



TP 17 - Indice de réfraction d'un prisme

OBJECTIFS : Vérifier la loi de Cauchy et mesurer des longueurs d'onde

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice.
- Utiliser des vis micrométriques et un réticule.
- Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur.
- Indice d'un milieu transparent.
- Réflexion - Réfraction. Lois de Snell-Descartes.

Dans ce TP, on utilise nos connaissances acquises au cours des TP précédents sur les instruments d'optique (lunette astronomique, autocollimation...) afin de régler un goniomètre. Cet instrument d'optique nous permettra d'étudier la déviation de la lumière par un prisme grâce au caractère dispersif du prisme.

Matériel :

- Lampes spectrales : mercure et hydrogène
- Goniomètre
- Prisme
- Miroir

Fiches utiles : FT2, FT6, ON2

✍ Travail préparatoire : TD1-Exercice 8

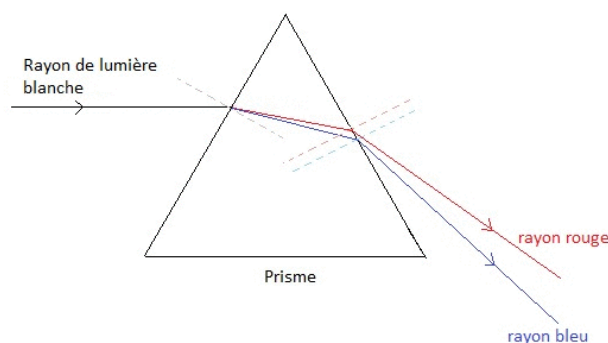
I. Etude théorique du prisme

1. Dispersion de la lumière par un prisme

On constate que généralement l'indice varie légèrement avec la longueur d'onde : $n(\lambda)$.

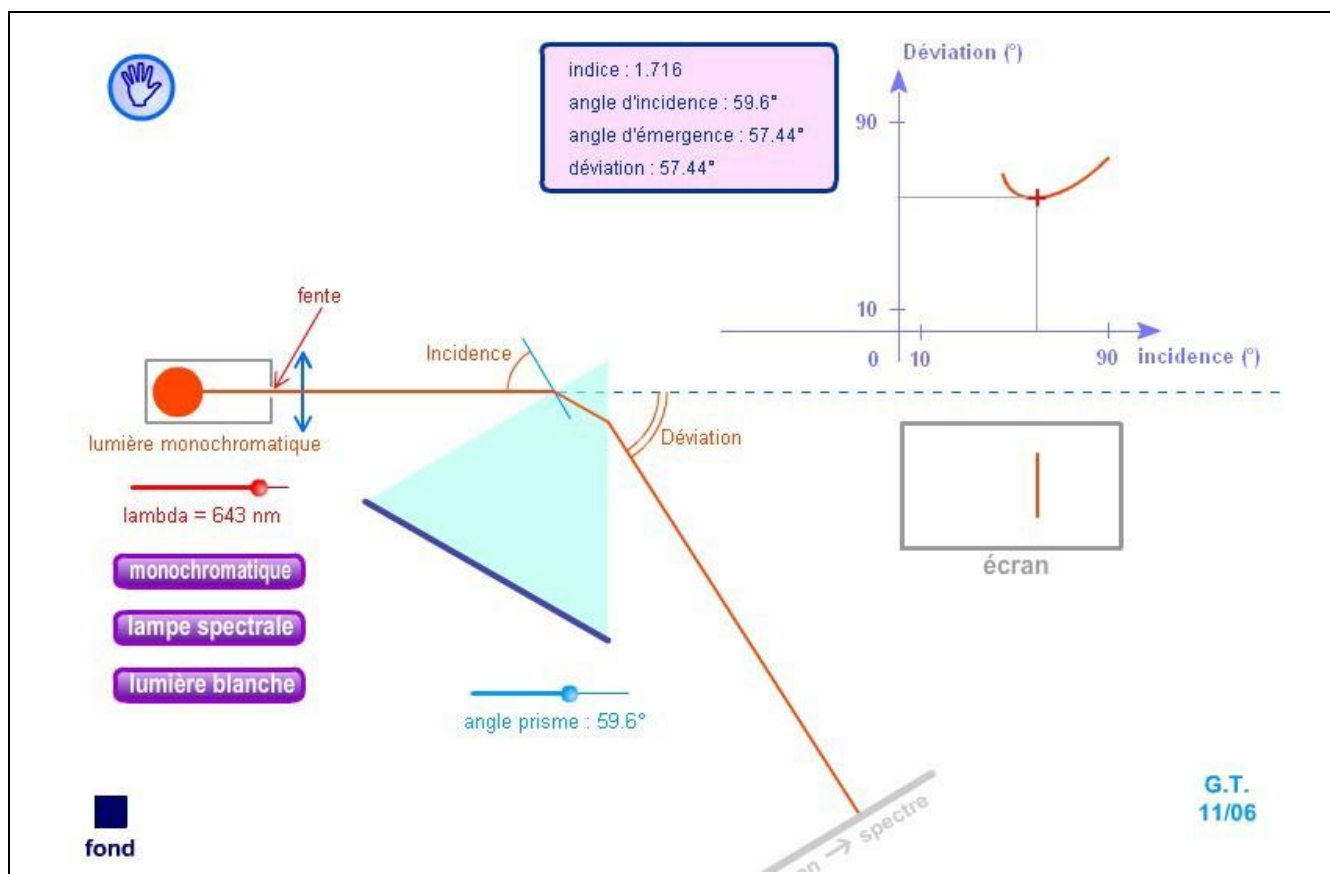
C'est le phénomène de dispersion chromatique.

