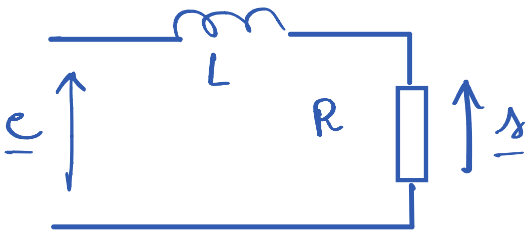
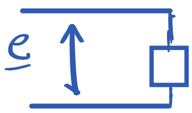
Correction TD 8

Exercice 1

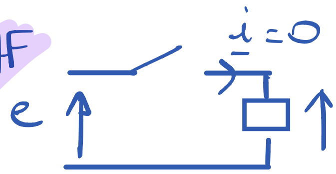


• TBF



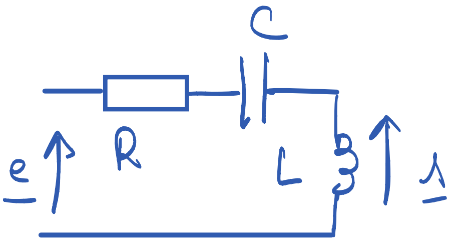
$\underline{s} = \underline{e}$

• THF

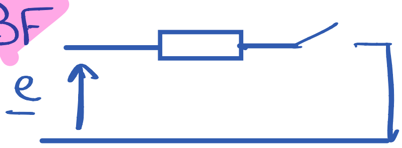


$\underline{s} = R\underline{i} = 0$

Passe - bas

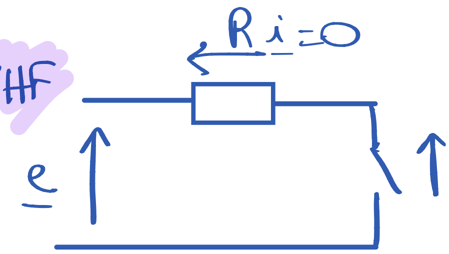


• TBF



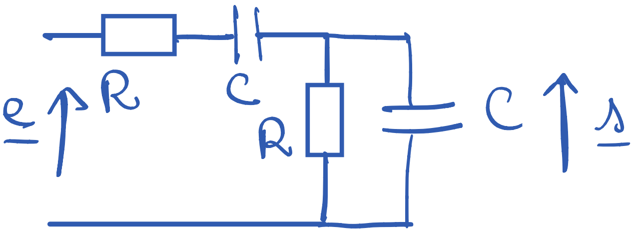
$\underline{s} = 0$ (fil)

• THF

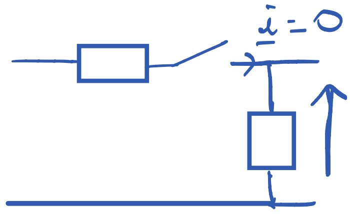


$\underline{s} = \underline{e}$

Passe - haut



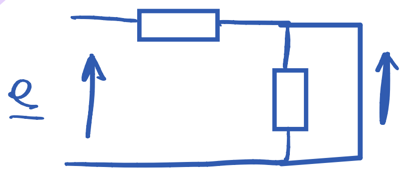
• TBF :



$\underline{s} = R\underline{i} = 0$

Passe - bande

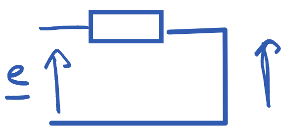
• THF



$\underline{s} = 0$ (fil

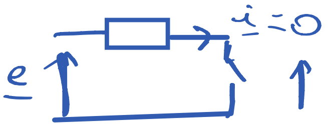
Exercice 2 :

1) TBF



$\underline{s} = 0$

THF



$\underline{s} = \underline{e}$

Passe haut

2) $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_R} = \dfrac{jL\omega}{R + jL\omega} = \dfrac{j\frac{L\omega}{R}}{1 + j\frac{L\omega}{R}}$ on identifie $\omega_0 = \dfrac{R}{L}$

$H_0 = 1$

Remarque : $\underline{H} = H_0 \dfrac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ forme canonique d'un filtre passe-haut du 1^er^ ordre

3) $H_{max} = 1$ car à THF $\underline{s} = \underline{e}$

$|\underline{H}|(\omega_c) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_c/\omega_0}{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \omega_c = \omega_0 = \dfrac{R}{L}$

