

## Chapitre 14

# Mouvement de particules chargées

### I. Force de Lorentz

1. Notion de champ
2. Notions de champs électrique et magnétique
3. Expression de la force de Lorentz
4. Ordres de grandeur
5. Puissance et travail de la force de Lorentz

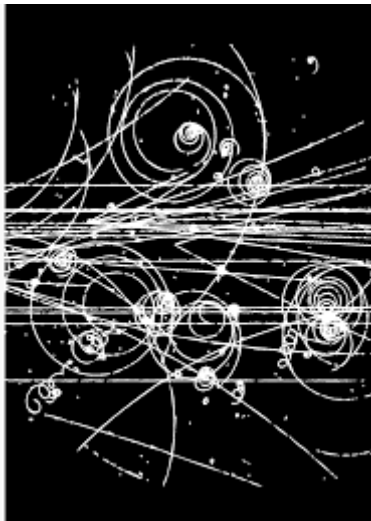
### II. Mouvement dans un champ électrique stationnaire et uniforme

1. Champ électrostatique uniforme
2. Mouvement à accélération constante

3. Expression de l'énergie potentielle associée à la force électrique
4. Application : accélérateur linéaire de particule

### III. Mouvement dans un champ magnétique stationnaire et uniforme

1. Champ magnétique stationnaire et uniforme
2. Effets de la force magnétique
3. Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme perpendiculaire au vecteur vitesse initial
4. Applications



*Trajectoire de particules dans une chambre à bulles*



*Aurore boréale*

---

## Le cours

---

L'objet de ce chapitre est l'étude du mouvement de particules chargées, par rapport à un référentiel galiléen, soumises à un champ électrique  $\vec{E}$  ou magnétique  $\vec{B}$  **stationnaire**, (indépendant du temps, on parle de champ électrostatique ou magnétostatique) et **uniforme** (indépendant de la position considérée).

Dans tout ce chapitre, le mouvement des particules chargées est étudié **dans le cadre de la mécanique classique**. Pour que les particules puissent être considérées comme **non relativistes**, il faut que  $v \ll c$ ,  $c$  étant la vitesse de la lumière dans le vide (on se contentera de  $v < 0,1 c$ ). Si cette condition n'est pas respectée, des effets relativistes se manifestent et expliquent les écarts entre modèle théorique classique et observations expérimentales.

### I. Force de Lorentz

---

#### 1. Notion de champ

Un champ est associé à une propriété physique qui se manifeste en tout point de l'espace, à tout instant. Cette propriété est définie par une grandeur physique scalaire ou vectorielle fonction de l'espace et du temps.

*Exemple de champ scalaire : température au sein d'un fluide, concentration volumique d'un constituant dans une solution...*

*Exemple de champ vectoriel : champ de vitesse pour un solide en rotation, champ de pesanteur, champs gravitationnels, électrique et magnétique...*

Un champ est dit **stationnaire** s'il est indépendant du temps, il est dit **uniforme** s'il est indépendant de la position considérée).

Le concept de champ crée un intermédiaire entre les causes et les effets des interactions.

*Par exemple, 2 points matériels A et B sont en interaction gravitationnelle. Au lieu de donner directement la force exercée par A sur B, on peut d'abord donner le champ gravitationnel  $\vec{G}_A(M)$  créé par A au point M quelconque puis exprimer la force subie par B en fonction du champ gravitationnel en B :  $\vec{F}_{A \rightarrow B} = m \vec{G}_A(M)$*

*On peut alors étudier le comportement d'un système B placé dans un champ gravitationnel sans se préoccuper de la source qui l'a créé : c'est ainsi que l'on introduit le poids.*

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux effets des champs électriques et magnétiques **stationnaires** et **uniformes** sur une particule chargée sans se soucier de l'origine de ces champs.

## 2. Notions de champs électrique et magnétique

### ✓ Champ électrique

- Tout système qui possède une charge électrique crée autour de lui un champ électrique  $\vec{E}$ .
- Un champ électrique mesure la capacité, pour le système qui le crée, d'attirer ou de repousser une autre charge électrique située dans son voisinage.
- Unité :  $V.m^{-1}$

### ✓ Champ magnétique

- Un champ magnétique peut être créé par des courants électriques ou bien par des aimants.
- Un champ magnétique mesure la capacité, pour le système qui le crée, de dévier la trajectoire d'une charge électrique en mouvement dans son voisinage.
- Un champ magnétique s'exprime en tesla(T).