La loi de Snell-Descartes relative à la réfraction, $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, montre que la direction des rayons dépend de l'indice du milieu et donc de la longueur d'onde.



2. Simulation de la dispersion par un prisme

https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/prisme/prisme.php



- Choisir le mode monochromatique et une lumière verte de longueur d'onde 550 nm.
- Faire varier l'angle d'incidence i tout en vous assurant que le rayon émerge du prisme.

Q1. Comment varie la déviation D (angle entre le rayon émergent et le rayon incident) en fonction de l'angle d'incidence i ? Observer l'allure de la courbe $D = f(i)$. Commenter.

- Régler l'angle d'incidence i pour que la déviation D soit minimale ($D = D_m$).
- Choisir le mode lampe spectrale.

Q2. L'angle de déviation minimal D_m dépend-il de la longueur d'onde ?

3. Déviation minimale

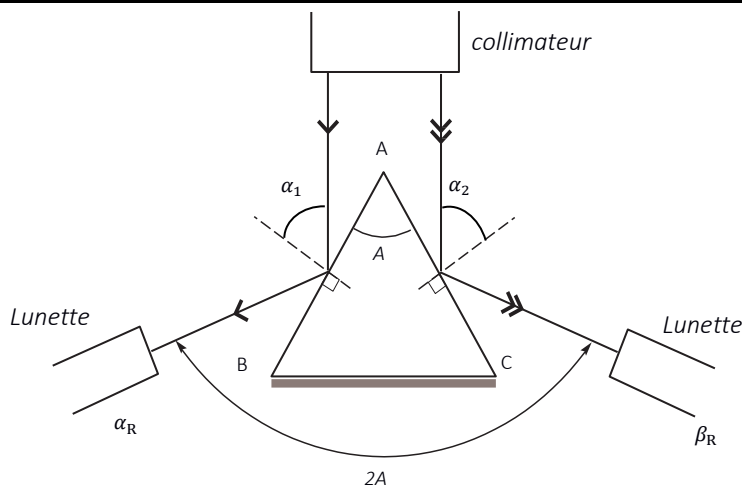
On montre que l'indice du prisme $n(\lambda)$ pour une longueur d'onde λ dépend de l'angle au sommet du prisme A , et de la déviation minimale $D_{m,\lambda}$ selon la relation :

$$n_\lambda = \frac{\sin\left(\frac{A + D_{m,\lambda}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Ainsi, en mesurant A et $D_{m,\lambda}$ on peut déterminer $n(\lambda)$.

II. Mesure de l'angle A du prisme

- Régler le goniomètre (FT6)
- Eclairer la fente avec la lampe spectrale à vapeur de mercure.
- Placer le prisme dans le socle prévu à cet effet et de façon à ce que le faisceau sortant du collimateur éclaire les deux faces, comme sur le schéma ci-dessous.
- Observer l'image de la fente après réflexion sur le prisme à travers la lunette. On peut commencer à la repérer à l'œil nu en regardant en direction de la face du prisme.
- Mesurer la position angulaire α_R de la lunette lorsque l'image est superposée au réticule.
- Recommencer pour l'image par réflexion sur l'autre face et mesurer la position angulaire β_R de la lunette.

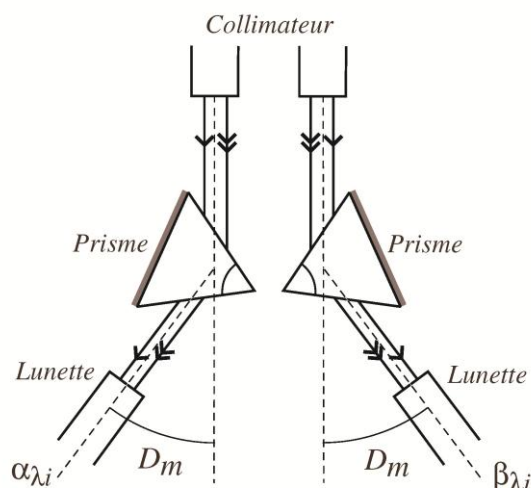


- Q3. Montrer par des considérations géométriques que $A = \frac{|\alpha_R - \beta_R|}{2}$.
- Q4. Calculer l'angle au sommet du prisme A et son incertitude.

