



TD 14 – Mouvement de particules chargées

Ce qu'il faut savoir et savoir faire

- Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle q placée dans un champ électromagnétique
- Justifier à l'aide d'ordres de grandeurs que le poids est négligeable devant la force de Lorentz
- Justifier pourquoi un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule
- Mettre en équation le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique stationnaire et uniforme et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant
- Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel
- Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme dans le cas où le vecteur vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique (trajectoire circulaire admise) : expression du rayon R de la trajectoire

J'apprends mon cours : Questions de cours, exercices 1, 2, 4

Questions de cours

- Q1.** Quelles sont les unités du champ électrique et du champ magnétique ?
- Q2.** Donner l'expression de la force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle q placée dans un champ électromagnétique et préciser la signification de chaque terme.
- Q3.** Justifier à l'aide d'ordres de grandeurs que le poids est négligeable devant la force de Lorentz.
- Q4.** Expliquer pourquoi un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
- Q5.** Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.
- Q6.** On considère un proton de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ dans une zone de champ magnétique $\vec{B} = B \vec{e}_z$ stationnaire et uniforme. Quelle est la nature de la trajectoire ? Déterminer le rayon de la trajectoire et la pulsation cyclotron.

Exercices

Exercice 1 : Déflexion électrique ♥

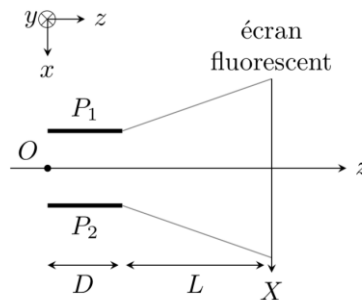
★★★

Ref. 0111

✓ *Mouvement dans un champ électrique uniforme*

Il y a encore quelques années, les oscilloscopes étaient analogiques et les téléviseurs fonctionnaient grâce à des tubes cathodiques. Le principe est d'exploiter la déviation d'un faisceau d'électrons sous l'effet d'une tension. Dans tout l'exercice, on se place dans un référentiel galiléen associé à un repère cartésien $(O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Une zone de champ électrique uniforme (voir figure) est établie entre les plaques P_1 et P_2 (le champ est supposé nul en dehors et on néglige les effets de bord). La distance entre les plaques est notée d , la longueur des plaques D et la différence de potentiel est $U = V_{P_2} - V_{P_1}$ positive. Des électrons, de charge $-e$, accélérés pénètrent en O dans la zone de champ électrique uniforme avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$ selon l'axe Oz .

- 1) Établir l'expression de la force subie par les électrons en fonction de U, e, d .
- 2) Établir l'équation de la trajectoire $x = f(z)$ de l'électron dans la zone du champ en fonction de e, m, d, U et v_0 .
- 3) Déterminer les coordonnées du point de sortie K de la zone de champ et les composantes de la vitesse en ce point.
- 4) Montrer que le mouvement est rectiligne uniforme dans les zones en dehors des plaques.
- 5) On note L la distance entre la sortie de la zone de champ et l'écran fluorescent. Déterminer l'abscisse X_P du point d'impact P de l'électron sur l'écran en fonction de U, v_0, d, D, m, L et e .



Exercice 2 : Séparation isotopique par spectrographie de masse (CCP TSI) ♥

★★★

Ref. 0112

✓ *Mouvement dans un champ magnétique uniforme*

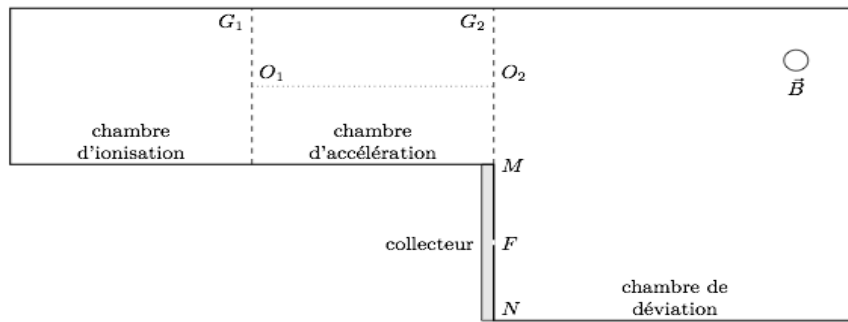
La France produit essentiellement son électricité – environ 75 % - à partir de centrales électriques nucléaires. Ces centrales utilisent comme source d'énergie un « combustible » constitué d'oxyde d'uranium enrichi en uranium 235, seul isotope fissible, afin d'atteindre une teneur de l'ordre de 4 %. Avant utilisation dans une centrale, le minerai doit donc d'abord être traité afin de produire ce combustible.

