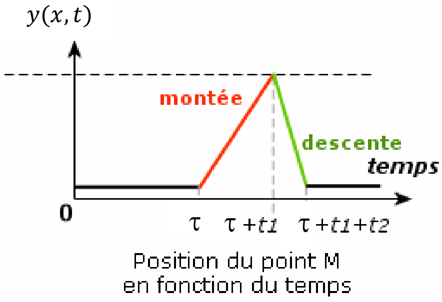
7. Retard et translation temporelle

Comment représenter le signal en un point donné en fonction du temps ?

Reprenons l'exemple précédent.

On considère un point M de la corde situé à une distance x de la source, origine de la perturbation (on choisit $x_{source} = 0$). On note $y(x, t)$ l'élévation de la corde en un point M d'abscisse x et à l'instant t.





Il faut un certain temps de propagation τ pour que la perturbation atteigne le point M depuis la source. Chaque point d'abscisse x reproduit le mouvement de la source avec un décalage dans le temps τ, appelé retard, tel que $\tau = \left|\frac{x}{v}\right|$.

La représentation temporelle de la perturbation en un point d'abscisse x est celle de la source translatée de $\tau = \left|\frac{x}{v}\right|$.

AP 2

<u>Expression mathématique générale d'une onde progressive à 1 dimension :</u>

On désigne par $s(x,t)$ le signal à l'abscisse x à la date t et par $g(t)$ la fonction mathématique décrivant la perturbation en $x = 0$: $s(0,t) = g(t)$, si la perturbation se propage dans le sens des <u>x croissants</u>, <u>$x > 0$</u> et le retard est $\tau = \frac{x}{v}$. Le signal en x et à l'instant t, $s(x,t)$, est celui qu'il y avait en $x = 0$ à l'instant antérieur $(t-\tau)$: $\boldsymbol{s(x,t) = s(0,t-\tau) = g(t-\tau) = g\left(t-\frac{x}{v}\right)}$.

Dans le cas d'une propagation dans le sens des <u>x décroissants</u>, x serait négatif et le retard $\tau = -\frac{x}{v}$, dans ce cas, on aurait $s(x,t) = g(t-\tau) = g\left(t+\frac{x}{v}\right)$.

Si $g(t)$ est la fonction mathématique décrivant la perturbation à la position $x = 0$, $s(x,t)$ s'obtient à partir de $g(t)$ en remplaçant t par $t \pm \frac{x}{v}$: $s(x,t) = g(t \pm \frac{x}{v})$.

De manière générale, dans les fonctions décrivant des ondes progressives les variables spatiales et temporelles, x (si unidimensionnel) et t, apparaissent conjointement sous la forme $t \pm \frac{x}{v}$ ou $x \pm vt$.

AP 3

II. Ondes progressives périodiques

1. Double périodicité

On considère une source subissant une perturbation périodique de période T, la propagation pouvant se faire selon l'axe (Ox).

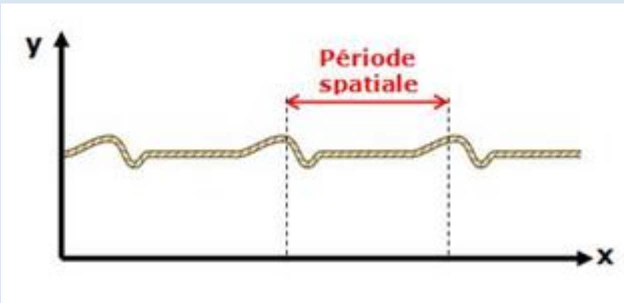
Chaque point atteint par l'onde subit la même perturbation que la source avec un certain retard, ainsi si le signal est périodique au niveau de la source, il l'est également en un point quelconque d'abscisse x : $\boldsymbol{s(x, t+T) = s(x,t)}$. Il s'agit d'une **périodicité temporelle** puisque *« le phénomène se répète dans le temps ».*

On provoque une perturbation périodique d'une corde grâce à un excitateur. On prend une photo à un instant t.

Lorsqu'on prend une *photo instantanée du milieu*, l'image obtenue présente un **motif (spatial)** qui se répète, identique à lui-même. On dit que l'onde progressive périodique présente une **périodicité spatiale**.