Ces notions seront largement approfondies et complétées dans d'autres chapitres. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux effets des champs électriques et magnétiques **stationnaires** et **uniformes** sur une particule chargée sans se soucier de l'origine de ces champs.

## 3. Expression de la force de Lorentz

On considère une particule chargée que l'on modélise par un point matériel M portant une charge  $q$ . On note  $\vec{v}$  le vecteur vitesse de cette particule par rapport à un référentiel  $\mathcal{R}$ .

Soumise à un champ électrique  $\vec{E}$  et à un champ magnétique  $\vec{B}$ , elle alors la force de Lorentz :

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$\vec{F}_e = q \vec{E}$  est la force électrique et  $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  la force magnétique.

Unités SI :  $q$  en Coulomb (C),  $\|\vec{E}\|$  en  $V.m^{-1}$  et de  $\|\vec{B}\|$  en Tesla (T).

## 4. Ordres de grandeur

Champ électrique :

- Tube fluorescent :  $10 V.m^{-1}$
- Atmosphère par temps clair :  $10^2 V.m^{-1}$
- Atmosphère par temps orageux :  $10^4 V.m^{-1}$
- Champ disruptif pouvant provoquer la formation d'étincelles dans l'air (ionisation de l'air) :  $3 MV.m^{-1}$

Champ magnétique :

- Electroaimant IRM : 1 à 10 T
- Aimant permanent usuel : 0,1 à 1 T (au voisinage de l'aimant)
- Champ magnétique terrestre :  $5.10^{-5} T$

### AP 1

Le poids des particules chargées sera négligé devant la force de Lorentz.

Les expériences mettant en jeu des particules chargées dans un champ électrique ou magnétique se passent généralement dans une enceinte où on a fait le vide pour éviter les chocs entre les particules chargées et les molécules d'air. Ainsi les frottements seront également négligés.

## 5. Puissance et travail de la force de Lorentz

La contribution magnétique  $\vec{F}_m$  ne travaille pas puisqu'elle est perpendiculaire au vecteur vitesse par propriété du produit vectoriel.

La contribution magnétique  $\vec{F}_e$  quant à elle travaille :

$$\delta W(\vec{F}_L) = \delta W(\vec{F}_e) = q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

### Conséquences :

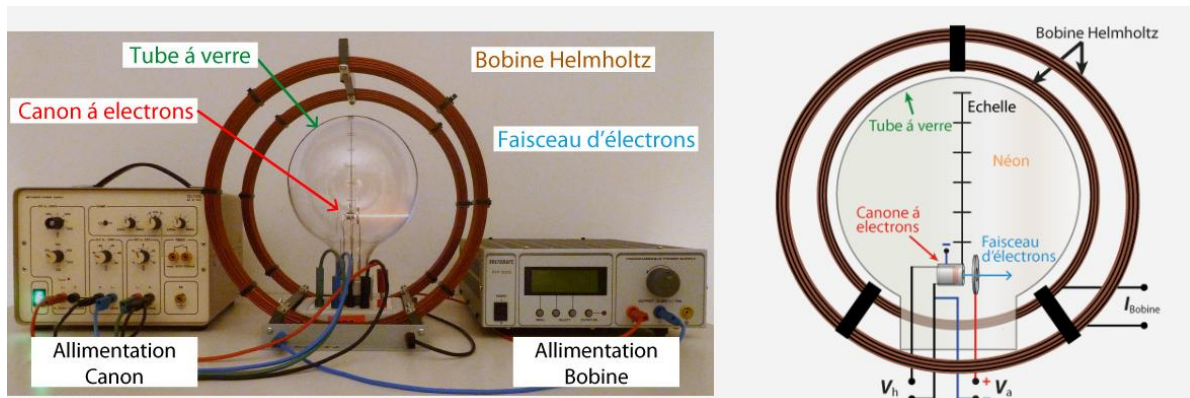
- ✓ La seule force susceptible de modifier la norme du vecteur vitesse **est la force électrique**. Cette force est donc susceptible de modifier la direction et la norme de  $\vec{v}$  donc de **dévier, d'accélérer ou de ralentir une particule chargée**.
- ✓ La force magnétique ne peut que modifier la direction de  $\vec{v}$  donc la force magnétique ne peut que **dévier** une particule chargée : elle peut courber la trajectoire.
- ✓ Si la particule chargée n'est soumise qu'à la **force magnétique** alors le **mouvement est uniforme**.