Données numériques : la charge élémentaire est $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et le nombre d'Avogadro $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

- 1) L'uranium est un élément qui possède plusieurs isotopes. Rappeler la définition d'un isotope. Citer deux isotopes d'un autre élément. Du point de vue purement chimique, y a-t-il une différence de comportement entre deux isotopes ? Pourquoi ?
- 2) Les deux principaux isotopes de l'uranium sont $^{235}_{92}\text{U}$ et $^{238}_{92}\text{U}$ de masses molaires respectives $235,0439 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $238,0508 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Donner la composition du noyau de chacun des isotopes de l'uranium.
- 3) La masse molaire de l'uranium naturel est de $238,0289 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. En déduire la teneur en uranium 235 de l'uranium naturel.

L'enrichissement de l'uranium a pour but d'élever la teneur en $^{235}_{92}\text{U}$ de l'uranium de départ jusqu'à atteindre la valeur optimale de 4 %. Une des méthodes est la spectrographie de masse qui reste la méthode la plus sensible d'analyse isotopique. Elle a été employée pendant la seconde guerre mondiale dans l'usine Y12 d'Oak Ridge dans des dispositifs appelés Calutrons. Un Calutron est un spectrographe de masse constitué de plusieurs parties :

- La chambre d'ionisation dans laquelle des atomes d'uranium $^{235}_{92}\text{U}$ et $^{238}_{92}\text{U}$ de masses respectives m_1 et m_2 portés à haute température sont ionisés en ions U^+ . On considèrera qu'à la sortie de cette chambre, en O_1 , la vitesse des ions est négligeable ;
- La chambre d'accélération dans laquelle les ions sont accélérés entre O_1 et O_2 sous l'action d'une différence de potentiel établie entre les deux grilles G_1 et G_2 ;
- La chambre de déviation dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétique uniforme \vec{B} de direction perpendiculaire au plan de figure. Un collecteur d'ions est disposé entre M et N. Une fente centrée sur O_2 de largeur L dans le plan de la figure permet de choisir la largeur du faisceau incident. Une fente collectrice centrée sur F est placée entre M et N et a pour largeur L' dans le plan de la figure.



Les chambres sont sous vide. On négligera le poids des ions devant les autres forces et on admettra qu'à la sortie de la chambre d'accélération, les vecteurs vitesse des ions sont contenus dans le plan de la figure.

Accélération des ions :

- 4) Quel doit être le signe de la différence de potentiel $V_{G1} - V_{G2}$ pour que les ions soient accélérés entre O_1 et O_2 ?
- 5) Établir les expressions des vitesses u_1 et u_2 respectivement des ions ${}^{235}_{92}\text{U}^+$ et ${}^{238}_{92}\text{U}^+$ lorsqu'ils parviennent en O_2 en fonction de m_1, m_2, e et $U = V_{G1} - V_{G2}$.
- 6) L'énergie cinétique acquise par les ions en O_2 est de $15,0 \text{ keV}$; en déduire la valeur de la tension U appliquée entre les deux grilles. Déterminer numériquement les vitesses u_1 et u_2 en respectant les chiffres significatifs.

Déviation des ions

- 7) Quel doit être le sens du champ magnétique \vec{B} régnant dans la chambre de déviation pour que les ions puissent atteindre le collecteur ?
- 8) Quelle est la nature de la trajectoire d'un faisceau homocinétique d'ions ${}^{235}_{92}\text{U}^+$ dans la zone où règne le champ magnétique ? Exprimer son rayon R_1 en fonction de m_1, e, U et $B = \|\vec{B}\|$. Faire de même pour un faisceau homocinétique d'ions ${}^{238}_{92}\text{U}^+$. On notera R_2 le rayon.
- 9) Le collecteur du Calutron consiste en un récipient métallique muni d'une fente centrée en F de largeur L' , placée en M et N qui permet de recueillir les isotopes 235. Quelle doit être la valeur du champ magnétique régnant dans le Calutron sachant que F est placé à $D = 940 \text{ mm}$ de O_2 ?
- 10) Le faisceau d'ions émis en O_2 est un faisceau parallèle dans le plan de la figure. La fente du collecteur a une largeur $L' = 4,0 \text{ mm}$ dans le plan de la figure. Peut-il y avoir séparation isotopique dans le récipient collecteur ?
- 11) L'intensité du faisceau utilisé dans un Calutron est de 100 mA . La source est alimentée en uranium contenant $0,7 \%$ de ${}^{235}_{92}\text{U}^+$ et $99,3 \%$ de ${}^{238}_{92}\text{U}^+$. Quelle masse de l'isotope 235 le Calutron peut-il isoler en une année de fonctionnement continu ?