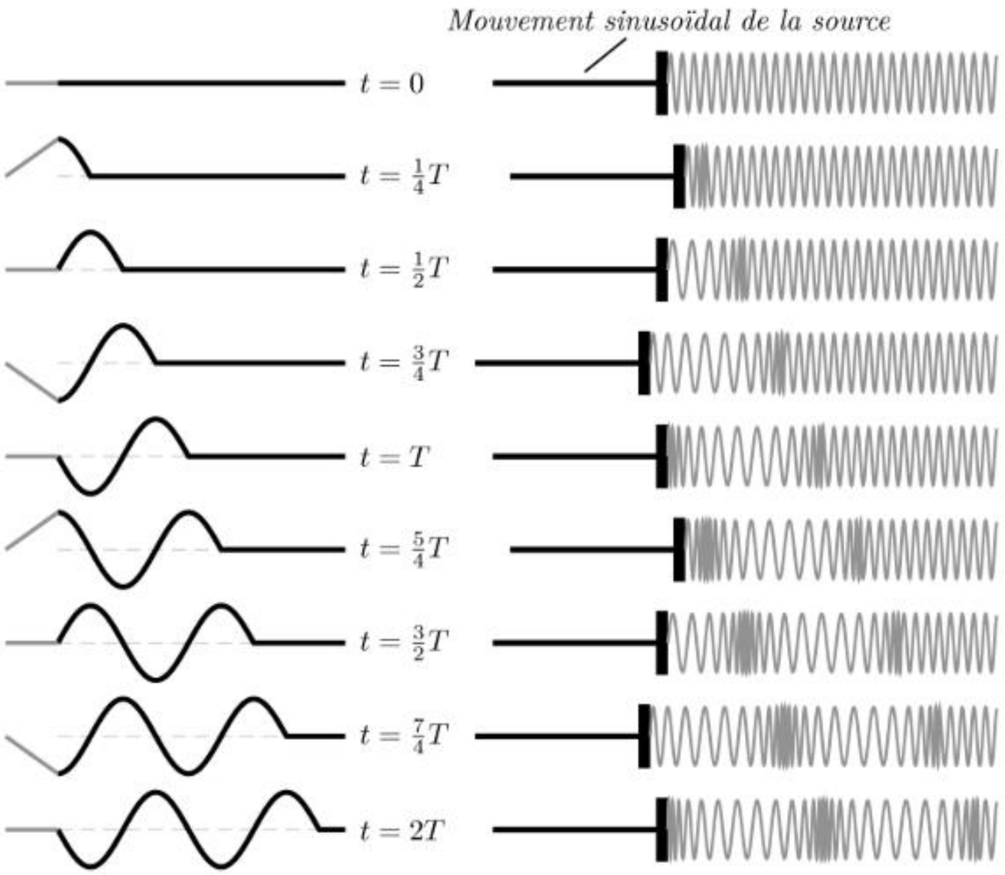
On appelle longueur d'onde λ la période spatiale de l'onde progressive périodique, c'est la plus petite distance séparant deux points de l'espace dans un même état vibratoire.

$$\boldsymbol{s(x + \lambda, t) = s(x,t)}$$

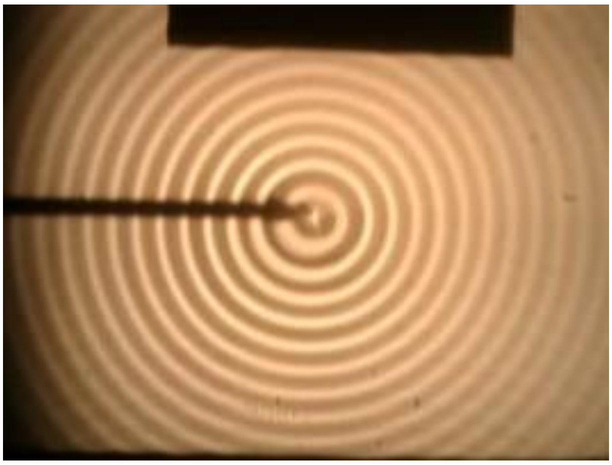


C'est la répétition temporelle au niveau de la source qui génère une répétition spatiale dans le milieu de propagation : *si une implusion est au niveau de la source à la date t_0, à la date $t_0 + T$ elle sera à la distance vT de la source et toutes les périodes T, elle se décale de cette même distance vT. Tous les temps T, une nouvelle impulsion identique à la première est générée au niveau de la source, se déplaçant à la même vitesse, on observe donc une succession de mêmes états vibratoires distant de vT.*