### Expérience :

Un canon à électrons est un dispositif permettant de produire un faisceau d'électrons. Il est constitué d'une cathode métallique chauffée par un courant électrique, d'où sont extraits des électrons. En pratique, cette énergie est apportée sous forme d'énergie thermique en chauffant la cathode à une température suffisamment élevée pour qu'une certaine quantité d'électrons acquière l'énergie suffisante pour franchir la barrière de potentiel qui les maintient dans le solide. Les électrons en sortie sont ensuite accélérés par un champ électrique.

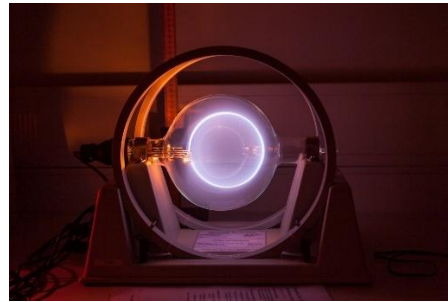
Pour que les trajectoires des électrons soient visibles, un peu de gaz (néon ou mercure par exemple) est présent dans l'ampoule de verre. Les atomes excités par les électrons émettent en se désexcitant des photons, ce qui rend ainsi visible la trajectoire des électrons.

L'ampoule en verre est placée à l'intérieur d'une grande paire de bobines de Helmholtz afin de pouvoir appliquer un champ magnétique uniforme et stationnaire.



En l'absence de champ magnétique, et sous l'effet du champ électrique, la trajectoire des électrons est rectiligne.

Elle devient hélicoïdale en présence d'un champ magnétique ou circulaire si le champ magnétique est orthogonal au vecteur vitesse initial.



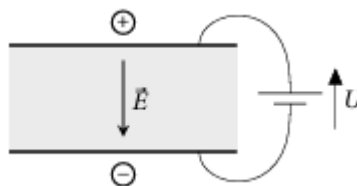
## II. Mouvement dans un champ électrique stationnaire et uniforme

### 1. Champ électrostatique uniforme

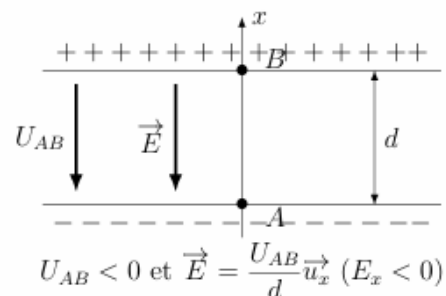
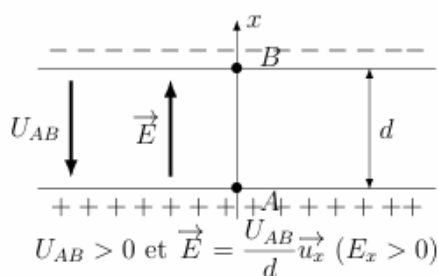
Le potentiel électrique  $V$  et le champ électrostatique sont liés par la relation :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ .

Le champ est **orienté dans le sens des potentiels décroissants** et est d'autant plus important que le potentiel varie fortement.

**Une façon simple de créer un champ électrostatique et uniforme consiste à appliquer une tension constante entre deux électrodes planes parallèles entre elles, distantes de  $d$ , à l'aide d'un générateur électrique.**



*C'est par exemple le cas à l'intérieur d'un condensateur plan constitué de deux armatures portant des charges opposées et dont leur taille est grande devant la distance les séparant.*



**Le champ électrostatique, produit entre deux électrodes planes parallèles, distante de  $d$  et entre lesquelles on applique une tension  $U$  constante, est dirigé dans le sens des potentiels décroissants et est tel que  $\|\vec{E}\| = \frac{|U|}{d}$ .**

## 2. Mouvement à accélération constante

Le champ électrique étant stationnaire et uniforme, la force électrique est constante, l'accélération (vectorielle) l'est aussi. On est donc dans un cas de mouvement à accélération constante, **le mouvement est donc soit rectiligne (si la vitesse initiale est nulle ou colinéaire au champ électrique), soit parabolique (sinon).**

## 3. Expression de l'énergie potentielle associée à la force électrique

On choisit l'axe (Ox) tel que  $\vec{E} = E \vec{u}_x$ .

