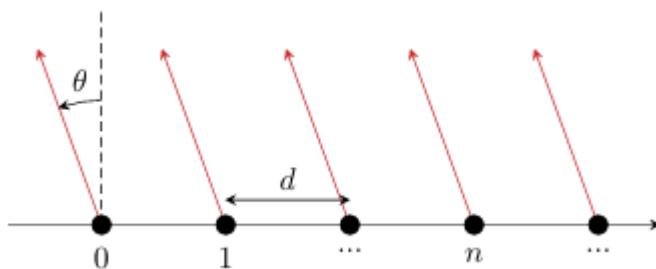


Exercice supplémentaire : Réseau linéaire d'antennes

★★★

De nombreuses utilisations des ondes électromagnétiques demandent une bonne directivité : télécommunications, radar, radioastronomie, etc. Pour l'obtenir, on peut notamment associer plusieurs antennes élémentaires en réseau, ce qui est préférable à une antenne unique dont le rayonnement est très peu directif. C'est ce qu'exploitent par exemple les antennes de télévision en « râteau », mais pour la réception. Des dispositifs analogues avec les ondes acoustiques sont utilisés dans les sondes d'échographie.



On s'intéresse dans cet exercice à un modèle simplifié de réseau linéaire de N antennes indicées de 0 à $N - 1$, séparées d'une distance d .

En première approche, on suppose que chaque antenne émet un rayonnement de longueur d'onde λ , isotrope dans le plan horizontal, toutes les antennes émettant en phase.

On s'intéresse à l'onde totale en un point M , situé à grande distance du réseau, dans une direction formant un angle θ avec la normale au réseau.

L'onde issue de l'antenne de référence 0 est prise comme référence : $s_0(M, t) = A e^{i\omega t}$.

- 1) Montrer que le déphasage ϕ entre l'onde 0 et l'onde 1 au point M vaut $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$.
- 2) En déduire sans calcul le déphasage ϕ_n entre l'onde 0 et l'onde n au point M.
- 3) Montrer que l'onde résultante au point M est :

$$\underline{s}(M, t) = A e^{i\omega t} \frac{e^{-iN\phi/2}}{e^{-i\phi/2}} \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} .$$

En déduire l'intensité correspondante.

Donnée : la fonction $x \rightarrow \frac{\sin(ax)}{\sin x}$ est maximale pour $x = m\pi, m \in \mathbb{Z}$, et est alors égale à a .

- 4) Déterminer les directions dans lesquelles se trouvent les maxima d'intensité émis par le réseau d'antenne. Comment choisir d pour n'avoir qu'un unique maximum ?
- 5) On supposera pour la suite $d = \frac{\lambda}{2}$.
- 6) Pour un réseau de N antennes, que vaut l'intensité au niveau d'un maximum ?
- 7) Déterminer la largeur angulaire $\Delta\theta$ du pic de rayonnement correspondant, définie comme l'écart angulaire entre les deux annulations d'intensité de part et d'autre du maximum. Commenter l'influence du nombre d'antennes formant le réseau.
- 8) Pour contrôler la direction du maximum de rayonnement, les ondes émises par les antennes peuvent être déphasées : outre le déphasage géométrique précédemment discuté, le champ émis par deux antennes successives est déphasé de $\psi = \text{cte}$. Déterminer l'angle auquel se trouve le maximum d'intensité.