Exercice 3 : Cyclotron ♥



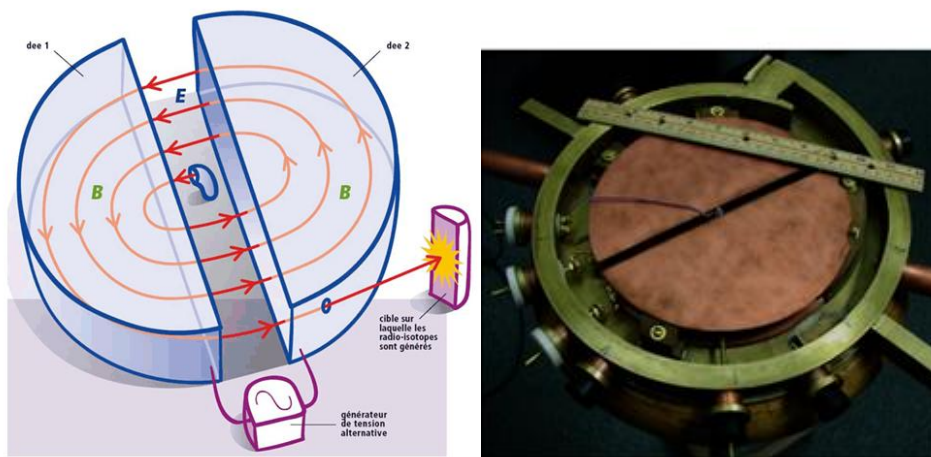
Ref. 0113

✓ *Mouvement dans un champ magnétique uniforme*

Un cyclotron est un accélérateur de particules constitué de deux demi-cylindres conducteurs creux horizontaux appelés « dees », séparés par un intervalle étroit. Les deux « dees » plongent dans un champ magnétique uniforme vertical. La valeur du champ magnétique dans les dees est $B = 0,1 \text{ T}$.

Une tension électrique alternative est appliquée entre les deux « dees ». L'amplitude de la tension créneau générant le champ électrostatique entre les dees est $U_m = 2,5 \cdot 10^3 \text{ V}$.

On injecte des protons ($m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) dans une direction perpendiculaire au champ magnétique, avec une vitesse initiale négligeable.



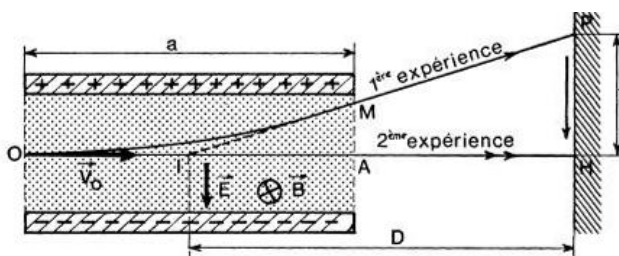
- 1) Montrer que dans un dee, le mouvement est uniforme.
- 2) Exprimer le temps mis par un proton pour parcourir un demi-tour dans un dee. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ?
- 3) En déduire la fréquence f de la tension à appliquer entre les dees pour que le champ accélère au mieux les protons (on considère que le temps de passage entre les deux dees est négligeable devant le temps passé dans chaque dee).
- 4) La vitesse d'injection du proton étant quasi nulle, on désire que sa vitesse atteigne $15 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer le nombre de tours que doit faire le proton dans le cyclotron ainsi que le temps nécessaire à cette opération.
- 5) Quel est le rayon du dernier arc de cercle parcouru par les protons lorsqu'ils ont atteint cette vitesse ?