III. Mesure de l'indice du verre du prisme

1. Minimum de déviation

- Eclairer la fente avec la lampe à vapeur de mercure.
- Placer la lunette à environ 120° du collimateur, et placer le prisme de telle sorte que la bissectrice de l'angle au sommet du prisme coïncide grossièrement avec la bissectrice de l'angle formé par la lunette et le collimateur (voir schéma suivant).
- Observer à l'œil nu la face de sortie du prisme et chercher le spectre discontinu.
- Tourner le prisme jusqu'à ce que le spectre de raies observé **change de sens**. On est alors au **minimum de déviation**.
- Placer la lunette afin d'observer l'image de la raie verte.
- Ajuster le plus précisément possible la position du prisme pour se situer au minimum de déviation.
- Tourner la lunette pour que le centre du réticule coïncide avec le centre de la raie.
- Noter dans le tableau suivant la valeur de l'angle β de la lunette pour la longueur d'onde correspondant à la raie verte.
- Recommencer la procédure pour mesurer l'angle β pour les autres raies.
- Tourner le prisme de 180° comme indiqué sur le schéma ci-dessus puis mesurer l'angle α au minimum de déviation pour toutes les raies du tableau.



Résultats de mesure avec la lumière émise par la lampe à vapeur de mercure				
Couleur	Longueur d'onde (nm)	Remarques	β (en ° et ')	α (en ° et ')
Jaune	578,0	Un doublet de raies très voisines à 579,1 nm et 577,0 nm		
Vert	546,1	Raie très intense		
Bleu-vert	491,6	On peut observer deux raies : 491,6 correspond à la plus lumineuse		
Indigo	435,3	On observe plusieurs raies : 435,3 nm correspond à la plus lumineuse		
Violet	404,6	On observe deux raies : 404,6 nm correspond à la plus lumineuse		

2. Calcul de l'indice et loi de Cauchy

La déviation minimum donnée par la relation : $D_m = \frac{|\beta - \alpha|}{2}$.

- Q4.** Calculer la déviation minimum pour la raie verte. En regroupant les mesures de tous les groupes, estimer l'incertitude par répétabilité (type A) sur la mesure du minimum de déviation.
- Q5.** Calculer pour chaque longueur d'onde la déviation minimum.
- Q6.** Calculer l'indice n en utilisant la relation vue au paragraphe I.3).
- Q7.** Tracer $n(\frac{1}{\lambda^2})$.

On peut décrire la variation de l'indice d'un verre en fonction de la longueur d'onde dans le vide à l'aide de la loi phénoménologique de Cauchy $n = b + \frac{a}{\lambda^2}$ où a et b sont des constantes.

- Q8.** Réaliser une modélisation affine. Déterminer a et b et évaluer les incertitudes sur a et b .
- Q9.** La loi de Cauchy est-elle vérifiée pour le verre du prisme et la gamme de longueurs d'onde étudiée dans ce TP ?

Le spectromètre est désormais étalonné : pour une radiation inconnue, l'estimation expérimentale de l'indice du prisme n permet d'estimer la longueur d'onde λ .

IV. Spectre de l'atome d'hydrogène : série de Balmer

→ Eclairer maintenant la fente avec la lampe à vapeur d'hydrogène.
→ Faire les mesures nécessaires pour déterminer l'indice du prisme pour chaque longueur d'onde du spectre.

Q10. Déterminer les longueurs d'onde λ_α , λ_β et λ_γ des raies rouge, bleu-vert et indigo de la lampe à hydrogène.

L'énergie E_n associée aux différents niveaux d'énergie électronique de l'atome d'hydrogène est donnée par la formule suivante :

$$E_n = - \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \times \frac{1}{n^2} = - \frac{13,60}{n^2} \quad (\text{en eV})$$

où n est le nombre quantique principal.

Q11. Les raies observées ci-dessus correspondent aux transitions $n = 2 \rightarrow 3$, $2 \rightarrow 4$ et $2 \rightarrow 5$ (série dite de BALMER). Montrer que pour ces transitions :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{avec } n = 3, 4 \text{ et } 5$$

où R_H est la constante de Rydberg.

Q12. Déterminer la valeur numérique théorique de R_H et vérifier l'accord avec les résultats expérimentaux.

Données :

Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$

Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$