Le champ électrostatique est tel que  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ ,

$$q\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(qV)$$

**Dans un champ stationnaire, la force électrique est conservative et son énergie potentielle est proportionnelle au potentiel électrique V tel que :  $E_{p,elec} = qV + \text{constante}$**

En particulier, déterminons le travail de la force électrique entre les points A et B :

$$W_{elec,A \rightarrow B} = -\Delta E_{p,elec} = E_{p,elec}(A) - E_{p,elec}(B) = q U_{AB}$$

**Le travail de la force électrique reçu par la charge q dans un champ électrique stationnaire est :**

**$W_{elec,A \rightarrow B} = qU_{AB}$  où  $U_{AB}$  est la tension électrique entre les points A et B.**

## 4. Application : accélérateur de particule

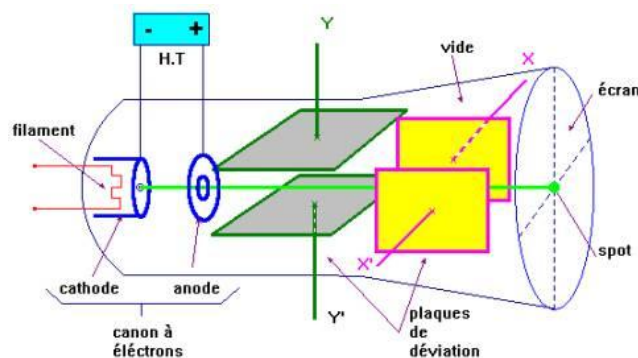
### AP 2

*Il faut opter pour un calcul relativiste si la vitesse des électrons atteint 10 % de la vitesse de la lumière.*

**Autre application :**

*Le principe de fonctionnement des **oscilloscopes analogiques** repose sur les aspects **d'accélération** (entre cathode et anode) et de **déviation** des électrons par un champ électrique.*

*La tension U que l'on veut étudier est appliquée entre les électrodes notées Y et Y'. C'est le champ dû à cette tension qui dévie les électrons selon la verticale. Pour le balayage horizontal (en temps), on applique une tension entre les plaques X et X' qui croît régulièrement pendant une certaine durée puis qui revient brusquement à son point de départ. La combinaison des déviations verticale et horizontale des électrons permet ainsi d'afficher les variations de U en fonction du temps.*

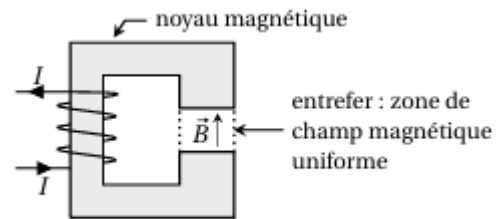




### III. Mouvement dans un champ magnétique stationnaire et uniforme

#### 1. Champ magnétique stationnaire et uniforme

L'un des moyens les plus classiques pour obtenir un champ magnétostatique uniforme consiste à se placer dans **l'entrefer d'un électroaimant**, c'est-à-dire un dispositif dans lequel un circuit électrique parcouru par un courant est enroulé autour d'un noyau magnétique.



On peut aussi créer un tel champ avec des **bobines de Helmholtz** : il s'agit de deux bobines identiques à rayon  $R$  sont placées à cette même distance  $R$  l'une de l'autre et connectées de telle manière à ce que le courant circule dans la même direction.

#### 2. Effets de la force magnétique

On a déjà dit que  $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  étant perpendiculaire au vecteur vitesse, cette force ne travaille pas.

**Contrairement à un champ électrique, un champ magnétique ne permet pas de modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée. Il peut en revanche courber sa trajectoire.**

**AP 3**

#### 3. Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme perpendiculaire au vecteur vitesse initial

**AP 4**

Une particule de masse  $m$  et charge  $q$ , plongée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme  $\vec{B}$ , lancée avec une vitesse  $\vec{v}_0$  orthogonale au champ, suit une trajectoire circulaire :

- ✓ De rayon :  $R = \frac{mv_0}{|q|B}$
- ✓ De période  $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

Ces résultats sont à savoir retrouvés juste en admettant que la trajectoire est circulaire :  $m \frac{v_0^2}{R} = |q|v_0B$ , etc...

