



TP 15 – Accéléromètre

OBJECTIFS : Utiliser l'accéléromètre d'un smartphone pour mesurer une hauteur et introduire la méthode d'Euler pour résoudre une équation différentielle

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps.
- Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.
- Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur
- Résoudre une équation différentielle par la méthode d'Euler

Matériel :

- Un Smartphone : télécharger l'application Phyphox
- Un ordinateur

Fiches utiles : FT11, ON4

Les smartphones sont équipés d'un accéléromètre 3 axes, permettant de mesurer l'accélération subie par le téléphone dans les 3 directions de l'espace.

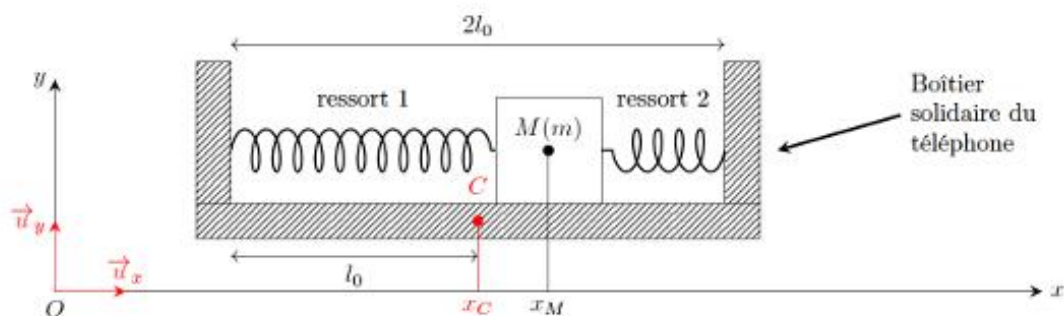
La miniaturisation, la fiabilité et le faible coût des capteurs à MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) permettent de les intégrer dans de nombreux dispositifs électroniques. La plupart des accéléromètres à MEMS permettent de mesurer les accélérations suivant deux axes.

On limite l'étude à la modélisation du fonctionnement d'un accéléromètre à un seul axe.

I. Etude théorique d'un accéléromètre

Un accéléromètre à un axe peut être modélisé par un mobile M de masse m lié au bâti (le châssis du téléphone) par un ressort et amorti par frottement fluide.

Le schéma de principe est représenté sur la figure suivante.



L'accéléromètre se compose d'une masse mobile m , assimilée à un point matériel M , astreinte à se déplacer sans frottements secs selon l'axe horizontal Ox . Le boîtier rigide de l'accéléromètre, de longueur $2l_0$ selon l'axe Ox , de centre C se déplace dans le référentiel d'étude terrestre \mathcal{R}_T supposé galiléen et on note \vec{a}_c son accélération dans ce référentiel. Son accélération s'écrit $\vec{a}_c = a_c \vec{u}_x$.

On note à un instant t quelconque, $x(t)$ la position de la masse mobile en mouvement, $x_c(t)$ la position du centre du boîtier et $X(t) = x(t) - x_c(t)$ la position de la masse mobile par rapport au centre du boîtier. Lorsque le boîtier de l'accéléromètre est au repos ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme, la position de la masse mobile par rapport au centre du boîtier vérifie $X = 0$. Lorsque le boîtier subit une accélération, la masse mobile quitte la position définie précédemment.

La masse mobile est soumise :

- Aux forces de rappel \vec{T}_1 et \vec{T}_2 exercées par deux ressorts identiques, de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 ;
- À des forces de frottement visqueux dont la résultante est proportionnelle à la vitesse relative de la masse mobile par rapport au boîtier $\vec{F} = -\alpha(\dot{x} - \dot{x}_c) \vec{u}_x$ où α est le coefficient de frottement visqueux.
- Au poids ;
- À la réaction du boîtier \vec{R} .

Mise en équation

- Q1.** Montrer que la résultante des forces de rappel exercées par les deux ressorts s'écrit : $\vec{T} = -2kX \vec{u}_x$.
- Q2.** Montrer que, lorsque le boîtier subit une accélération, l'équation différentielle précédente peut s'écrire $\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = -a_c$, avec ω_0 et Q deux constantes que l'on exprimera en fonction de k , m et α .
- Q3.** Quelle est la signification physique de ω_0 et Q ? Quelles sont les dimensions et les unités de ces deux grandeurs ?

