

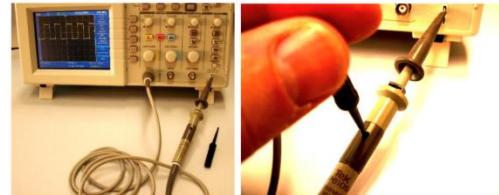
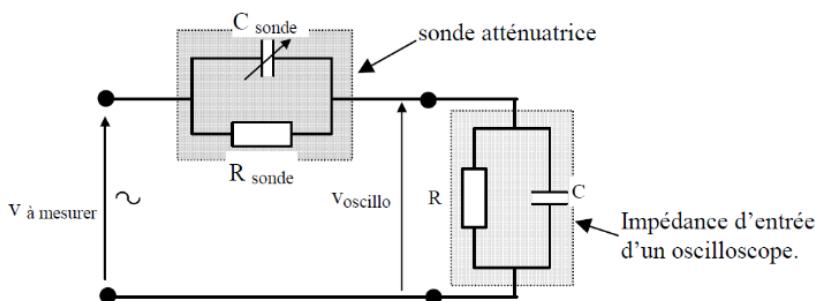
## Exercice supplémentaire 1 : Sonde atténuatrice pour oscilloscope

★★★

### ✓ Impédance équivalente

L'entrée d'un oscilloscope est généralement modélisée par un dipôle constitué d'une résistance  $R$  de  $1\text{M}\Omega$  en parallèle avec un condensateur  $C$  ayant une capacité de quelques dizaines de pF, variable d'un oscilloscope à un autre. Pour diminuer une tension alternative sinusoïdale on ajoute parfois en série avec l'entrée de mesure une sonde atténuatrice constituée d'une résistance  $R_{\text{sonde}}$  de  $9\text{ M}\Omega$  en parallèle avec un condensateur  $C_{\text{sonde}}$ , réglable.

- 1) Exprimer  $V_{\text{oscillo}}$  en fonction de  $V_{\text{mesure}}$ . Mettre sous la forme  $\frac{V_{\text{oscillo}}}{V_{\text{mesure}}} = \frac{1}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}$  où  $Z_1$  et  $Z_2$  sont 2 impédances à définir.
- 2) Quelle valeur faut-il donner à  $C_{\text{sonde}}$  pour avoir une atténuation d'un facteur 10 quelle que soit la fréquence du signal à mesurer (on prendra  $C = 30\text{ pF}$ ) ?



## Exercice supplémentaire 2 : Résonance dans un RLC

★★★

### ✓ Résonance

**Cas 1 :** On étudie un dipôle RLC série alimenté par une tension sinusoïdale  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , de pulsation  $\omega$  réglable. Un courant  $i(t) = I \cos(\omega t - \varphi)$  circule dans ce groupement.

- 1) Exprimer l'impédance complexe  $Z_s$  de ce dipôle. Mettre sous la forme  $Z_s = R \left( 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right)$  en précisant les expressions de  $Q$  et  $\omega_0$ .
- 2) En déduire les expressions du module  $Z_s$  et du retard de phase  $\varphi$  de ce circuit.
- 3) Tracer l'allure du graphe  $Z_s/R$  en fonction de la pulsation réduite  $x = \omega/\omega_0$ .
- 4) Pour quelle pulsation l'amplitude du courant est-elle maximale ? Quelle est l'expression de  $I_{\text{max}}$ , l'amplitude maximale du courant ? Quel est le phénomène mis en jeu ?

**Cas 2 :** On considère maintenant un dipôle où la bobine  $L$  et la résistance  $R$  sont montées en parallèle sur le condensateur  $C$ . Ce dipôle est alimenté par la tension  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , de pulsation  $\omega$  réglable.

- 1) Exprimer l'impédance complexe  $Z_p$  de ce dipôle sous la forme :  $Z_p = \frac{R}{jC\omega Z_s} \left( 1 + j \frac{Q\omega}{\omega_0} \right)$ .
- 2) Montrer que, lorsque  $Q \gg 1$  et que la pulsation  $\omega$  n'est pas trop faible ( $Q \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ ),  $Z_p \approx \frac{Q^2 R^2}{Z_s}$ .
- 3) Que vaut alors  $Z_p$  pour la pulsation  $\omega_0$  ? Comment se comporte alors le circuit ?
- 4) On suppose  $\omega = \omega_0$ . Déterminer l'expression des intensités  $i_L$  et  $i_C$  qui traversent respectivement  $L$  et  $C$ , en fonction de  $R$ ,  $Q$ ,  $\omega$ , du temps  $t$  et de  $E$ . Commenter le cas où  $Q \gg 1$ .