La longueur d'onde est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période : $\boldsymbol{\lambda = v\,T}$



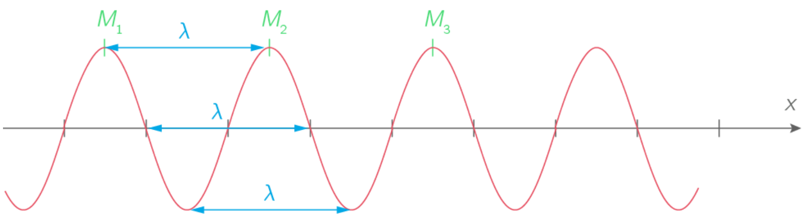
Allures d'une corde et d'une tranche d'air (ou d'un ressort) à différentes dates.



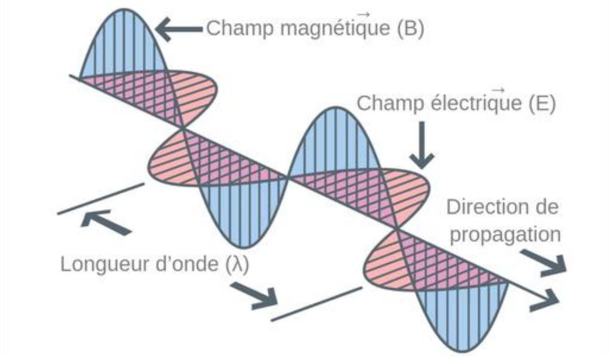
Onde plane périodique à la surface de l'eau

2. Onde progressive sinusoïdale

On s'intéresse maintenant au cas particulier d'une **onde progressive sinusoïdale** unidimensionnelle se propageant selon les <u>x croissants</u>.



Exemple : onde électromagnétique



Le signal au niveau d'une source subissant une perturbation périodique sinusoïdale est tel que : $s(0,t) = S_m\, cos\,(\omega t + \varphi_0)$. On remplace t par $\left(t \pm \frac{x}{c}\right)$ pour avoir le signal en x.

Le signal décrivant l'onde progressive sinusoïdale est de la forme :

$$\boldsymbol{s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t \pm \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right).}$$

$\omega\left(t \pm \frac{x}{v}\right) = \frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{T}\frac{x}{v} = \frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x$, on voit bien apparaître la double périodicité (T, λ).

On pose $\boldsymbol{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$ (grandeur analogue à la pulsation mais dans l'espace), norme du vecteur d'onde $\vec{\boldsymbol{k}}$ dirigé selon la direction de propagation.

Le signal décrivant l'onde progressive sinusoïdale peut aussi se mettre sous la forme :

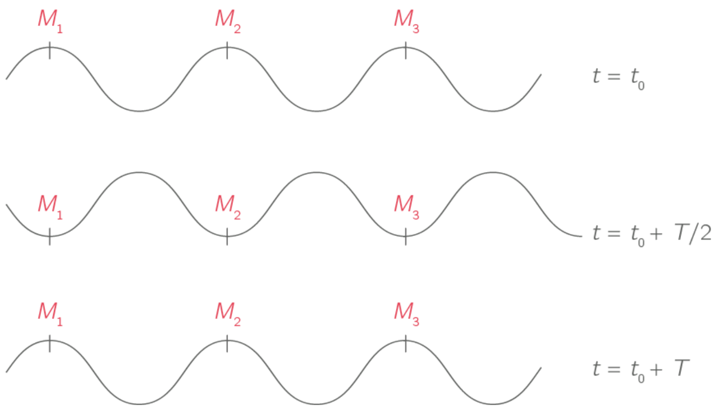
$$\boldsymbol{s(x,t) = S_m \cos\left(\omega t \pm kx + \varphi_0\right).}$$

$\omega t \pm kx + \varphi_0$ est la phase de l'onde, $\pm kx$ est finalement le déphasage entre la source et le point d'abscisse x, il exprime le retard lié à la propagation entre $x = 0$ et x.

