



TD 11 - Cinématique du point matériel

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Etablir et utiliser les expressions des vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.
- Identifier les degrés de liberté d'un mouvement, choisir le système de coordonnées adapté au problème.
- Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme.
- Savoir étudier les cas suivants : mouvement à vecteur accélération constant, mouvement circulaire.

J'apprends mon cours : Questions de cours, Exercices 1 et 3

Questions de cours

- Q1. Présenter les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
- Q2. Exprimer les vecteurs position, vitesse et accélérations dans les bases cartésiennes et cylindriques.
- Q3. Etablir l'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniforme.
- Q4. Etablir l'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniformément varié.
- Q5. Etablir l'expression du vecteur accélération dans le cas d'un mouvement circulaire dans la base polaire.

Exercices

Exercice 1 : Distance de freinage (MP E3A 2017) ♥

★★★

Ref. 0085

- ✓ Mouvement rectiligne
- ✓ Coordonnées cartésiennes

La sécurité routière insiste fortement sur le respect de distances minimales entre les véhicules afin qu'en cas d'incident imprévu, tout véhicule puisse s'arrêter sans danger.

DOCUMENT : "Distance de sécurité", article extrait du site de l'Association de Prévention Routière
<http://www.preventionroutiere.asso.fr>

La distance d'arrêt d'un véhicule correspond à la distance parcourue pendant le temps de réaction de son conducteur à laquelle s'ajoute la distance de freinage.

- Temps de réaction noté t_R : on évalue à une seconde le temps minimum nécessaire pour que le conducteur réagisse en cas d'incident ou d'apparition d'un obstacle et ce, dans les meilleures conditions. Pendant ce temps-là, le véhicule continue sa course. Ce n'est qu'une fois l'information assimilée que le conducteur commence vraiment à freiner.
- Distance de freinage : sa longueur varie en fonction de la vitesse du véhicule, de l'efficacité du système de freinage, de la pente, ...

Le Code de la Route a fixé une règle claire : l'intervalle de sécurité à ménager entre vous et le véhicule qui vous précède est au moins la distance que vous parcourez en 2 secondes. Plus votre vitesse est élevée, plus cette distance doit être grande.

Autre astuce : sur autoroute, les lignes délimitant la bande d'arrêt d'urgence mesurent 39 mètres et sont espacées entre elles de 13 mètres. A 130 km.h^{-1} , vous devez au moins laisser un intervalle de 2 traits soit environ 90 mètres pour arrêter votre véhicule sans percuter celui qui vous précède.

On considère un véhicule roulant sur une route rectiligne horizontale Ox à la vitesse v_0 prise égale pour l'instant à 130 km.h^{-1} avec un mouvement uniforme. On notera \vec{e}_x le vecteur unitaire de l'axe Ox dans le sens du déplacement.

On prendra l'origine des temps à l'instant où un obstacle a surgi et celle de l'espace à la position initiale (pour $t = 0$). Pour les applications numériques, on prendra $t_R = 1 \text{ s}$.

- 1) Lorsqu'un obstacle sur la voie apparaît au conducteur, la première phase du mouvement vers l'immobilisation correspond au temps de réaction t_R . Que peut-on dire de la nature du mouvement au cours de cette phase ? En déduire l'expression de la vitesse pour cette phase et de la distance d_R parcourue.
- 2) La seconde phase correspond au freinage proprement dit. Par souci de simplification, on considère que le freinage consiste à imposer une décélération a_0 constante. Si on suppose que $a_0 > 0$, donner l'expression du vecteur accélération au cours du temps puis celle du vecteur vitesse.
- 3) En déduire la position $x(t)$ du véhicule en fonction du temps si $x(0) = 0$.
- 4) Déterminer l'instant t_1 pour lequel le véhicule s'arrête. En déduire la distance d'arrêt d_a en fonction de v_0 , a_0 et t_R .
- 5) Exprimer puis calculer la valeur minimale de la décélération permettant d'utiliser les lignes de la bande d'arrêt d'urgence pour évaluer la distance de sécurité c'est-à-dire pour que la distance d'arrêt soit inférieure à la distance D des deux lignes de la bande d'arrêt d'urgence.
- 6) Déterminer la distance de sécurité préconisée par le Code de la Route pour une vitesse de 130 km.h^{-1} . Calculer la décélération a_0 nécessaire pour que la distance d'arrêt soit égale à cette distance de sécurité.