Étude de la réponse harmonique

On recherche maintenant les conditions pour lesquelles l'élongation X est directement proportionnelle à l'accélération a_c du boîtier. Pour cela, on étudie la réponse du capteur en régime sinusoïdal forcé.

- Q4.** La grandeur d'entrée du capteur étant l'accélération $a_c(t) = a_m \cos(\omega t)$, sous quelle forme mathématique doit-on rechercher la grandeur de sortie $X(t)$?
- Q5.** Établir l'expression de l'amplitude de l'élongation X_m en fonction de a_m , ω , ω_0 et Q .
- Q6.** Montrer qu'il est possible d'observer un phénomène de résonance en élongation à une fréquence f_r que l'on exprimera en fonction de f_0 et Q . A quelle condition sur le facteur de qualité Q , une résonance est-elle possible ?
- Q7.** Montrer qu'il existe un domaine de fréquences, que l'on précisera, pour lequel on peut considérer que l'élongation X est directement proportionnelle à l'accélération a du boîtier et vérifie :

$$X(t) = \frac{-ma_c(t)}{2k}.$$

II. Découverte de l'application Phyphox

L'application **phyphox** propose deux modes de mesure de l'accélération :

- **sans g** : mesure de l'accélération du smartphone uniquement.
- **avec g** : données brutes de l'accéléromètre, on prend en compte l'accélération de la pesanteur.

→ Choisir sur l'application "Phyphox" l'expérience "Accélération sans g ".
→ Démarrer l'acquisition.
→ Modifier la position du smartphone et examiner les graphes et pour déterminer la direction et le sens des trois axes x, y et z. Faire un schéma du smartphone muni de ses axe

On étudie la chute du smartphone sur une support mou (lit). Voici la courbe obtenue :



Q8. Analyser la courbe obtenue : quelle zone correspond au temps de réponse du capteur ? à la chute libre ? au choc ? aux rebonds ?

III. Mouvement d'un ascenseur

Ouvrir le fichier **Ascenseur.csv**. Il contient les données enregistrées par l'accéléromètre d'un smartphone (application Phyphox, Accélération sans g), posé à plat sur le plancher de l'ascenseur lors d'une montée de 3 étages.

Q9. Tracer l'accélération en fonction du temps. Décrire l'évolution.

On cherche maintenant à calculer la vitesse du smartphone selon la direction verticale aux différentes dates de mesure de l'accélération effectuées par le smartphone.

Pour cela, on utilise une méthode la méthode d'Euler.

Méthode d'Euler

La méthode d'Euler est une méthode de calcul itérative qui consiste à calculer numériquement le résultat d'une intégrale qui est trop complexe pour avoir une solution algébrique.

Pour appliquer la méthode d'Euler à l'étude d'un mouvement dont on connaît l'accélération, on doit diviser la durée de l'étude en plusieurs petits intervalles de temps Δt . Si l'intervalle de temps Δt est suffisamment petit, on pourra faire l'approximation que l'accélération ne change pratiquement pas pendant cet intervalle de temps Δt et on peut donc la considérer comme étant constante.

A partir de la condition initiale connue $\vec{v}(t_0)$, on peut alors calculer la vitesse à la date $t_1 = t_0 + \Delta t$:

$$\vec{v}(t_1) = \vec{v}(t_0) + \vec{a}(t_0)\Delta t$$

De la même façon en connaissant $\vec{v}(\Delta t)$, on peut calculer la vitesse à la date $t_2 = t_1 + \Delta t$:

:

$$\vec{v}(t_2) = \vec{v}(t_1) + \vec{a}(t_1)\Delta t$$

Et ainsi de suite...

On effectue ainsi un calcul itératif. Chaque itération de calcul est obtenue à partir de l'itération précédente. De manière algébrique, on écrit que l'itération numéro « $i + 1$ » est calculée à partir des valeurs de l'itération numéro « i ».

- Q10.** En adoptant cette méthode, exprimer la vitesse v_{i+1} à la date t_{i+1} en fonction de l'accélération a_i à la date t_i , v_i , t_i et t_{i+1} .
- Q11.** Utiliser les fonctions du tableur Excel pour calculer les différentes valeurs v_i de la vitesse.
- Q12.** Tracer la vitesse en fonction de la variable temps. Décrire l'évolution observée.
- Q13.** Recommencer les opérations ci-dessus pour calculer puis représenter la position verticale au cours du temps. Décrire l'évolution observée et en déduire la hauteur des 3 étages.