4) $\omega \to 0$

$\underline{H} \to j\dfrac{\omega}{\omega_0}$ $\quad G_{dB} \to 20 \log \dfrac{\omega}{\omega_0} = 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$

pente +20 dB/décade

$\omega \to \infty$

$\underline{H} \to 1$ $\quad G_{dB} \to 0$ asymptote horizontale

5) Etudiant 1 → a réalisé un passe-bas (c)

Etudiant 2 → R plus petite d'1 facteur 10 donc ω_0 plus petite d'1 facteur 10 (a)

(d) : pente + 40 dB/décade donc ordre 2 donc Etudiant 4

Etudiant 3 : b)

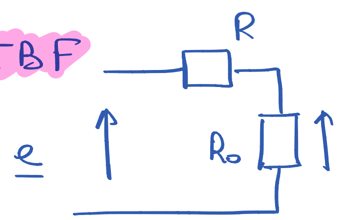
6) On mesure la pulsation de coupure $\omega_c = 10^3$ rad/s $= \dfrac{R}{L}$ $\quad L = \dfrac{R}{\omega_c} = \dfrac{10^3}{10^3}$ $\quad L = 1\,H$

Exercice 3

1) cf cours... $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$

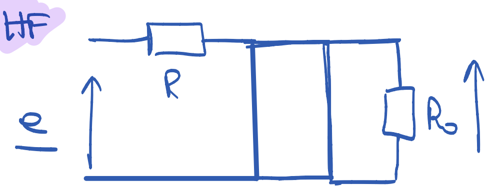
2) Pulsation de coupure : $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$ $\quad f_c = \dfrac{\omega_c}{2\pi} = 5{,}0\ kHz$

3) TBF



$\underline{s} = \dfrac{R_0}{R + R_0}\underline{e}$

THF



$\underline{s} = 0$

Le filtre est toujours un passe-bas mais le gain maximal n'est plus égal à 1 (voir suite).

4) $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_{eq}}$ où $\underline{Z}_{eq}$ correspond à $C // C_0 // R$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \dfrac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_{eq}}} \qquad \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = j(C+C_0)\omega + \frac{1}{R_0} \Rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + \dfrac{R}{R_0} + jR(C+C_0)\omega}$$

5) On peut choisir de passer par la forme canonique pour identifier rapidement

ω_c : $$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}} \qquad \underline{H} = \frac{R_0/(R+R_0)}{1 + j\dfrac{RR_0}{R+R_0}(C+C_0)\omega} \qquad \omega_c = \frac{R+R_0}{RR_0(C+C_0)}$$

Rq : $H_0 = \dfrac{R_0}{R+R_0}$ on retrouve le gain maximal (lorsque $\omega \to 0$)

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 5{,}1 \text{ kHz}$$

$$G_{dB}(0) = 20 \log H_0 = -4{,}5 \text{ dB}$$

$$G_{dB}(f_c) = G_{dB}(0) - 3 = -7{,}5 \text{ dB}$$

6) Nouvelle fonction de transfert : $\underline{H} = \dfrac{\overset{\text{inchangé}}{H_0}}{1 + jR_{eq}C_{eq}\omega}$ $\qquad R_{eq} = \dfrac{RR_0}{R+R_0}$

$C_{eq} = C + C_0 + C_c$

Pour $\omega = \dfrac{R+R_0}{RR_0(C+C_0)}$ $\quad G_{dB} = -10{,}2 \text{ dB}$

$$\Longleftrightarrow \frac{H_0}{\sqrt{1 + (R_{eq}C_{eq}\omega)^2}} = 10^{-10{,}2/20}$$

$$\Longleftrightarrow \left(H_0 \times 10^{10{,}2/20}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\cancel{RR_0}}{\cancel{R+R_0}} C_{eq} \frac{\cancel{R+R_0}}{\cancel{RR_0}(C+C_0)}\right)^2$$

$$H_0^2 \times 10^{10{,}2/10} = 1 + \left(\frac{C_{eq}}{C+C_0}\right)^2 = 1 + \left(1 + \frac{C_c}{C+C_0}\right)^2 \Rightarrow C_c = (C+C_0)\left[\left(H_0^2 \times 10^{\frac{10{,}2}{20}} - 1\right)^{1/2} - 1\right]$$

$H_0 = \dfrac{R_0}{R+R_0}$ (ou $H_0 = 10^{-\frac{4{,}5}{20}}$) $\qquad C_c = 50 \text{ pF}$

Exercice 4 :

1) Le filtre est un passe-bande.