Exercice 2 : Course de voiture en ligne droite

★★★

Ref. 0086

✓ *Mouvement rectiligne*

Deux voitures A et B partent du même endroit et disposent d'une ligne droite de 1 km. Leur vitesse maximale est la même et vaut 144 km.h^{-1} . Pendant leur phase d'accélération, l'accélération de A est $a_1 = 1,0 \text{ m.s}^{-2}$; celle de B est $a_2 = 2,0 \text{ m.s}^{-2}$. La voiture A part 10 secondes avant la voiture B. La voiture B pourra-t-elle la rattraper ?

Exercice 3 : Course dans un virage ♥

★★★

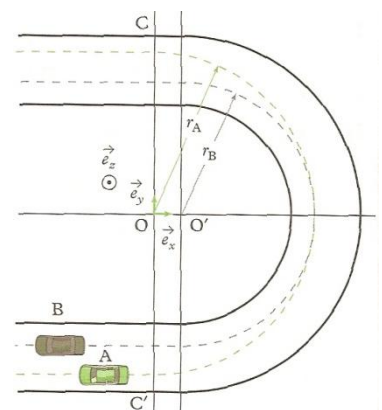
Ref. 0087

✓ *Mouvement circulaire uniforme*

Lors d'une autre course, les deux voitures arrivent en ligne droite et prennent un virage circulaire de manière différente :

- La voiture A prend le virage sur une trajectoire circulaire de centre O et de rayon $r_A = 90 \text{ cm}$.
- La voiture B négocie le même virage sur une trajectoire circulaire de centre O' et de rayon $r_B = 75 \text{ cm}$.

Le but de la question est de comparer l'avancement des 2 voitures après le virage, sachant que la référence de comparaison est liée à l'axe CC'.



- 1) Déterminer puis calculer les longueurs L_A et L_B des trajectoires des 2 voitures A et B.
- 2) On suppose que les 2 voitures roulent à des vitesses v_A et v_B constantes pendant tout le virage. Déterminer ces vitesses pour que dans le virage les accélérations des 2 voitures restent inférieures à $0,8g$ afin d'éviter que les voitures ne dérapent. ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$)
- 3) En déduire les temps t_A et t_B nécessaire aux 2 voitures pour négocier le virage. Conclure.

Exercice 4 : Principe de Fermat et loi de la réfraction ♥

★★★

Ref. 0088

✓ Mouvement rectiligne

Pierre de Fermat (mathématicien et physicien français, 1601-1665) postula que les rayons lumineux répondaient à un principe très général selon lequel le chemin emprunté par la lumière pour se rendre d'un point donné à un autre était celui pour lequel le temps de parcours était minimum (en fait un extremum qui peut être un minimum ou un maximum).

Un maître-nageur, situé en un point A d'une plage, souhaite appliquer ce principe afin de porter secours le plus rapidement possible à un vacancier (situé en B) sur le point de se noyer à quelques brasses du bord de mer. On note v_1 et v_2 les vitesses (supposés constantes) du maître-nageur sur la plage lorsqu'il court et dans l'eau où il nage.

- 1) En supposant que la trajectoire est rectiligne dans chaque milieu, quel doit être le chemin suivi par le maître-nageur afin que le principe de Fermat soit vérifié et le vacancier sain et sauf ?
- 2) En déduire l'expression de la loi de la réfraction en optique.

Exercice 5 : Roue de vélo ♥

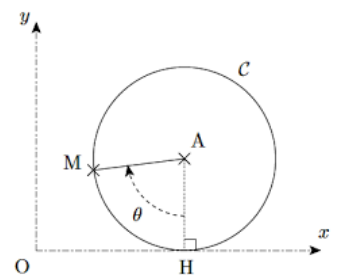
★★★

Ref. 0089

✓ Coordonnées cartésiennes
✓ Mouvement cycloïdal

Une roue de vélo de rayon R roule sans glisser sur l'axe Ox et reste dans le plan Oxy . Le centre C a une vitesse v constante par rapport au sol. A $t = 0$ le point M coïncide avec l'origine O du repère.

- 1) Exprimer les coordonnées de M à un instant t . Tracer l'allure de sa trajectoire.
- 2) Exprimer les vecteurs vitesse et accélération du point M par rapport au sol.



Exercice 6 : Poursuite de mouches



★★★

Ref. 0090

✓ Coordonnées polaires
✓ Mouvement en spirale

Les quatre mouches Adèle, Berthe, Célestine et Dorothée sont initialement aux quatre sommets A, B, C, D d'un carré de côté a . Adèle vole vers Berthe, Berthe vers Célestine, Célestine vers Dorothée et Dorothée vers Adèle avec des vitesses de même norme v .

- 1) Déterminer l'équation polaire de la trajectoire d'Adèle (on choisira $\theta(0) = 0$)
- 2) Au bout de combien de temps les quatre mouches atteindront-elles le centre du carré ?
- 3) Quelles distances ont-elles parcouru ?

