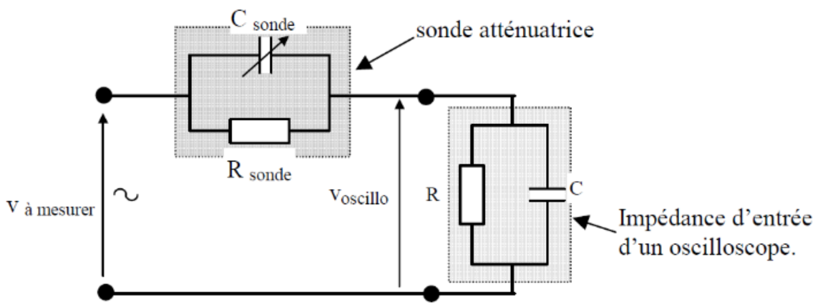
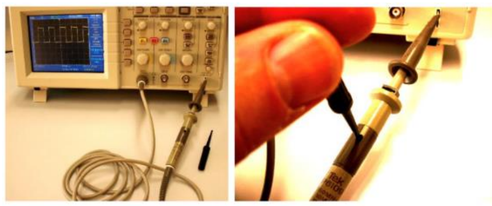
Exercice supplémentaire 1 : Sonde atténuatrice pour oscilloscope ★★☆

✓ *Impédance équivalente*

L'entrée d'un oscilloscope est généralement modélisée par un dipôle constitué d'une résistance R de 1MΩ en parallèle avec un condensateur C ayant une capacité de quelques dizaines de pF, variable d'un oscilloscope à un autre. Pour diminuer une tension alternative sinusoïdale on ajoute parfois en série avec l'entrée de mesure une sonde atténuatrice constituée d'une résistance R_{sonde} de 9 MΩ en parallèle avc un condensateur C_{sonde}, réglable.

1) Exprimer $\underline{v}_{oscillo}$ en fonction de $\underline{v}_{mesure}$. Mettre sous la forme $\frac{\underline{v}_{oscillo}}{\underline{v}_{mesure}} = \frac{1}{1+\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}}$ où $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ sont 2 impédances à définir.
2) Quelle valeur faut-il donner à C_{sonde} pour avoir une atténuation d'un facteur 10 quelle que soit la fréquence du signal à mesurer (on prendra C = 30 pF) ?





Exercice supplémentaire 2 : Résonance dans un RLC ★★☆

✓ *Résonance*

Cas 1 : On étudie un dipôle RLC série alimenté par une tension sinusoïdale e(t) =E cos(ωt), de pulsation ω réglable. Un courant i(t) = I cos (ωt-φ) circule dans ce groupement.

1) Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}_S$ de ce dipôle. Mettre sous la forme $\underline{Z_S} = R\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$ en précisant les expressions de Q et ω_0.
2) En déduire les expressions du module Z_S et du retard de phase φ de ce circuit.
3) Tracer l'allure du graphe Z_S/R en fonction de la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.
4) Pour quelle pulsation l'amplitude du courant est-elle maximale ? Quelle est l'expression de I_{max}, l'amplitude maximale du courant ? Quel est le phénomène mis en jeu ?

Cas 2 : On considère maintenant un dipôle où la bobine L et la résistance R sont montées en parallèle sur le condensateur C. Ce dipôle est alimenté par la tension e(t) =E cos (ωt), de pulsation ω réglable.

1) Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}_P$ de ce dipôle sous la forme : $\underline{Z_p} = \frac{R}{jC\omega \underline{Z_S}}\left(1 + j\frac{Q\omega}{\omega_0}\right)$.
2) Montrer que, lorsque Q >> 1 et que la pulsation ω n'est pas trop faible ($Q\frac{\omega}{\omega_0} >> 1$), $\underline{Z}_P \approx \frac{Q^2R^2}{\underline{Z}_S}$.
3) Que vaut alors $\underline{Z}_P$ pour la pulsation ω_0 ? Comment se comporte alors le circuit ?

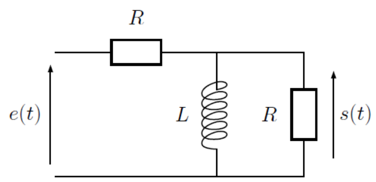
4) On suppose $\omega = \omega_0$. Déterminer l'expression des intensités i_L et i_C qui traversent respectivement L et C, en fonction de R, Q, ω, du temps t et de E. Commenter le cas où Q>>1.