Exercice 4 : Mesure de la charge massique de l'électron

★★★
Ref. 0114

- ✓ *Mouvement dans un champ électrique uniforme*
- ✓ *Mouvement dans un champ magnétique uniforme*

On s'intéresse à l'expérience de J.J.Thomson (1897). On réalise la déviation d'un faisceau d'électrons à l'aide d'un champ électrique, uniforme et indépendant du temps, et on mesure la déviation Y du spot sur l'écran (voir la figure). On établit alors, dans la région où règne le champ électrique, un champ magnétique, uniforme et indépendant du temps, perpendiculaire au champ électrique. On règle la valeur de B de manière à ce que le spot soit ramené en H .



Etablir l'expression de la charge massique e/m de l'électron en fonction de Y , a , D , E et B dans l'expérience. Les mesures les plus récentes réalisées à partir de perfectionnements de cette méthode ou par des méthodes différentes fournissent la valeur : $e/m = 1,7588.1011 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Exercice 5 : Conductivité du cuivre

★★★
Ref. 0115

- ✓ *Mouvement dans un champ électrique uniforme*

On étudie le modèle de la conduction dans les matériaux conducteurs, ici le cuivre. La portion de conducteur considéré est cylindrique de rayon r et de longueur L .

Données : Charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, Nombre d'Avogadro $N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, Masse d'un électron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Masse volumique du cuivre $\mu = 8,95 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, Masse molaire du cuivre $M = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $r = 0,5 \text{ mm}$, $L = 20 \text{ cm}$, $U = 1 \text{ V}$, coefficient de frottement : $\lambda = 2,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1) On suppose que chaque atome de cuivre libère un électron qui participe au courant électrique. Quel est le nombre n d'électrons par unité de volume ? Faire l'application numérique.
- 2) On applique une tension U stationnaire aux bornes du conducteur ; il se crée en tout point un champ électrique constant porté par l'axe du cylindre. Déterminer \vec{E} .
- 3) On modélise les différentes interactions qui s'exercent sur chaque électron et qui le freinent par une force de frottement fluide linéaire. On notera \vec{v}_0 la vitesse initiale de l'électron considéré. Montrer qu'après un régime transitoire dont on précisera un ordre de grandeur de la durée, la vitesse des électrons devient constante. Déterminer cette vitesse limite. Application numérique.
- 4) En déduire l'intensité qui traverse le conducteur.
- 5) Montrer que cette intensité est proportionnelle à la tension appliquée ; en déduire la résistance du conducteur.
- 6) Déterminer la résistivité du cuivre.

Exercice 6 : Effet Zeeman



Ref. 0116

✓ *Mouvement dans un champ magnétique uniforme*

Un atome d'hydrogène comporte un proton de charge $+e$ supposé immobile en O et un électron de charge $-e$. La force exercée par le proton sur l'électron situé au point M est modélisée par une force de rappel élastique $\vec{F} = -k \vec{OM}$ (modèle de l'électron élastiquement lié) où k est une constante.

- 1) On suppose que la trajectoire de l'électron est contenue dans le plan $z = 0$. Déterminez les équations différentielles satisfaites par les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$.
- 2) Quelle est la pulsation ω_0 du mouvement et sa nature géométrique ?
- 3) On soumet l'atome au champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$
 - a) Écrivez les nouvelles équations du mouvement.
 - b) On pose la variable $u(t) = x(t) + i y(t)$, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
 - c) Résoudre et en déduire $x(t)$ et $y(t)$. Montrez que le mouvement est désormais caractérisé par deux pulsations ω_1 et ω_2 .

Exercice 7 : Sélecteur de vitesse



Ref. 0117

✓ *Mouvement dans un champ électromagnétique (HP)*

Une charge q est introduite à l'instant initial, à l'origine. O du repère, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_y$. Il pénètre dans une zone où règnent un champ électrique uniforme et stationnaire $\vec{E} = E \vec{u}_z$ et un champ magnétique, également uniforme et stationnaire, $\vec{B} = B \vec{u}_x$.

- 1) Montrer que le mouvement est plan.
- 2) Déterminer les équation horaires du mouvement. On posera $\omega = \frac{qB}{m}$.
- 3) Pour quelle valeur initiale de la vitesse, la trajectoire est-elle rectiligne ? Où faut-il placer une fente pour sélectionner les charges ayant cette vitesse v_m .