2) $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$

ω_0 : pulsation propre du circuit

Q : facteur de qualité

H_0 : valeur de $\underline{H}$ pour $\omega = \omega_0$ (à la résonance)

3) $G_{dB,max} = G_{dB}(\omega_0) = 20 \log H_0 = 0$ (Pic)

$\hookrightarrow H_0 = 1$

$\downarrow$

$f_0 = 1{,}15\ kHz$

$\omega_0 = 2\pi f_0 = 7{,}2 \times 10^3\ rad.s^{-1}$

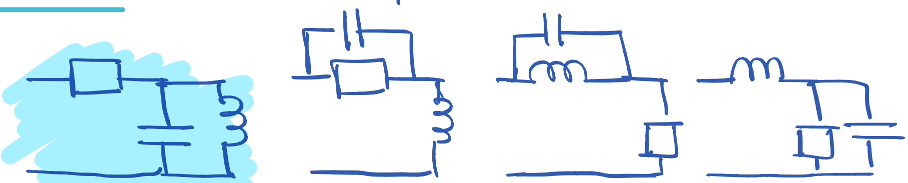
$Q = \dfrac{\Delta f}{f_0}$ Δf étant la largeur de la bande passante à $-3dB$.

$f_{c_1} \simeq 1\ kHz$ $f_{c_2} \simeq 1{,}3\ kHz$ $\Delta f = 300\ Hz$

$Q \simeq 4$

4) a) Si le courant est non nul en régime continu, le condensateur est forcément branché en parallèle d'1 autre composant.

Les $\neq$ possibilités sont :



(1) (2) (3) (4)

On étudie la nature des filtres : seul (1) est passe-bande.

(2) est passe-haut (4) est passe-bas (3) est coupe-bande

b) $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z}_{ep}}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_{ep}} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_{ep}}}$ avec $\dfrac{1}{\underline{Z}_{ep}} = \dfrac{1}{jL\omega} + jC\omega$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}$$

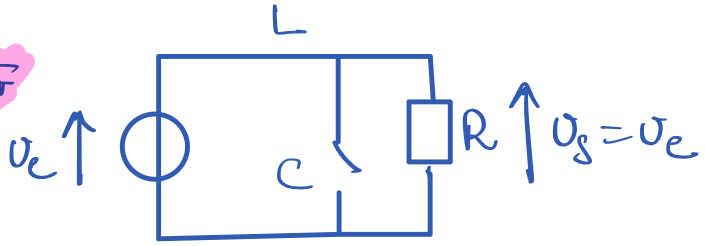
Par identification avec la forme canonique : $RC = \frac{Q}{\omega_0}$ et $\frac{R}{L} = \frac{Q}{\omega_0}$

En régime continu $I = \frac{U_0}{R} \Rightarrow R = \frac{U_0}{I} = 1\,k\Omega$

$L = \frac{R}{Q\omega_0} = 35\,mH$ $\qquad C = \frac{Q}{R\omega_0} = 0{,}56\,\mu F$

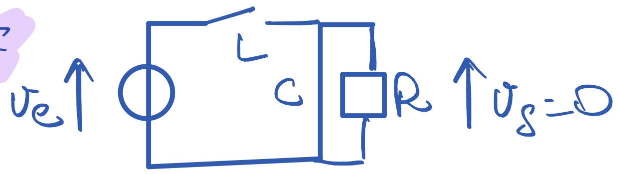
Exercice 5 :

1) TBF



passe-bas

THF



2) $\underline{H} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_{eq}}$ où $\underline{Z}_{eq}$: $R /\!/ C$

$\underline{H} = \frac{1}{1 + \underline{Z}_L \times \frac{1}{\underline{Z}_{eq}}}$ $\qquad \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{R} + jC\omega$ $\quad \rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$

3) Par identification : $H_0 = 1$ $\quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad Q = \frac{R\omega_0}{L} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