Exercice supplémentaire 3 : Résonance dans un RLC ★★☆

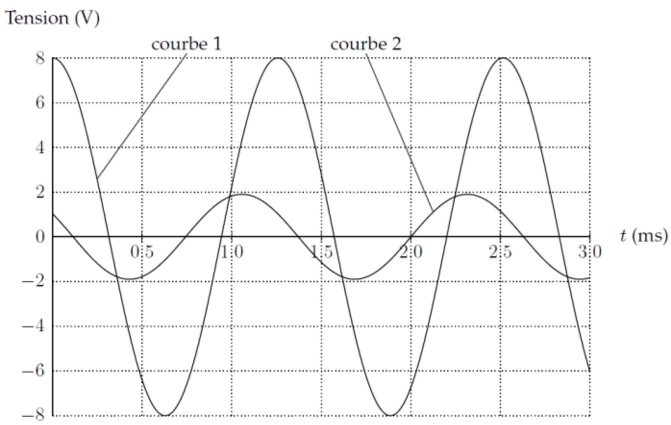
✓ *Régime sinusoïdal forcé*

On considère le circuit suivant alimenté par une tension d'entrée de pulsation ω telle que $e(t) = e_m \cos(\omega t)$. La tension de sortie est de la forme : $s(t) = s_m \cos(\omega t + \varphi)$.

La résistance R vaut 4,0 kΩ.



1) Représenter les branchements de l'oscilloscope permettant les mesures de *e(t)* et de *s(t)*.
2) En utilisant la notation complexe, exprimer $\underline{s}$ en fonction de la tension complexe $\underline{e}$, *R, L et ω.*
3) Montrer que l'on peut écrire $\underline{s} = \frac{1}{2}\frac{\underline{e}}{1-j\frac{1}{x}}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Préciser l'expression de ω_0 en fonction de R et L.
4) Le graphe des tensions $e(t)$ et $s(t)$ est donné ci-après.
   a) Affecter les courbes à leur tension correspondante. Justifier.
   b) Déterminer graphiquement la fréquence *f*, e_m, s_m en expliquant votre démarche.
   c) D'après le graphique, la courbe *s(t)* est-elle en avance ou en retard sur *e(t)* ? Déterminer graphiquement φ en précisant son unité et en commentant son signe. Expliquer votre méthode.
   d) Déduire des valeurs de e_m et de s_m la valeur de x pour la courbe ci-dessous. En déduire la valeur de L.
   e) A partir de l'expression de s de la question 3 et de la valeur de x trouvée à la question précédente, calculer la valeur théorique φ_{th} du déphasage de s(t) par rapport à e(t). Comparer avec la valeur mesurée sur le graphique.



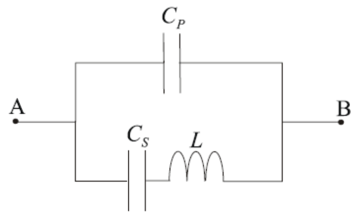
5) Retrouver à partir de la relation établie à la question 2 (ou 3) l'équation différentielle reliant *s(t)* et e(t).

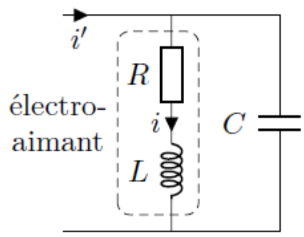
Exercice supplémentaire 4 : Alimentation d'un électroaimant de levage ★★☆

Un électroaimant de levage est un dispositif industriel permettant de soulever des pièces métalliques à partir de champs magnétiques intenses. On étudie un tel appareil en le modélisant électriquement par une bobine d'inductance L = 1,25 H dont les spires ont une résistance interne R = 1 Ω.

Cette bobine est traversée par un courant i(t) sinusoïdal de fréquence f = 50 Hz dont l'amplitude I_m = 30 A est imposée pour le bon fonctionnement du dispositif.

Ce courant étant de forte puissance, les pertes par effet Joule dans les câbles d'alimentation de l'électroaimant sont non négligeables. Pour les diminuer, une méthode usuelle consiste à installer un condensateur de capacité C en parallèle de l'électroaimant. On note alors i'(t) l'intensité du courant dans les câbles d'alimentation du dispositif, dont l'amplitude I'_m est inférieure à l'amplitude I_m du courant qui traverse l'électroaimant.