Remarque : $\boldsymbol{v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}}$ *est la vitesse de l'onde progressive sinusoïdale, ou* ***vitesse de phase****.*

<u>Intéressons nous à différents points</u> :

On remarque que les points M_1, M_2 et M_3 vibrent en phase.



2 points distants de $p\lambda$ (p ∈ ℕ) vibrent en phase.
2 points distants de $p\lambda + \frac{\lambda}{2}$ (p ∈ ℕ) vibrent en opposition de phase.

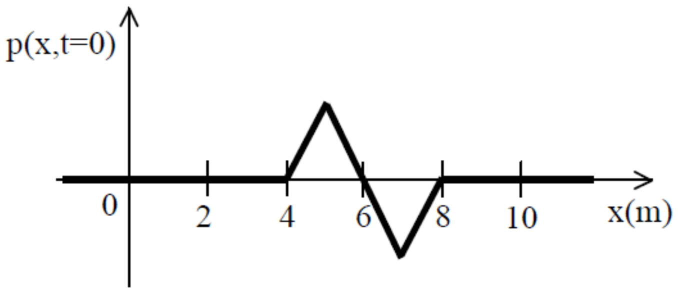
Lien : http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/index.php

✍ ***AP 4***

Applications

Application 1 : Représentation spatiale d'une onde à un instant donné

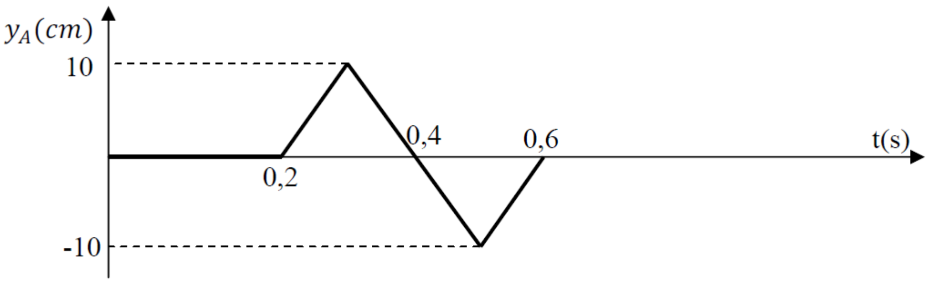
On considère une corde infinie, horizontale, parallèle à l'axe (Ox) et soumise à une onde progressive se propageant à la célérité $c = 1$ m.s^{-1} selon l'axe des x croissants. L'allure de la corde à $t = 0$ est la suivante :



Représenter la corde à la date $t = 2$ s.

Application 2 : Représentation temporelle d'une onde en un point donné

On considère une corde infinie, horizontale, parallèle à l'axe (Ox) et soumise à une onde progressive se propageant à la célérité $c = 50$ m.s^{-1} selon l'axe des x croissants. En x=0 (point A), on crée le signal suivant :



Représenter le signal en un point B, $y_B(t)$, tel que $x_B = 10$ m.

Application 3 : Expression d'une onde progressive

A t=0 une impulsion est représentée par : $y(x,0) = \frac{2,5}{0,5+x^2}$. Quelle est la fonction qui la décrit à un instant t quelconque sachant qu'elle se déplace dans la direction des x positifs à 3 m/s.

Application 4 : Représentations graphiques d'une onde sinusoïdale

On considère une onde sinusoïdale progressive $u(x, t) = U \cos(\omega(t - x/c))$ de fréquence 100 Hz et de célérité $c = 100$ m/s. Représenter chacune des trois fonctions suivantes en précisant bien la variable et l'échelle sur l'axe des abscisses : $u(x, t = 0)$, $u(x, t = 5\text{ ms})$ et $u(x = 0{,}125\text{ m}, t)$.