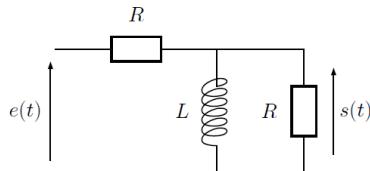
### Exercice supplémentaire 3 : Circuit RL

★★★

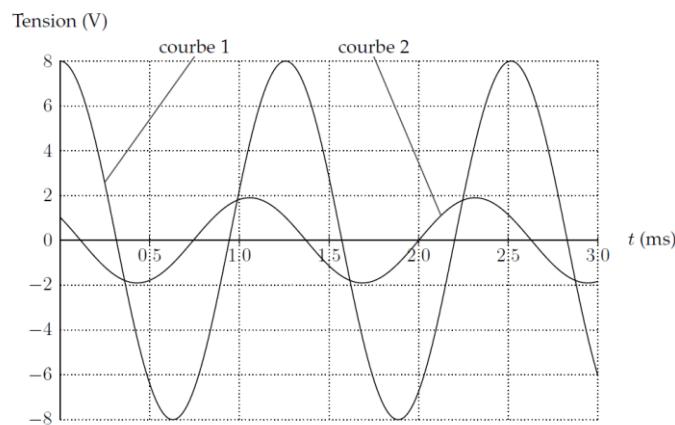
#### ✓ Régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit suivant alimenté par une tension d'entrée de pulsation  $\omega$  telle que  $e(t) = e_m \cos(\omega t)$ . La tension de sortie est de la forme :  $s(t) = s_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

La résistance  $R$  vaut  $4,0 \text{ k}\Omega$ .



- 1) Représenter les branchements de l'oscilloscope permettant les mesures de  $e(t)$  et de  $s(t)$ .
- 2) En utilisant la notation complexe, exprimer  $s$  en fonction de la tension complexe  $\underline{e}$ ,  $R$ ,  $L$  et  $\omega$ .
- 3) Montrer que l'on peut écrire  $\underline{s} = \frac{1}{2} \frac{\underline{e}}{1 - j\frac{1}{x}}$  avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Préciser l'expression de  $\omega_0$  en fonction de  $R$  et  $L$ .
- 4) Le graphe des tensions  $e(t)$  et  $s(t)$  est donné ci-après.
  - a) Affecter les courbes à leur tension correspondante. Justifier.
  - b) Déterminer graphiquement la fréquence  $f$ ,  $e_m$ ,  $s_m$  en expliquant votre démarche.
  - c) D'après le graphique, la courbe  $s(t)$  est-elle en avance ou en retard sur  $e(t)$ ? Déterminer graphiquement  $\varphi$  en précisant son unité et en commentant son signe. Expliquer votre méthode.
  - d) Déduire des valeurs de  $e_m$  et de  $s_m$  la valeur de  $x$  pour la courbe ci-dessous. En déduire la valeur de  $L$ .
  - e) A partir de l'expression de  $s$  de la question 3 et de la valeur de  $x$  trouvée à la question précédente, calculer la valeur théorique  $\varphi_{th}$  du déphasage de  $s(t)$  par rapport à  $e(t)$ . Comparer avec la valeur mesurée sur le graphique.



- 5) Retrouver à partir de la relation établie à la question 2 (ou 3) l'équation différentielle reliant  $s(t)$  et  $e(t)$ .

### Exercice supplémentaire 4 : Alimentation d'un électroaimant de levage

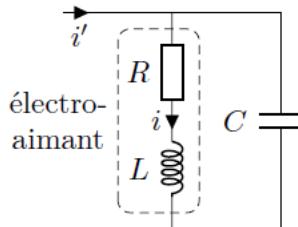
★★★

Un électroaimant de levage est un dispositif industriel permettant de soulever des pièces métalliques à partir de champs magnétiques intenses. On étudie un tel appareil

en le modélisant électriquement par une bobine d'inductance  $L = 1,25 \text{ H}$  dont les spires ont une résistance interne  $R = 1 \Omega$ .

Cette bobine est traversée par un courant  $i(t)$  sinusoïdal de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  dont l'amplitude  $I_m = 30 \text{ A}$  est imposée pour le bon fonctionnement du dispositif.

Ce courant étant de forte puissance, les pertes par effet Joule dans les câbles d'alimentation de l'électroaimant sont non négligeables. Pour les diminuer, une méthode usuelle consiste à installer un condensateur de capacité  $C$  en parallèle de l'électroaimant. On note alors  $i'(t)$  l'intensité du courant dans les câbles d'alimentation du dispositif, dont l'amplitude  $I'_m$  est inférieure à l'amplitude  $I_m$  du courant qui traverse l'électroaimant.