4) • $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}| = -10 \log\left((1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2\right)$ $\quad$ ⚠ la partie réelle peut être < 0

• $\varphi = -\arctan\left(\frac{x}{Q(1-x^2)}\right)$ si $x < 1$ $\qquad \varphi = -\left(\pi + \arctan\left(\frac{x}{Q(1-x^2)}\right)\right)$ si $x > 1$

ou $1 - x^2 + j\frac{x}{Q} = j\left(\frac{x}{Q} - j(1-x^2)\right) \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{1-x^2}{x}Q\right)$ $\forall x$

• $x \rightarrow 0$ $\quad G_{dB} \rightarrow 0$ asymptote horizontale et $\varphi \rightarrow 0$

• $x \to \infty$

$$G_{dB} = -10\log\left((1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2\right) \qquad x^2 \gg 1 \text{ et } x^4 \gg \left(\frac{x}{Q}\right)^2$$

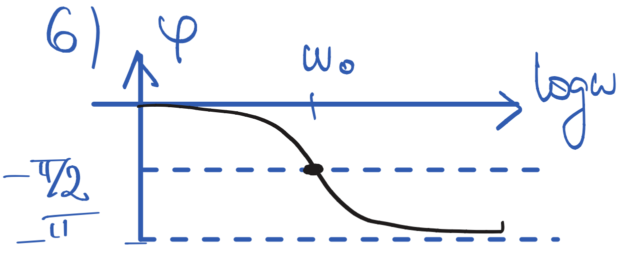
$$G_{dB} \to -10\log(x^4) = -40\log x = -40\log\omega + 40\log\omega_0$$

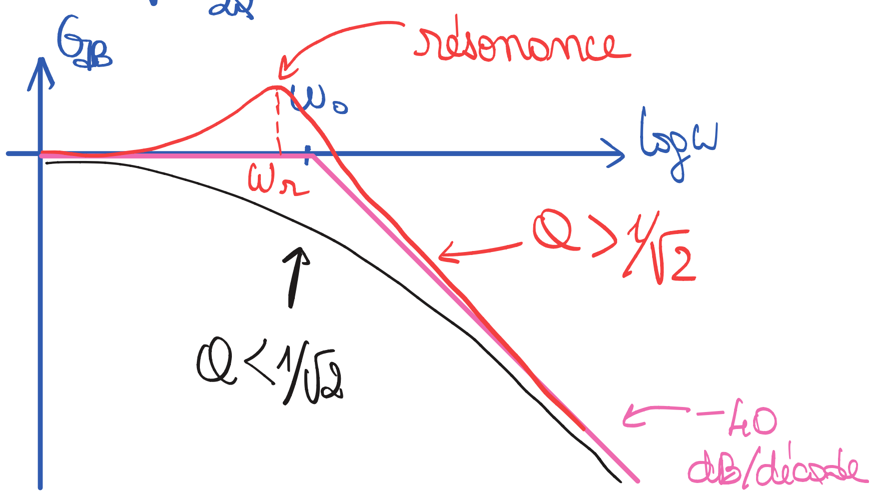
$\varphi \to -\pi$ pente -40 dB/décade

Remarque : intersection des asymptotes pour $\omega = \omega_0$

5) Il y a résonance aux bornes de R si $Q > 1/\sqrt{2}$ (cf. cours ou TD6)
pour 1 pulsation $< \omega_0$ $\left(\omega_r = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}\right)$

6)





Exercice 6.

1) On veut éliminer une composante basse-fréquence : il faut utiliser un passe-haut (b).

2) Signal d'entrée : contient toutes les harmoniques → (γ)

Signal (1) : variations rapides, on a gardé les + hautes fréquences → (α)
filtre (b)

Signal (2) : signal "lissé", faible fréquence conservé, suppression des plus hautes fréquences → (δ)   filtre (a)

Signal (3) : signal quasi sinusoïdal de fréquence > à celle du (2) → (β)
filtre (c)

On peut proposer 1 circuit RC. Si $R = 1k\Omega$ $C = \dfrac{1}{2\pi R f_c} = 0{,}32\,\mu F$

Exercice 7

Pour chaque composante on mesure le G_{dB} et la phase.