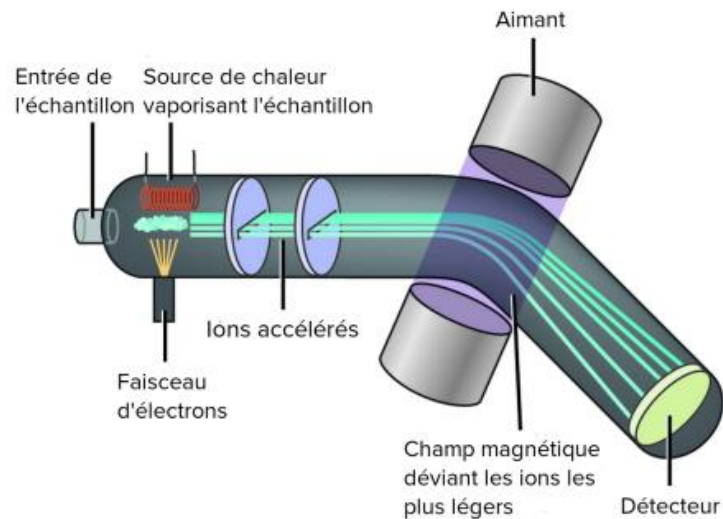
#### 4. Applications

Le champ magnétique afin de modifier la trajectoire de particules chargées est utilisé :

- ✓ Dans un **spectromètre de masse** afin de séparer les ions de rapport  $q/m$  différente.

Un spectromètre de masse utilise les propriétés des mouvements des particules (après ionisation) dans des champs électrique et magnétique pour analyser les ions présents dans un faisceau ou mettre en évidence la présence d'isotopes et déterminer leurs proportions.

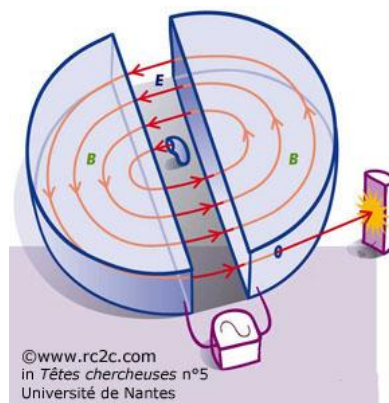
Les isotopes sont tout d'abord ionisés, puis accélérés par le champ électrique, ils atteignent des vitesses différentes selon leur masse. Ils sont ensuite déviés par le champ magnétique, le rayon de la trajectoire dépendant de leurs masses. Ainsi des isotopes différents sont récupérés en des positions différentes.



✓ Dans les **accélérateurs de particules**.

L'accélération par un champ électrique seul dans les accélérateurs linéaires nécessite la production d'un champ électrique uniforme dans une grande zone d'espace, ce qui est difficile à mettre en œuvre. On utilise alors un champ magnétique afin de courber les trajectoires et ainsi faire passer la particule un grand nombre de fois dans la zone accélératrice. C'est le cas dans les **cyclotrons** et les **synchrotrons**.

Dans un cyclotron, le champ magnétique est stationnaire et uniforme et la trajectoire est une spirale composée de demi-cercles successifs de rayon croissant après chaque accélération par un champ électrique alternatif de fréquence constante. Les cyclotrons nécessitent la production d'un champ magnétique uniforme dans une grande zone d'espace (sur la surface du cyclotron).



Des effets relativistes commencent à apparaître à mesure que la vitesse des particules approche celle de la lumière, leur masse augmente de façon significative et le rayon de leur trajectoire circulaire diminue.

Dans un synchrotron, les particules suivent une trajectoire circulaire de rayon maintenu constant par un champ magnétique croissant avec l'énergie des particules. Ils associent des zones où règne un champ électrique dans lesquelles les particules sont accélérées et d'autres où règne un champ magnétique, créé par une suite circulaire d'aimants, qui augmente durant le cycle d'accélération de telle façon à maintenir un rayon constant. C'est le cas du LHC (Large Hadron Collider) du CERN (Centre Européen de la Recherche Nucléaire) qui communique à des protons des énergies de l'ordre de 7 TeV ( $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ ) avec une circonférence d'environ 27 km.



