



FM 13 – Analogies électrocinétique et mécanique

Le comportement des circuits électriques linéaires comme le R, L, C série et celui des systèmes mécaniques masse, ressort avec frottements visqueux linéaire est représenté par des équations différentielles semblables du type : $\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_\infty$.

	Circuit RLC soumis à une tension constante E	Système masse, ressort avec frottement visqueux linéaire
Equation différentielle	<p>Vérifiée par la tension aux bornes de C :</p> $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{E}{LC}$ <p>Ou par la charge q de l'armature :</p> $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{E}{LC}$	<p>Vérifiée par la position :</p> $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{k}{m} x_{eq}$
Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Facteur de qualité	$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$	$Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}$
Temps de relaxation	$\tau = \frac{2L}{R}$	$\tau = \frac{2m}{\alpha}$
Energie	$E_{em} = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$	$E_m = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$
Bilan de puissance	$\frac{dE_{em}}{dt} = -R i^2$ <p>Dissipation par effet Joule</p>	$\frac{dE_m}{dt} = -\alpha v^2$ <p>Dissipation par frottements visqueux linéaires</p>

Pour passer de l'un à l'autre

Position x	Vitesse $v = \dot{x}$	Masse m	Constante de raideur k	Coefficient d'amortissement fluide α
Charge $q = C u_C$	Intensité $i = \dot{q}$	Inductance L	Inverse de la capacité $\frac{1}{C}$	Résistance R