- 1) Exprimer le courant complexe  $\underline{i}'$  en fonction du courant complexe  $\underline{i}$ .
- 2) En déduire l'amplitude  $I'_m$  du courant  $i'(t)$ .
- 3) Calculer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur pour minimiser l'amplitude  $I'_m$  pour une valeur de  $I_m$  fixée. On pourra pour cela étudier la dérivé de  $I'^2$  par rapport à  $C$ .
- 4) Calculer numériquement la valeur de  $I'_m$  dans la configuration optimale.

### Exercice supplémentaire 5 : Impédance d'un quartz

★★★

Le quartz est une forme particulière de cristal de silice. Il présente des propriétés physiques très intéressantes : la piézo-électricité. Quand on comprime un morceau de quartz dans une direction particulière, une tension apparaît aux bornes du cristal (c'est l'effet piézo-électrique). Réciproquement, quand on applique une tension aux bornes d'un quartz, ce dernier se déforme proportionnellement à la tension appliquée (c'est l'effet piézo-électrique inverse). Ainsi, le quartz est très intéressant pour l'électronique car on parvient à réaliser des circuits oscillants, à base de résonateur à quartz, très stables dans le temps.

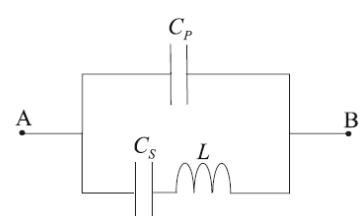
#### A. Etude du modèle électrique d'un quartz.

Si on néglige les pertes dans le quartz, le schéma électrique simplifié d'un quartz est donné sur la figure ci-contre.

Pour les applications numériques, on prendra  $L = 500 \text{ mH}$ ,  $C_s = 0,08 \text{ pF}$  et  $C_p = 8 \text{ pF}$ .

On se placera toujours en régime sinusoïdal forcé (les grandeurs dépendront de la pulsation  $\omega$ ).

- 1) Exprimer l'impédance complexe du quartz, vue entre les bornes A et B. On l'écrira sous la forme :



$$\underline{Z}_{AB} = \left( -\frac{j}{\alpha\omega} \right) \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}}$$

où  $j$  est le nombre imaginaire pur tel que  $j^2=-1$ . On donnera, en fonction de  $L$ ,  $C_P$  et  $C_S$  les expressions de  $\alpha$ ,  $\omega_r^2$  et  $\omega_a^2$ .

- 2) Montrer que  $\omega_r^2 < \omega_a^2$ .

On pourra admettre les résultats de cette question pour poursuivre la résolution du problème.

- 3) Donner les valeurs numériques des fréquences  $f_a$  et  $f_r$  correspondant respectivement aux pulsations  $\omega_a$  et  $\omega_r$ .
- 4) Etudier le comportement inductif ou capacitif du quartz en fonction de la fréquence. On rappelle qu'un dipôle a un comportement inductif (respectivement capacitif) si la partie imaginaire de son impédance est positive (respectivement négative).
- 5) Etudier  $Z_{AB}$  pour les pulsations  $\omega_a$  et  $\omega_r$ . Tracer l'allure de  $Z_{AB}$ , module de l'impédance complexe du quartz, en fonction de la fréquence.

## B. Etude expérimentale de la résonance d'un quartz

On veut tracer expérimentalement la courbe donnant l'impédance du quartz en fonction de la fréquence d'excitation. On dispose d'un générateur basses fréquences pouvant délivrer une tension sinusoïdale d'amplitude réglable. Le GBF possède une résistance interne  $R_g$ . On dispose d'une résistance  $R_v$  variable, d'un quartz et d'un oscilloscope.

On réalise alors le montage de la figure ci-contre.

- 1) Calculer le rapport de la tension de sortie  $V_s$  à celle d'entrée  $V_E$  :  $H = V_s / V_E$  en fonction de  $R_v$  et de  $\underline{Z}_{AB}$ .
- 2) On choisit, pour chaque fréquence, la résistance  $R_v$  de telle façon que le module de  $H$ ,  $|H| = 1/2$ . Que vaut alors le module de l'impédance du quartz en fonction de  $R_v$ ?
- 3) Quelle est la fréquence de résonance en courant du circuit étudié ?
- 4) Autour du pic de résonance d'intensité situé vers 796 kHz, on mesure une bande passante de 50 Hz. Quelle est la valeur numérique du facteur de qualité  $Q$  du quartz défini comme le rapport de la fréquence de résonance par la largeur de la bande passante ? Commenter cette valeur.  
En réalité le modèle électrique d'un quartz possède également une résistance. En supposant que le facteur de qualité soit donné par la relation  $Q = L\omega_0/R$  ( $\omega_0$  étant la pulsation de résonance), estimer la valeur de la résistance  $R$  du quartz