1) Exprimer le courant complexe $\underline{i'}$ en fonction du courant complexe $\underline{i}$.
2) En déduire l'amplitude I'_m du courant i'(t).
3) Calculer la valeur de la capacité C du condensateur pour minimiser l'amplitude I'_m pour une valeur de I_m fixée. On pourra pour cela étudier la dérivé de I'^2_m par rapport à C.
4) Calculer numériquement la valeur de I'_m dans la configuration optimale.

Exercice supplémentaire 5 : Impédance d'un quartz ★★☆

Le quartz est une forme particulière de cristal de silice. Il présente des propriétés physiques très intéressantes : la piézo-électricité. Quand on comprime un morceau de quartz dans une direction particulière, une tension apparaît aux bornes du cristal (c'est l'effet piézo-électrique). Réciproquement, quand on applique une tension aux bornes d'un quartz, ce dernier se déforme proportionnellement à la tension appliquée (c'est l'effet piézo-électrique inverse). Ainsi, le quartz est très intéressant pour l'électronique car on parvient à réaliser des circuits oscillants, à base de résonateur à quartz, très stables dans le temps.

A. Etude du modèle électrique d'un quartz.

Si on néglige les pertes dans le quartz, le schéma électrique simplifié d'un quartz est donné sur la figure ci-contre.

Pour les applications numériques, on prendra L = 500 mH, C_S = 0,08 pF et C_P = 8 pF.

On se placera toujours en régime sinusoïdal forcé (les grandeurs dépendront de la pulsation ω).

1) Exprimer l'impédance complexe du quartz, vue entre les bornes A et B. On l'écrira sous la forme :

$$\underline{Z}_{AB} = \left(-\frac{j}{\alpha\omega}\right)\frac{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_a^2}}$$

où j est le nombre imaginaire pur tel que $j^2=-1$. On donnera, en fonction de L, C_P et C_S les expressions de α, ω_r^2 et ω_a^2.

2) Montrer que $\omega_r^2 < \omega_a^2$.

On pourra admettre les résultats de cette question pour poursuivre la résolution du problème.

3) Donner les valeurs numériques des fréquences f_a et f_r correspondant respectivement aux pulsations ω_a et ω_r.
4) Etudier le comportement inductif ou capacitif du quartz en fonction de la fréquence. On rappelle qu'un dipôle a un comportement inductif (respectivement capacitif) si la partie imaginaire de son impédance est positive (respectivement négative).
5) Etudier Z_{AB} pour les pulsations ω_a et ω_r. Tracer l'allure de Z_{AB}, module de l'impédance complexe du quartz, en fonction de la fréquence.

B. Etude expérimentale de la résonance d'un quartz

On veut tracer expérimentalement la courbe donnant l'impédance du quartz en fonction de la fréquence d'excitation. On dispose d'un générateur basses fréquences pouvant délivrer une tension sinusoïdale d'amplitude réglable. Le GBF possède une résistance interne R_g. On dispose d'une résistance R_v variable, d'un quartz et d'un oscilloscope.

On réalise alors le montage de la figure ci-contre.

1) Calculer le rapport de la tension de sortie $\underline{V}_S$ à celle d'entrée $\underline{V}_E$: $\underline{H} = \underline{V}_S / \underline{V}_E$ en fonction de R_v et de $\underline{Z}_{AB}$.
2) On choisit, pour chaque fréquence, la résistance R_v de telle façon que le module de $\underline{H}$, $|\underline{H}| = 1/2$. Que vaut alors le module de l'impédance du quartz en fonction de R_v?
3) Quelle est la fréquence de résonance en courant du circuit étudié ?
4) Autour du pic de résonance d'intensité situé vers 796 kHz, on mesure une bande passante de 50 Hz. Quelle est la valeur numérique du facteur de qualité Q du quartz défini comme le rapport de la fréquence de résonance par la largeur de la bande passante ? Commenter cette valeur.
En réalité le modèle électrique d'un quartz possède également une résistance. En supposant que le facteur de qualité soit donné par la relation $Q = L\omega_0/R$ (ω_0 étant la pulsation de résonance), estimer la valeur de la résistance R du quartz