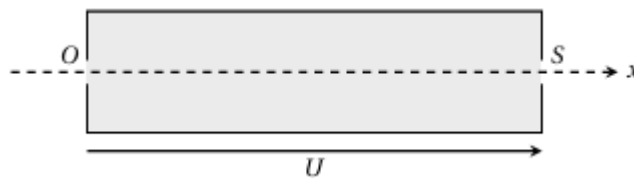
## Applications

### Application 1 : Ordres de grandeurs

On s'intéresse à un proton (masse  $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg et charge  $q = e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C) soumis à un champ électromagnétique avec  $\|\vec{E}\| = 1 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$  et  $\|\vec{B}\| = 1 \text{ mT}$  (valeurs facilement accessibles en laboratoire).

Pour un proton de vitesse  $v = 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (non relativiste car on a bien  $v < 0,1 c$ ), montrer que son poids est négligeable vis-à-vis des forces électrique et magnétique.

### Application 2 : Accélérateur linéaire de particules



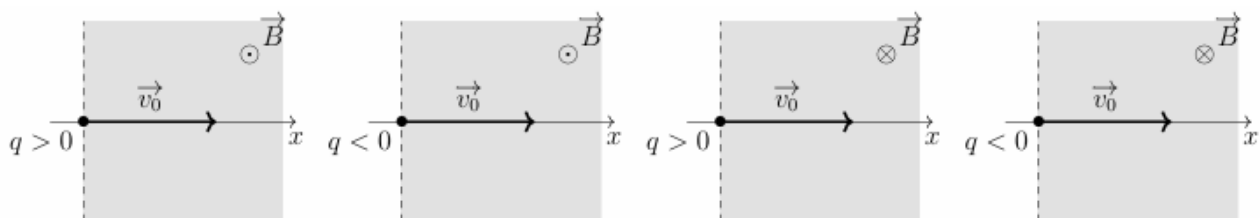
Un proton est injecté en O, avec une vitesse négligeable, à l'intérieur d'un accélérateur linéaire de particule dans lequel règne un champ électrique  $\vec{E} = E \vec{u}_x$  stationnaire et uniforme. Il ressort de l'accélérateur en S. L'accélérateur a une longueur  $L = OS = 200 \text{ m}$  et l'on impose entre les deux extrémités une tension  $|U| = 1,0 \cdot 10^4 \text{ V}$ .

Données : charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , masse du proton :  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

- 1) Quel doivent être les signes de  $E$  et  $U$  pour que le proton soit accéléré vers S ? Calculer  $E$ .
- 2) Déterminer l'équation du mouvement du proton.
- 3) En déduire la durée du mouvement dans l'accélérateur ainsi que sa vitesse à la sortie.
- 4) Retrouver la vitesse de sortie à l'aide d'un bilan énergétique.

### Application 3 : Déviation d'une particule par un champ magnétique

Indiquer sur les schémas ci-dessous le sens de la force de Lorentz. Dessiner également un début de trajectoire courbe)



**Application 4 : Déviation d'une charge par un champ magnétique**

Une particule de masse  $m$ , de charge électrique  $q$  est lancée depuis l'origine d'un repère  $(Oxyz)$ , dans un champ magnétostatique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$  ( $B > 0$ ) avec une vitesse initiale orthogonale au champ magnétique  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ .

- 1) Montrer que le mouvement est uniforme.
- 2) Établir les équations du mouvement vérifiées par les coordonnées  $(v_x, v_y, v_z)$  du vecteur vitesse.
- 3) Montrer que le mouvement est contenu dans le plan  $(Oxy)$ .
- 4) Établir les équations horaires du mouvement  $(x(t), y(t))$ . En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire et justifier qu'elle est circulaire, avec un rayon  $R$  que l'on exprimera en fonction de  $m, v_0, q$  et  $B$  (HP).
- 5) Exprimer la période  $T$  du mouvement.
- 6) Tracer l'allure de la trajectoire suivant que la charge  $q$  est positive ou négative.