- $f = 0$ $e_0 = 2V$ $\left.\begin{array}{l} G_{dB} = 0 \\ \varphi = 0 \end{array}\right\} \rightarrow s_0 = e_0 = 2V$

- $f = 10Hz$ $e_1(t) = 2\cos(\omega t)$ $\left.\begin{array}{l} G_{dB}(10Hz) = 0 \\ \varphi(10Hz) = -5° = \varphi_1 \end{array}\right\} s_1(t) = 2\cos(\omega t + \varphi_1)$

- $f = 1000Hz$ $e_2(t) = 2\cos(100\,\omega t)$

  $G_{dB}(1000Hz) = -20dB$ $|\underline{H}| = 10^{-20/20} = \dfrac{1}{10}$

  $\varphi(1000Hz) = -85° = \varphi_2$

  $s_2(t) = 0{,}2\cos(100\omega + \varphi_2)$

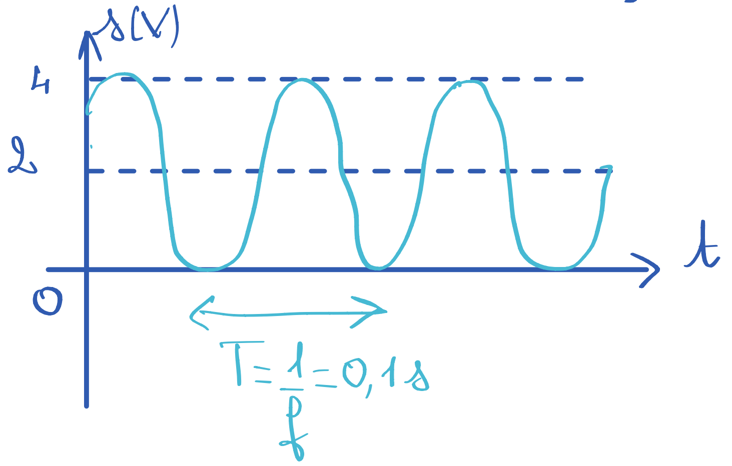
- $f = 10^4\,Hz$ $e_3(t) = 2\cos(10^3\omega t)$

  $G_{dB}(10^4 Hz) = -40dB$ $|\underline{H}| = 10^{-40/20} = \dfrac{1}{100}$

  $\varphi = -90° = -\dfrac{\pi}{2}$

  $s_3(t) = 0{,}02\cos\left(10^3\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

$s(t) = s_0(t) + s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) \simeq 2 + 2\cos(\omega t + \varphi_1)$



Exercice 8

1) Le filtre étudié est un passe-bande. Si la sortie est sinusoïdale c'est que le filtre ne laisse passer qu'1 seule harmonique : il s'agit de la fondamentale puisque sa fréquence est celle du signal créneau. Il s'agit de la fréquence de résonance du filtre puisque si $f \nearrow$ ou $f \searrow$ l'amplitude diminue : $T_1 = T_0$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \frac{1}{12 \times 10^{-4}} = 5{,}2 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$$

2) $\underline{H}(\omega_0) = H_0$ rapport des amplitudes des composantes $\omega = \omega_0$ en entrée et en sortie

Amplitude en sortie : $S = 8 \times 0{,}5 = 4V$

Amplitude de la fondamentale en entrée : $\frac{4E}{\pi} = \frac{4}{\pi} \times 5 \times 0{,}1 = 64 mV$

$$H_0 = \frac{S\pi}{4E} \qquad H_0 = \frac{4}{0{,}064} = 62{,}5$$

3) On observe un comportement intégrateur donc $\omega_2 \gg \omega_0$

$$\underline{H} \simeq \frac{H_0 \omega_0}{j\omega Q}$$

4) $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{12 \times 10^{-5}} = 52 \text{ kHz} > \omega_0$ (Vérifié)

5) $\underline{s} \times j\omega = \frac{H_0 \omega_0}{Q} \underline{e} \iff \frac{ds}{dt} = \frac{H_0}{Q} \omega_0 e(t)$

6) $\frac{ds}{dt}$ représente la pente.

On calcule la pente du signal triangle $p = \frac{ds}{dt} = \frac{12 \times 0{,}04}{6 \times 10^{-5}} = 8000\ V.s^{-1}$

Pendant une ½ periode $e(t) = E = 0{,}5V$.

$$Q = \frac{H_0 \omega_0}{p} E = 20{,}3$$